

[P]

PatterN DriLL
수능 빈출 유형 분석
중복조합

5A ACADEMY
SOOHAN



[부정방정식]

- ▷ $a+b+c=10$ 의
 - ① 0 이상 정수해 쌍의 개수는 ${}_{3H_{10}}$ 이다.
 - ② 자연수해 쌍의 개수는 ${}_{3H_7}$ 이다.
- ▷ 문항의 핵심은 Case 분류.
- ▷ 나열하는 것이 나올 때도 많다.

001. [2015학년도 수능(A형) 18번]

연립방정식

$$\begin{cases} x+y+z+3w=14 \\ x+y+z+w=10 \end{cases}$$

을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는?¹⁾

- ① 40 ② 45 ③ 50
- ④ 55 ⑤ 60

002. [2016학년도 수능(나형) 17번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?²⁾

- (가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
- (나) $a+b+c+d+e=10$

- ① 240 ② 280 ③ 320
- ④ 360 ⑤ 400

003. [2016학년도 9월(A형) 19번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?³⁾

- (가) $a+b+c+3d=10$
- (나) $a+b+c \leq 5$

- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26



004. [2017학년도 수능 27번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라.⁴⁾

- (가) $a+b+c=7$
 (나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

005. [2020학년도 수능 16번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?⁵⁾

- (가) $a+b+c-d=9$
 (나) $d \leq 4$ 이고 $c \geq d$ 이다.

- ① 265 ② 270 ③ 275
 ④ 280 ⑤ 285

006. [2016학년도 9월 27번]

다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.⁶⁾

- (가) $a+b+c+d=20$
 (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.



[함수의 개수]

▷ 감소(증가)하지 않는 함수의 개수

① $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 인 함수의 개수는 n (공역) H_n (정의역)이다.

② $1 \leq a \leq b \leq c \leq 10$ 인 자연수 a, b, c 쌍의 개수는 ${}_{10}H_3$ 이다.

③ $1 \leq a < b < c \leq 10$ 인 자연수 a, b, c 쌍의 개수는 ${}_{10}C_3$ 이다.

▷ 나열하는 연습 필수.

007. [2016학년도 수능 14번]

세 정수 a, b, c 에 대하여

$$1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 360 ② 320 ③ 280
- ④ 240 ⑤ 200

008. [2015학년도 수능 26번]

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라.⁸⁾

(가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.

(나) $a \leq b \leq c \leq 20$



009. [2020학년도 6월 19번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는?⁹⁾

- (가) $n=1, 2, 3$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.
 (나) $x_4 \leq 12$

- ① 210 ② 220 ③ 230
 ④ 240 ⑤ 250

010. [한성은 QT3773번]

다음 조건을 만족시키는 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하여라.¹⁰⁾

- (가) $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 8$
 (나) $d - a < 4$

011. [한성은 KG9441번]

한 개의 주사위를 네 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 네 수 a, b, c, d 가

$$a-1 < b+1 \leq c-1 < d+1$$

을 만족시키는 경우의 수를 구하여라.¹¹⁾



[나눠주기]

▷ 서로 구별할 수 없는 공을 서로 다른 상자에 넣는 경우의 수는 중복조합이다.

012. [2020학년도 9월 28번]

연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.¹²⁾ (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

013. [2014학년도 수능(A형) 18번]

흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는?¹³⁾

- ① 295 ② 300 ③ 305
- ④ 310 ⑤ 315

014. [2022학년도 9월 확통 30번]

네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.¹⁴⁾

- (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.
- (나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.
- (다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.



[연습문제]

015. [2015학년도 9월 26번]

자연수 n 에 대하여 $abc=2^n$ 을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수가 28일 때, n 의 값을 구하여라.¹⁵⁾

016. [2017학년도 9월 15번]

각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는?¹⁶⁾

- ① 11 ② 14 ③ 17
- ④ 20 ⑤ 23

017. [2014학년도 9월 8번]

방정식 $x+y+z=4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?¹⁷⁾

- ① 21 ② 28 ③ 36
- ④ 45 ⑤ 56

018. [2015학년도 9월(A형) 15번]

네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는?¹⁸⁾

- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20



019. [2017학년도 6월 27번]

사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 8개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하여라.¹⁹⁾ (단, 각 종류의 과일은 8개 이상씩 있다.)

020. [2014학년도 9월(A형) 10번]

$3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?²⁰⁾

① 240 ② 270 ③ 300
 ④ 330 ⑤ 360

021. [한성은 ZN3324번]

다음 조건을 만족시키는 양의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라.²¹⁾

- (가) $x + y + z = 24$
 (나) $xy + z$ 는 홀수이다.

**022.** [한성은 XT2612번]

다음 조건을 만족시키는 0 이상 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?²²⁾

$$(가) a \leq b \leq c \leq d \leq 7$$

$$(나) (a-2)(d-5) < 0$$

- ① 92 ② 106 ③ 118
 ④ 124 ⑤ 136

023. [한성은 JG6712번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.²³⁾

$$(가) a+b+c+d=7$$

$$(나) 3^a \times 9^b \text{를 } 4 \text{로 나눈 나머지는 } 3 \text{이다.}$$

024. [한성은 VH7010번]

다음 조건을 만족시키는 -1 이상이고 0이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?²⁴⁾

$$(가) a+b+c+d+e=8$$

$$(나) \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{d}{|d|} + \frac{e}{|e|} \leq 1$$

- ① 365 ② 390 ③ 415
 ④ 440 ⑤ 465

025. [한성은 LH9002번]

방정식 $|x|+|y|+|z|=5$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z) 가 $xyz \neq 0$ 을 만족시킬 확률은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.²⁵⁾ (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



026. [한성은 BS9993번]

다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?²⁶⁾

- (가) $a+b+c$ 는 2의 배수이다.
 (나) $a \leq b \leq c \leq 15$

027. [2014학년도 수능 9번]

숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 숫자 4가 한 개 이하가 되는 경우의 수는?²⁷⁾

- ① 45 ② 42 ③ 39
 ④ 36 ⑤ 33

028. [2019학년도 수능 12번]

네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?²⁸⁾

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
 (나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

029. [2019학년도 9월 28번]

방정식 $a+b+c=9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a < 2 \text{ 또는 } b < 2$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.²⁹⁾
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



030. [2021학년도 6월 29번]

검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.³⁰⁾ (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

031. [2021학년도 9월 29번]

흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하여라.³¹⁾ (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.)

032. [2021학년도 수능 29번]

네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 모자 6개와 흰색 모자 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.³²⁾ (단 같은 색 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 각 학생은 1개 이상의 모자를 받는다.
- (나) 학생 A가 받는 검은색 모자의 개수는 4 이상이다.
- (다) 흰색 모자보다 검은색 모자를 더 많이 받는 학생은 A를 포함하여 2명뿐이다.

- 1) ②
- 2) ④
- 3) ①
- 4) 32
- 5) ③
- 6) 32
- 7) ③
- 8) 220
- 9) ①
- 10) 396

i) $d=a$ 인 경우 : ${}_1H_2 \times {}_8H_2 = 36$

ii) $d=a+1$ 인 경우 : ${}_2H_2 \times {}_7H_2 = 84$

iii) $d=a+2$ 인 경우 : ${}_3H_2 \times {}_6H_2 = 126$

iv) $d=a+3$ 인 경우 : ${}_4H_2 \times {}_5H_2 = 150$

- 11) 85
- 12) 49
- 13) ⑤
- 14) 218
- 15) 9
- 16) ④
- 17) ③
- 18) ③
- 19) 36
- 20) ④
- 21) 198
- 22) ③
- 23) 50

$a+2b$ 가 홀수가 되어야 하므로 a 가 홀수이다.

$b+c+d$ 의 값은 6 또는 4 또는 2 또는 0이다.

- 24) ⑤

i) 양수 한 개와 -1 네 개 : ${}_5C_1 = 5$

ii) 양수 두 개와 -1 세 개 : ${}_5C_2 \times {}_2H_9 = 100$

iii) 양수 세 개와 -1 두 개 : ${}_5C_3 \times {}_3H_7 = 360$

- 25) 25

i) x, y, z 중 0이 없는 경우 : ${}_3H_2 \times 2^3 = 48$

ii) x, y, z 중 0이 한 개 : $3 \times {}_2H_3 \times 2^2 = 48$

iii) x, y, z 중 0이 두 개 : ${}_3C_2 \times 2 = 6$

답은 $\frac{48}{48+48+6}$

- 26) 336

i) 세 짝수인 경우 : ${}_7H_3$

ii) 짝수 1개와 두 개의 홀수 : $7 \times {}_8H_2$

- 27) ④
- 28) ②
- 29) 89
- 30) 114
- 31) 168
- 32) 201