

원포인트 개념주입 C
경우의 수

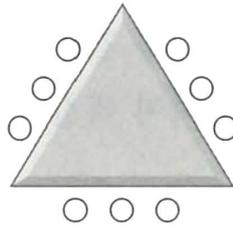


개념1

✓ 조건이 걸린 원순열 : 대충 푼다.

001.

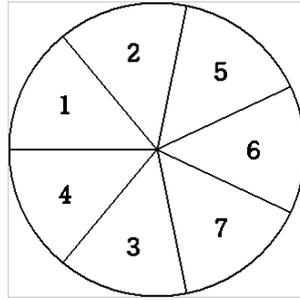
아래 그림과 같이 한 모서리에 세 명씩 앉을 수 있는 정삼각형 모양의 탁자가 있다. 두 쌍의 부부가 의자에 앉을 때, 두 쌍의 부부가 각각 한 모서리에 이웃하게 앉는 경우의 수를 구하여라.¹⁾ (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 취급한다.)





002.

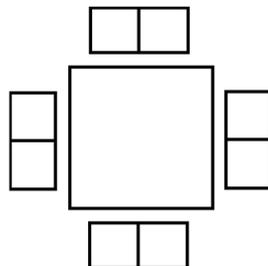
그림과 같이 원을 7등분한 도형의 각 영역에 7개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7을 하나씩 적을 때, 짝수끼리 서로 이웃하지 않도록 적는 방법의 수는?2)



- ① 36
 - ② 72
 - ③ 144
- ④ 288
 - ⑤ 720

003.

그림과 같이 정사각형 모양의 탁자와 2명씩 앉을 수 있는 4개의 의자가 있는데 한 의자에는 반드시 남자 1명과 여자 1명이 앉아야 한다. 처음에 남자 4명과 여자 4명이 의자에 앉아 있다가 잠시 자리를 비웠다 돌아와서 다시 의자에 앉을 때, 8명 모두 처음에 함께 앉았던 사람이 아닌 다른 사람과 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.3) (단, 회전하여 일치하는 것은 하나로 센다.)



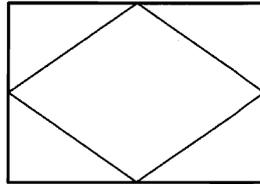


개념2

- ✓ 같은 것이 있는 원순열
⇒ 대칭인 경우와 아닌 경우로 구별한다.
- ※ 원칙적으로는 교과범위가 아닌 듯

004.

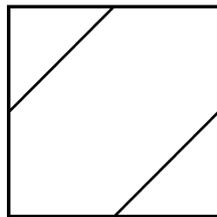
그림과 같이 가로와 세로의 길이가 서로 직사각형의 네 변의 중점을 연결하여 5개의 영역으로 나누었다. 이 영역에 서로 다른 4가지 색을 사용하여 색칠하는 방법의 수를 구하여라.4) (단, 모든 색을 사용할 필요는 없고, 이웃하는 면에는 구별되도록 다른 색을 칠한다. 또, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)





005.

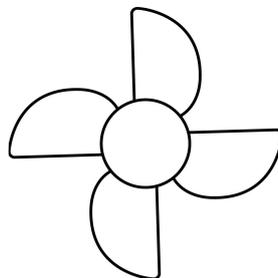
정사각형 모양인 타일의 네 변의 중점을 그림과 같이 연결하여 세 부분으로 나누었다. 다섯 종류의 색 중 일부를 사용하여 타일의 세 부분을 칠하는 경우의 수는?5) (단, 이웃하는 부분은 다른 색을 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 45
 - ② 50
 - ③ 55
- ④ 60
 - ⑤ 65

006.

A, B, C, D 4 가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 그림과 같은 프로펠러의 중앙 부분과 4개의 날개 부분을 모두 칠하려고 한다. 인접한 중앙 부분과 날개 부분은 서로 다른 색으로 칠하기로 할 때, 칠할 수 있는 방법의 수는?6) (단, 4개의 날개는 모두 합동이고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.)



- ① 60
 - ② 72
 - ③ 84
- ④ 96
 - ⑤ 108



개념3

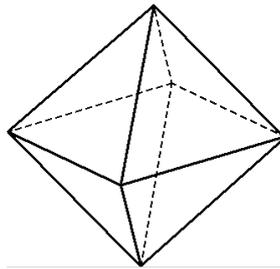
⇒ 정다면체에 색칠하는 방법의 수

① 일단 하나 칠해놓고 잘 생각한다.

② $\frac{n!}{n \times (\text{한 면의 모서리의 수})}$ 가 답이긴 하다.

007.

그림과 같이 정팔면체에 1부터 8까지의 자연수를 적으려고 한다. 1부터 8까지의 자연수를 한 면에 하나씩 적는 방법의 수를 a 라 하고, 한 모서리를 공유하며 인접하고 있는 두 면에 1과 2가 있도록 한 면에 하나씩 적는 방법의 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 960

② 1192

③ 1424

④ 1656

⑤ 1888



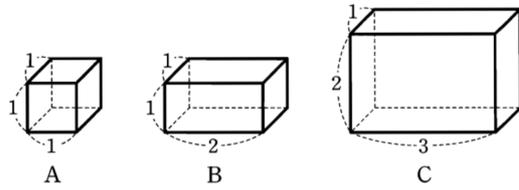
008.

정육면체의 각 면에 1부터 6까지의 숫자를 하나씩 적어 마주보는 세 쌍의 면 중 적어도 한 쌍의 면에 적힌 숫자의 합이 7이 되도록 하는 방법의 수는?8)

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

009.

그림과 같이 직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 나타내는 순서쌍이 각각 (1, 1, 1), (2, 1, 1), (3, 1, 2)인 세 직육면체 A, B, C가 있다. 각 직육면체의 겉면을 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 한 면에 한 가지 색으로 칠하는 방법의 수를 각각 $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$ 라 할 때, $n(A)+n(B)+n(C)$ 의 값을 구하여라.9) (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



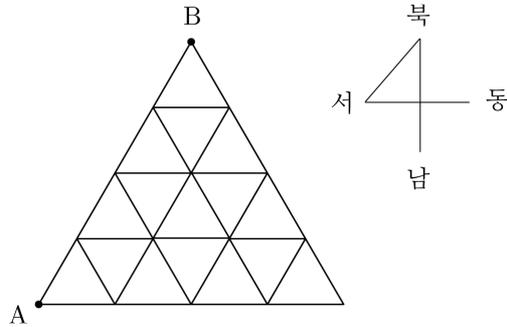


개념4

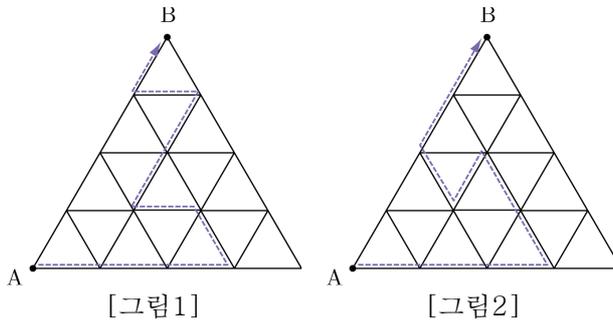
✓ 테크니컬 길찾기 : 알아서 잘.

010.

아래 그림과 같은 도로망이 있다.



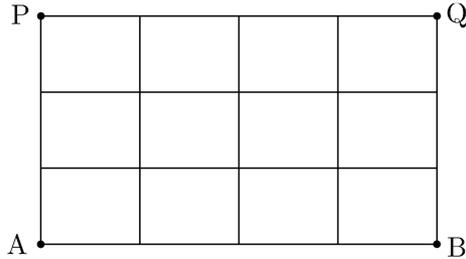
이 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 이동할 때, 한 번 지나간 점은 다시 지나가지 않으며 남쪽으로는 이동하지 않는 경우의 수를 구하여라.¹⁰⁾ (예를 들어, [그림1]은 가능한 경로, [그림2]는 불가능한 경로이다.)





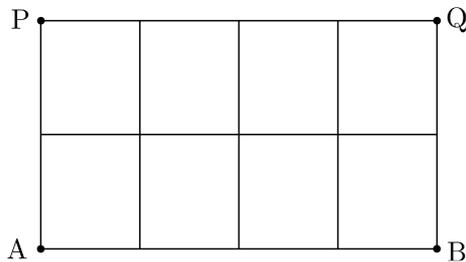
011.

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망을 따라 A지점에서 B지점으로 이동한다. 지나간 길은 다시 지나지 않으며 왼쪽 방향으로 이동하지 않는다. 선분 PQ와 만나는 경로의 수를 구하여라.¹¹⁾



012.

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 선분 PQ의 일부를 거쳐 B지점으로 이동한다. 지나간 길은 다시 지나지 않으며 최단거리로 가는 경우의 수는?¹²⁾



- ① 24
 - ② 28
 - ③ 32
- ④ 35
 - ⑤ 40



개념5

✓ 교란순열 : 가끔 편하긴 해.

$$D_1 = 0, D_2 = 1, D_3 = 2, D_4 = 9, D_5 = 44, \dots$$

013.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 정의역과 공역으로 하는 일대일대응 f 중에서 임의로 하나를 택할 때 다음 집합의 원소의 개수를 X 라 하자.

$$\{i \mid f(i) = i, i \in A\}$$

$E(X)$ 의 값은?¹³⁾

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ $\frac{7}{6}$

⑤ $\frac{4}{3}$



014.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 모든 일대일함수 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?¹⁴⁾

$a \in A$ 에 대하여 $f(a) = a$ 인 a 의 개수는 3이다.

- ① $\frac{1}{72}$
- ② $\frac{1}{36}$
- ③ $\frac{1}{24}$
- ④ $\frac{1}{18}$
- ⑤ $\frac{5}{72}$

015.

A, B, C, D, E의 문자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열한다. A가 적힌 카드는 첫 번째 자리에 오지 않고, B가 적힌 카드는 두 번째 자리에 오지 않고, C가 적힌 카드는 세 번째 자리에 오지 않게 나열하는 경우의 수를 구하여라.¹⁵⁾



개념6

✓ 중복조합과 부정방정식 :

$a+b+c=n$ 을 만족하는 0 이상 정수해 쌍의 개수는 ${}_3H_n$ 이다.

016.

다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.¹⁶⁾

(가) $a+b+c+d=20$

(나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.



017.

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?¹⁷⁾

- (가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
- (나) $a+b+c+d+e=10$

- ① 240 ② 280 ③ 320
- ④ 360 ⑤ 400

018.

집합 $A = \{(x, y, z) \mid |x| + |y| + |z| = 7, xyz \neq 0, x, y, z \text{는 정수}\}$ 의 원소의 개수는?¹⁸⁾

- ① 30 ② 60 ③ 90
- ④ 120 ⑤ 150



개념7

✓ 중복조합과 함수 :
 정의역의 원소가 r 개, 공역의 원소가 n 개일 때,
 조건 ' $x < y$ 이면 $f(x) \leq f(y)$ '를 만족하는 함수의 개수는 ${}_nH_r$ 이다.

019.

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 중에서

$$f(1) \leq f(2) < f(3) < f(4) \leq f(5)$$

를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하여라.¹⁹⁾



020.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 A 로의 함수 $f: A \rightarrow A$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? ²⁰⁾

(가) 집합 A 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
(나) 집합 $\{f(x) | x \in A\}$ 의 원소의 개수는 3이다.

- ① 90
 - ② 80
 - ③ 70
- ④ 60
 - ⑤ 50

021.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수 $f: A \rightarrow B$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하여라. ²¹⁾

(가) $f(1) + f(6) = f(2) + f(5) = f(3) + f(4) = 10$
(나) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$



개념8

✓ 이웃하지 않는 :

- ① 나머지 배열해 놓고 사이사이에 끼워 넣기
- ② 이웃하면 안 되는 것들 배열해 놓고 분할/분배로

022.

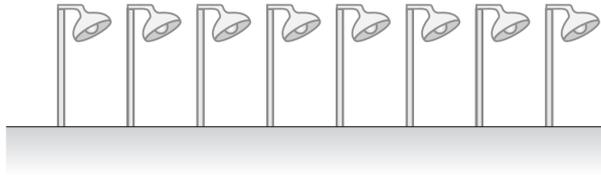
다음 물음에 답하여라.²²⁾

- (1) 서로 구별할 수 없는 공 5개와 서로 다른 구슬 3개를 나열할 때, 구슬이 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라.
- (2) 서로 다른 공 5개와 서로 구별할 수 없는 구슬 3개를 나열할 때, 구슬이 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라.



023.

어느 직선 도로에는 그림과 같이 일정한 간격으로 8개의 가로등이 있다. 8개의 가로등 중 서로 이웃하지 않는 3개의 가로등만 켜는 방법의 수는?²³⁾ (단, 가로등이 켜지는 순서는 고려하지 않는다.)



- ① 12 ② 16 ③ 20
- ④ 24 ⑤ 30

024.

여덟 개의 문자 a, a, a, b, b, b, c, c 를 일렬로 나열할 때, a 끼리나 b 끼리는 서로 이웃하지 않는 방법의 수를 구하여라. 예를 들어 $abababcc$ 는 가능하고 $aababcbc$ 는 불가능하다.²⁴⁾



개념9

- ✓ 분할, 분배 : 잘 할 수 있도록
- ✓ 자연수 분할 : 나열한다.
- ✓ 집합의 분할 : ① 자연수 분할 \Rightarrow ② 분할 정확하게 할 수 있도록
 \Rightarrow 자연수 분할과 집합의 분할은 교과과정이 아니지만
 간단한 나열 정도는 할 수 있도록 해두자.

025.

서로 다른 6권의 책을 같은 종류의 상자 3개에 빈 상자가 없도록 나누어 넣는 경우의 수는?²⁵⁾

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100



026.

연필을 3개까지 넣을 수 있는 같은 종류의 필통 5개가 있다. 같은 종류의 연필 9개를 빈 필통이 없도록 나누어 넣는 방법의 수는?²⁶⁾

- ① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

027.

서로 다른 종류의 음료수 6병을 A, B를 포함한 네 사람에게 음료수를 받지 못하는 사람이 없도록 모두 나누어줄 때, A와 B에게 음료수를 각각 한 병씩만 나누어 주는 방법의 수는?²⁷⁾

- ① 360 ② 380 ③ 400
④ 420 ⑤ 440



개념10

✓ 상자에 공 집어넣기 : 개빡침

028.

A, B, C 세 종류의 상자를 각각 1개, 1개, 3개 가지고 있다. 이 다섯 개의 상자에 서로 구별할 수 없는 9개의 공을 넣는 경우의 수를 구하여라.²⁸⁾ (단, 모든 상자에 적어도 하나씩의 공을 넣는다.)



029.

서로 같은 종류의 쿠키 4개와 서로 다른 종류의 사탕 5개를 서로 같은 세 상자에 나누어 담으려고 한다. 모든 상자에는 쿠키와 사탕이 각각 적어도 한 개씩은 들어가도록 나누어 담는 방법의 수를 구하여라.²⁹⁾

030.

서로 같은 종류의 구슬 3개와 서로 다른 종류의 사탕 4개를 서로 같은 세 상자에 나누어 담는 방법의 수를 구하여라.³⁰⁾ (단, 빈 상자가 있을 수 있다.)



개념11

✓ 치역과 공역이 같은 :

- ① 포함배제로 풀기
- ② 집합의 분할로 풀기

031.

집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의 개수는? ³¹⁾

(가) $f(1) = 3$

(나) 치역의 모든 원소의 합은 10이다.

- ① 63
- ② 64
- ③ 65
- ④ 66
- ⑤ 67



032.

함수 $f: \{1, 2, 3, 4, \dots, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 조건

$$f(1) \leq f(2) \leq \dots \leq f(8)$$

을 만족하는 함수 중 치역과 공역이 일치하는 것의 개수는?³²⁾

- ① 13 ② 15 ③ 17
- ④ 19 ⑤ 21

033.

1층에서 5층까지 운행하는 엘리베이터에 1층에서 탑승한 6명의 탑승객이 2층, 3층, 4층, 5층 중 3개의 층에서 모두 내리는 경우의 수는?³³⁾ (단, 새로 타는 탑승객은 없다.)

- ① 2080 ② 2120 ③ 2160
- ④ 2200 ⑤ 2240

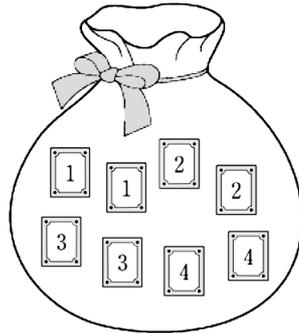


개념12

✓ 대칭성을 이용한 세기 : 알아서.

034.

그림과 같이 주머니에는 1부터 4까지의 자연수가 적힌 카드가 각각 2장씩 들어 있고, 두 사람 A, B가 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. A가 가진 카드에 적힌 수의 합이 B가 가진 카드에 적힌 수의 합보다 작을 확률은?³⁴⁾



① $\frac{4}{35}$

② $\frac{1}{7}$

③ $\frac{6}{35}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{8}{35}$



035.

0 이상인 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 다음 조건을 만족하는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.³⁵⁾

(가) $a + b + c + d = 7$

(나) $a < b$

036.

두 사람 A, B가 각각 집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 하나를 임의로 선택한다. A가 선택한 부분집합을 A , B가 선택한 부분집합을 B 라 하자. $n(A) < n(B)$ 일 때, $S(A) \geq S(B)$ 일 확률은?³⁶⁾ (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수를, $S(X)$ 는 집합 X 에 속한 모든 원소의 합을 나타낸다.)

① $\frac{1}{31}$

② $\frac{4}{93}$

③ $\frac{5}{93}$

④ $\frac{2}{31}$

⑤ $\frac{7}{93}$



개념13

✓ 이항정리 : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^k b^{n-k}$

✓ 다항정리 : $(a+b+c)^n$ 의 $a^p b^q c^r$ 의 계수는 $\frac{n!}{p!q!r!}$ 이다.

037.

$(x + \frac{1}{x})^{2n}$ 의 전개식에서 x^2, x^4, x^6 의 계수가 이 순서로 등차수열을 이룰 때,

자연수 n 의 값은?37)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10



038.

$\left(x^2 - 2x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항은? ³⁸⁾

- ① 800 ② 880 ③ 960
- ④ 1040 ⑤ 1120

039.

$\{a + (b - c)^2\}^8$ 의 전개식에서 $a^3b^7c^3$ 의 계수를 구하여라. ³⁹⁾

- ① -1344 ② -2240 ③ -3360
- ④ -6720 ⑤ -13440



개념14

✓ 이항계수의 성질 : 잘 정리해두자.

040.

$f(x-1) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$ 에 대하여 $f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_{10}t^{10}$ 일 때, a_7 의 값은?⁴⁰⁾ (단, a_0, a_1, \dots, a_{10} 은 상수이다.)

- ① 159
- ② 161
- ③ 163
- ④ 165
- ⑤ 167

-
- 1) 32
 - 2) ③
 - 3) 864
 - 4) 180
 - 5) ②
 - 6) ④
 - 7) ①
 - 8) ④
 - 9) 300
 - 10) 384
 - 11) 175
 - 12) ④
 - 13) ③
 - 14) ②
 - 15) 64
 - 16) 32
 - 17) ④
 - 18) ④
 - 19) 21
 - 20) ④
 - 21) 10
 - 22) (1) 120 (2) 2400
 - 23) ③
 - 24) 92
 - 25) ④
 - 26) ④
 - 27) ④
 - 28) 25
 - 29) 75
 - 30) 136
 - 31) ③
 - 32) ⑤
 - 33) ③
 - 34) ③
 - 35) 50
 - 36) ④
 - 37) ②
 - 38) ⑤
 - 39) ④
 - 40) ④

41) ③

42) ②