

원포인트 개념주입 A
경우의 수



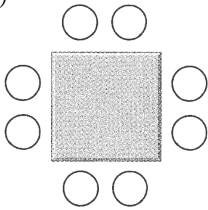
개념1

서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 방법의 수는 $(n-1)!$ 이다.
⇒ 조건 걸리면 한 명을 고정해 놓고 풀자.

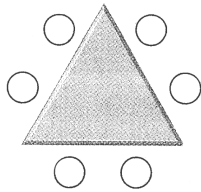
001.

아래 그림과 같은 테이블에 각각 8명, 6명을 앉히는 방법의 수를 구하여라.¹⁾

(1)

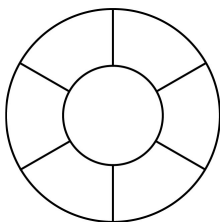


(2)



002.

서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 큰 원 내부의 7칸을 칠하는 방법의 수를 구하여라.²⁾



003.

부모를 포함한 여섯명의 가족이 원탁에 앉을 때, 다음을 구하여라.³⁾

(1) 원탁에 앉는 방법의 수

(2) 부모가 이웃하여 앉는 방법의 수

(3) 부모가 마주보고 앉는 방법의 수

004.

남학생 3명과 여학생 3명이 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 남녀가 교대로 앉는 방법의 수를 구하여라.⁴⁾



개념2

⇒ 중복순열 : 서로 다른 n 개 중 중복을 허용하여 r 개를 뽑아서 줄 세우는 방법
 ⇒ ${}_n H_r$ 로 나타내고 그 값은 n^r 이다.

005.

다음 경우의 수를 구하여라.⁵⁾

- (1) 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리 정수를 만들 수 있는 경우의 수
- (2) 우체통이 4개 편지가 5장이 있을 때, 편지를 우체통에 넣는 방법의 수
- (3) $X = \{a, b, c, d\}$ 와 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 $f: X \rightarrow Y$ 인 함수의 갯수
- (4) 4명의 후보자에게 15명이 기명투표했을 때, 나올 수 있는 경우의 수
- (5) 5명이 가위바위보를 할 때, 가질 수 있는 경우의 수

006.

모스부호 - 와 · 를 4개 이하를 사용하여 메시지를 전달하는 방법의 수를 구하여라.⁶⁾
 (단, 신호를 하나 이상은 반드시 보내야 한다.)

007.

카드 “1”이 3장, 카드 “2”가 4장, 카드 “3”이 5장 있을 때, 이 카드 12장을 이용하여 만들 수 있는 3자리 정수는 몇 가지인지 구하여라.⁷⁾

008.

카드 “1”이 1장, 카드 “2”가 2장, 카드 “3”이 3장 있을 때, 이 카드 6장을 이용하여 만들 수 있는 3자리 정수는 몇 가지인지 구하여라.⁸⁾



개념3

⇒ 같은 것이 있는 순열 :

같은 것이 a 개, b 개, c 개, ... 총 n 개를 배열하는 방법의 수는 $\frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c! \dots}$ 이다.

009.

다음 경우의 수를 구하여라.⁹⁾

- (1) 알파벳 a, a, b, c 를 나열하는 방법의 수
- (2) 알파벳 a, a, a, b, c 를 나열하는 방법의 수
- (3) 알파벳 a, a, b, b, c, d 를 나열하는 방법의 수
- (4) 빨간 공 5개와 흰 공 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수
- (5) 단어 coffee를 구성하고 있는 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (6) SUCCESS라는 단어의 문자를 일렬로 재배열하는 경우의 수

010.

0, 1, 1, 1, 2, 3, 3의 7개 숫자를 모두 사용하여 7자리의 자연수를 만들 때, 짝수인 것의 개수를 구하여라.¹⁰⁾

011.

8개의 계단으로 이루어진 계단을 한 걸음에 한 계단 또는 두 계단을 올라간다고 할 때, 이 8개의 계단을 오르는 방법의 수는?¹¹⁾

012.

TOMORROW를 일렬로 배열할 때, 양 끝에 모음이 오는 경우의 수를 구하여라.¹²⁾



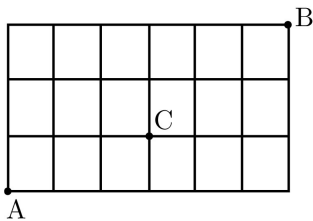
개념4

⇒ 최단 경로의 수 : 가로 a 칸, 세로 b 칸으로 이루어진 도로망 : $\frac{(a+b)!}{a! \cdot b!}$

⇒ 조건 걸리면 대충 더하기로 풀자.

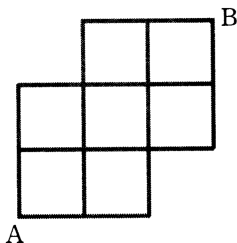
013.

다음 그림과 같은 도로망에서 A지점에서 C지점을 거쳐 B지점까지 가는 방법의 수는?13)



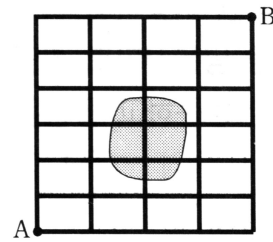
014.

다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하여라.14)



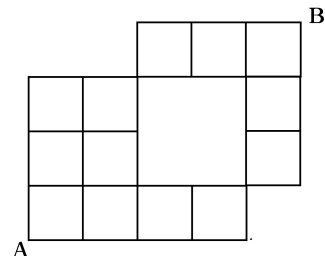
015.

다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하여라.15)



016.

다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하면?16)





개념5

⇒ 중복조합 : 서로 다른 n 개 중 중복을 허용하여 r 개를 뽑는 방법의 수 : ${}_nH_r$
 $\Rightarrow {}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

017.

다음 경우의 수를 구하여라.¹⁷⁾

- (1) 세 개의 문자 a, b, c 중에서 중복을 허용하여 6개를 뽑는 방법의 수
- (2) 1, 2, 3, 4가 각각 적힌 네 종류의 카드에서 중복을 허용하여 5장을 선택하는 경우의 수
- (3) 3명의 후보에게 15명의 유권자가 무기명투표를 할 때 나올 수 있는 방법의 수
- (4) 똑같은 연필 9자루를 네 명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수
(받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)
- (5) $x+y+z=8$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 (x, y, z) 쌍의 개수

018.

$x+y+z=10$ 일 때, 다음 조건을 만족시키는 x, y, z 의 순서쌍의 개수를 구하여라.¹⁸⁾

- (1) 자연수 x, y, z
- (2) 음이 아닌 정수 x, y, z
- (3) $x \geq 2, y \geq 2, z \geq 2$ 인 정수 x, y, z
- (4) $x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$ 인 정수 x, y, z
- (5) $x \geq -1, y \geq -1, z \geq -1$ 인 정수 x, y, z

019.

두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 각각정의역과 공역으로 하는 함수 f 가 다음을 만족시킬 때, f 의 개수를 구하여라.¹⁹⁾

- (1) $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$
- (2) $a < b$ 이면 $f(a) \leq f(b)$



개념6

$$\Leftrightarrow (a+b)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^k b^{n-k}$$

$\Rightarrow (a+b)^n$ 을 전개했을 때, $a^k b^{n-k}$ 의 계수는 ${}_n C_k$ 이다.

020.

전개하여라.²⁰⁾

- (1) $(a+b)^4$
- (2) $(a+b)^5$
- (3) $(x+1)^4$
- (4) $(x^2+2)^4$
- (5) $(2x-1)^4$
- (6) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$

021.

다음을 구하여라.²¹⁾

- (1) $(2a+b)^6$ 을 전개했을 때, $a^2 b^4$ 의 계수
- (2) $(2x+3)^6$ 을 전개했을 때, x^3 의 계수
- (3) $(x^2-2)^4$ 을 전개했을 때, x^4 의 계수
- (4) $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^5$ 을 전개했을 때, x 의 계수
- (5) $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ 을 전개했을 때, 상수항
- (6) $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ 을 전개했을 때, x^5 의 계수

022.

식 $(1+x)^3(2+x)^4$ 을 전개했을 때 x 의 계수를 구하여라.²²⁾



개념7

✓ 아래 성질 정도는 익혀 놓자.

① ${}_n C_0 = {}_n C_n = 1$

② ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$

③ ${}_n C_r = {}_{n-1} C_{r-1} + {}_{n-1} C_r$

④ ${}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + \dots + {}_n C_n = 2^n$

⑤ ${}_n C_1 + {}_n C_3 + {}_n C_5 + \dots = {}_n C_0 + {}_n C_2 + {}_n C_4 + {}_n C_6 + \dots = 2^{n-1}$

⑥ ${}_r C_r + {}_{r+1} C_r + {}_{r+2} C_r + \dots + {}_n C_r = {}_{n+1} C_{r+1}$

023.

다음을 구하여라.²³⁾

(1) ${}_7 C_0 + {}_7 C_1 + {}_7 C_2 + \dots + {}_7 C_7$

(2) ${}_8 C_0 + {}_8 C_1 + {}_8 C_2 + \dots + {}_8 C_8$

(3) ${}_{10} C_0 + {}_{10} C_1 + {}_{10} C_2 + \dots + {}_{10} C_{10}$

024.

다음을 구하여라.²⁴⁾

(1) ${}_{10} C_0 + {}_{10} C_2 + {}_{10} C_4 + \dots + {}_{10} C_{10}$

(2) ${}_9 C_1 + {}_9 C_3 + {}_9 C_5 + \dots + {}_9 C_9$

(3) ${}_{12} C_1 + {}_{12} C_3 + {}_{12} C_5 + \dots + {}_{12} C_{11}$

(4) ${}_8 C_0 - {}_8 C_1 + {}_8 C_2 - {}_8 C_3 + \dots + {}_8 C_8$

025.

${}_4 C_1 + {}_5 C_2 + {}_6 C_3 + {}_7 C_4 + {}_8 C_5 + {}_9 C_6 + {}_{10} C_7$ 을
간단히 하면?²⁵⁾

① ${}_{10} C_7 - 1$ ② ${}_{10} C_7$ ③ ${}_{11} C_7 - 1$

④ ${}_{11} C_7$ ⑤ ${}_{12} C_7$

026.

식 $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^{10}$ 를 x 에
대한 내림차순으로 정리했을 때, x^2 의 계수는?²⁶⁾

① 150 ② 155 ③ 160

④ 165 ⑤ 170

[경우의 수A]

- 1) (1) 10080 (2) 240
2) 840
3) (1) 120 (2) 48
 (3) 24
4) 12
5) (1) 81 (2) 4^5
 (3) 4^4 (4) 4^{15}
 (5) 3^5
6) 30
7) 27
8) 19
9) (1) 12 (2) 20
 (3) 180 (4) 56
 (5) 180 (6) 420
10) 110
11) 34
12) 360
13) 40
14) 18
15) 80
16) 60
17) (1) 28 (2) 56
 (3) 136 (4) 220
 (5) 45
18) (1) 36 (2) 66
 (3) 15 (4) 15
 (5) 105
19) (1) 10 (2) 35
20) (1) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 (2) 너무 길다.
 (3) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$
 (4) $x^8 + 8x^6 + 24x^4 + 32x^2 + 16$
 (5) $16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1$
 (6) $x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$
21) (1) 60 (2) 4320
 (3) 24 (4) $\frac{5}{2}$
 (5) 60 (6) 0
22) 80

23) (1) 128 (2) 256

(3) 1024

24) (1) 512 (2) 256

(3) 2048 (4) 0

25) ③

26) ④