

[ P ]

PatterN DriLL  
수능 빈출 유형 분석  
등차수열과 등비수열

5A ACADEMY  
SOOHAN



[등차수열]

- ▷ 두 항  $a_m, a_n$ 이 주어지면 공차는  $\frac{a_n - a_m}{n - m}$ 이다.
- ▷ 일반항  $a_n$ 은  $n$ 에 대한 일차식이다.
  - ⇒ 점  $(n, a_n)$ 은 한 직선 위의 점들로 나타난다.
  - ⇒ 직선이 0이 되는 곳에 주목 :  
합이 최대(/최소)가 되는 것과 관련한다.

001. [2019학년도 6월(나형) 24번]

등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 5, \quad a_{15} = 25$$

일 때,  $a_{20}$ 의 값을 구하여라.<sup>1)</sup>

002. [2019학년도 9월(나형) 13번]

등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = -15, \quad |a_3| - a_4 = 0$$

일 때,  $a_7$ 의 값은?<sup>2)</sup>

- ① 21
- ② 23
- ③ 25
- ④ 27
- ⑤ 29

003. [한성은 PW5047번]

공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$|a_5 - 2k| = |a_9 - 2k|, \quad \left| a_6 - \frac{5}{2}k \right| = \left| a_{12} - \frac{5}{2}k \right|$$

를 만족시키고  $a_{10} = 11$ 일 때,  $a_1$ 의 값을 구하여라.<sup>3)</sup>

004. [한성은 VW0315번]

첫째항이 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$|a_5| - |a_4| = 6, \quad |a_4| - |a_3| = 4$$

를 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값을 구하여라.<sup>4)</sup>



[등차수열의 합(중항)]

▷ 등차수열의 합은  
 (항들의 평균값) × (항의 개수)  
 이다. 평균을 꺾어보면 좋은 일이 일어난다.

**005.** [2017학년도 6월(나형) 12번]

등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_8 = a_2 + 12, \quad a_1 + a_2 + a_3 = 15$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?5)

- ① 17                      ② 19                      ③ 21  
 ④ 23                      ⑤ 25

**006.** [2018학년도 수능(나형) 14번]

등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_5 + a_{13} = 3a_9, \quad \sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때,  $a_{13}$ 의 값은?6)

- ① 2                      ② 1                      ③ 0  
 ④ -1                      ⑤ -2

**007.** [2018년 4월(나형) 28번]

등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_1 + a_2 + a_3 = 159$   
 (나)  $a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 96$ 인 자연수  $m$ 에 대하여  

$$\sum_{k=1}^m a_k = 425 \text{ (단, } m > 3 \text{)}$$

$a_{11}$ 의 값을 구하여라.7)



[등차수열의 합(이차식)]

- ▷ 등차수열의 합의 수열  $S_n$ 은  $n$ 에 대하여 상수항이 없는 이차식이다.
- ※ 합이 상수항을 가지는 이차식이면, 수열은 제2항부터 등차수열이다.

008. [한성은 AB8449번]

공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k \times \sum_{k=1}^n b_k = n^4 - n$$

를 만족시킬 때,  $b_1 + b_5$ 의 값은?<sup>8)</sup>

- ①  $\frac{11}{2}$                       ② 6                      ③  $\frac{13}{2}$
- ④ 7                              ⑤  $\frac{15}{2}$

009. [2009학년도 6월 16번]

공차가  $d_1, d_2$ 인 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을 각각  $S_n, T_n$ 이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2 - 1)$$

일 때, 보기에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?<sup>9)</sup>

- ㄱ.  $a_n = n$ 이면  $b_n = 4n - 4$ 이다.
- ㄴ.  $d_1 d_2 = 4$
- ㄷ.  $a_1 \neq 0$ 이면  $a_n = n$ 이다.

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



[등차수열의 합(그래프)]

- ▷ 상수항이 없는 이차식이다.  
 ⇒ 극점, 대칭성 등 이차함수의 특징 관찰.  
 ⇒ 이차식이 극값을 가질 때 ~ 수열의 값이 0일 때

**010.** [한성은 IS8782번]

첫째항이 38인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_5 = S_{15}$$

일 때,  $a_8$ 의 값을 구하여라.<sup>10)</sup>

**011.** [한성은 TL0728번]

첫째항이 14인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_5 = S_{10}$$

일 때,  $S_3$ 의 값을 구하여라.<sup>11)</sup>

**012.** [2020학년도 수능(나형) 15번]

첫째항이 50이고 공차가  $-4$ 인 등차수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$ 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수  $m$ 의 값은?<sup>12)</sup>

- ① 8                                  ② 9                                  ③ 10  
 ④ 11                                 ⑤ 12

**[등비수열]**

▷ 두 항  $a_m, a_n$ 이 주어지면 공비는  $\sqrt[n-m]{\frac{a_n}{a_m}}$ 이다.

**013.** [2020학년도 수능(나형) 23번]

모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}} + \frac{a_8}{a_7} = 12$$

일 때,  $\frac{a_3}{a_1} + \frac{a_6}{a_3}$ 의 값을 구하여라.<sup>13)</sup>

**014.**

[2014학년도 6월 4번]

공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 + a_2 = 12$ ,

$\frac{a_3 + a_7}{a_1 + a_5} = 4$ 를 만족시킬 때,  $a_4$ 의 값은?<sup>14)</sup>

- ① 24                      ② 28                      ③ 32  
④ 36                      ⑤ 40

**015.**

[2018학년도 6월(나형) 26번]

첫째항이 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = \frac{1}{4}$$

일 때,  $a_5 = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라.<sup>15)</sup>

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



[등비수열의 구조]

▷ 수열  $\{a_n\}$ 이 등비수열이면, 수열

$$\{a_{2n}\}, \{a_n + a_{n+1}\}, \{a_n^2\}, \left\{\frac{1}{a_n}\right\}$$

등도 등비수열이다.

016. [2019학년도 수능(나형) 24번]

첫째항이 7인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때,  $a_7$ 의 값을 구하여라.<sup>16)</sup>

017. [2019학년도 6월(나형) 15번]

등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4(a_2 - a_1), \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 15$$

일 때,  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?<sup>17)</sup>

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

018. [한성은 RG9117번]

모든 항이 서로 다른 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_{30} - S_{10} = 3S_{20}$$

일 때,  $\frac{a_{20} + a_{30}}{a_{10}}$ 의 값은?<sup>18)</sup>

- ① 3                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 12

019. [한성은 GV4575번]

모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^9 a_k = \sum_{k=1}^9 \frac{9}{a_k}$$

일 때,  $a_5$ 의 값은?<sup>19)</sup>

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
④ 5                      ⑤ 6



[등차중항과 등비중항]

▷  $a, b, c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$$\Rightarrow a+c=2b$$

▷ 세 수가 등차수열을 이룬다.

$$\Rightarrow a-d, a, a+d$$

**020.** [2012학년도 수능 25번]

세 수  $a, a+b, 2a-b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고,  
세 수  $1, a-1, 3b+1$ 은 이 순서대로 공비가 양수인  
등비수열을 이룬다.  $a^2+b^2$ 의 값을 구하여라.<sup>20)</sup>

**021.** [2016학년도 6월(A형) 16번]

공차가 6인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항  $a_2, a_k, a_8$ 은  
이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 항  $a_1, a_2, a_k$ 는  
이 순서대로 등비수열을 이룬다.  $k+a_1$ 의 값은?<sup>21)</sup>

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
④ 10                     ⑤ 11

**022.** [2011학년도 수능(나형) 22번]

공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 의 세 항  $a_2, a_4, a_9$ 가  
이 순서대로 공비  $r$ 인 등비수열을 이룰 때,  $6r$ 의 값을  
구하여라.<sup>22)</sup>



**[등비수열의 합]**

$$\triangleright \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = a(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1})$$

**023.** [2020학년도 6월(나형) 24번]

공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때,  $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값을 구하여라.<sup>23)</sup>

**024.** [2020학년도 6월(나형) 28번]

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_m$ 의 값을 구하여라.<sup>24)</sup>

(가)  $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나)  $\sum_{k=1}^m a_k = 122$



[연습문제]

**025.** [2018학년도 6월(나형) 15번]

공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식

$x^2 - 14x + 24 = 0$ 의 두 근이  $a_3, a_8$ 이다.  $\sum_{k=3}^8 a_k$ 의 값은?25)

- ① 40                      ② 42                      ③ 44  
 ④ 46                      ⑤ 48

**026.** [한성은 LS4128번]

공차가 자연수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 8, (a_8)^2 - (a_4)^2 = 256$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하여라.26)

**027.** [한성은 LT7042번]

공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 가  $(a_4)^2 = (a_{12})^2$ 를

만족시킬 때,  $\frac{a_{20}}{a_{12}}$ 의 값은?27)

- ① 2                      ②  $\frac{5}{2}$                       ③ 3  
 ④  $\frac{7}{2}$                       ⑤ 4

**028.** [2017학년도 수능(나형) 15번]

공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을

만족시킬 때,  $a_5$ 의 값은?28)

(가)  $a_6 + a_8 = 0$   
 (나)  $|a_6| = |a_7| + 3$

- ① -15                      ② -13                      ③ -11  
 ④ -9                      ⑤ -7



**029.** [한성은 PZ4910번]

공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + b_n = 4n - 2$$

를 만족시킨다.  $a_2 - b_2 = 10$ 일 때,  $b_{10}$ 의 값을 구하여라.<sup>29)</sup>

**030.** [한성은 CX4713번]

공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $d$ 의 값을 구하여라.<sup>30)</sup>

(가)  $a_1 + a_m + a_{m+1} + a_{2m} = 112$

(나)  $\sum_{k=1}^m a_{2k-1} = 648$

(다)  $\sum_{k=1}^m a_{2k} = 696$

**031.** [한성은 DK2791번]

모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_9 = 16, \quad a_3 + a_6 + a_9 = 14$$

일 때,  $(a_3)^2 + (a_6)^2 + (a_9)^2$ 의 값을 구하여라.<sup>31)</sup>

**032.** [2015년 3월 27번]

모든 항이 양의 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_3 = 7a_3$ 일 때,  $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값을 구하여라.<sup>32)</sup>

**033.**

[한성은 IT0491번]

$a_1$ 이 자연수인 등비수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이  
다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^{2m} a_k = -85$$

$$(나) \sum_{k=1}^{2m} |a_k| = 255$$

$a_1$ 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.<sup>33)</sup>

**034.**

[2019학년도 수능(나형) 29번]

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열  
 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인  
등비수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_7 + b_7$ 의  
값을 구하여라.<sup>34)</sup>

$$(가) \sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$$

$$(나) \sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$$

$$(다) \sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$$



**035.** [2021학년도 6월 26번]

공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_k = -16$ ,  $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수  $k$ 에 대하여  $a_{2k}$ 의 값을 구하여라.<sup>35)</sup>

**036.** [한성은 WX3093번]

두 등차수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을 각각  $S_n$ ,  $T_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+1}{n+2}$$

가 성립할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>36)</sup>

- ㄱ.  $S_n = n^2 + n$ 이다.
- ㄴ.  $a_n = 2n$ 이면  $b_n = 2n + 1$ 이다.
- ㄷ.  $9a_4 = 8b_4$ 이다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ



**037.** [2023학년도 6월 12번]

공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{10}$ 의 값은?<sup>37)</sup>

(가)  $a_5 \times a_7 < 0$

(나)  $\sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$

- ①  $\frac{21}{2}$                       ② 11                      ③  $\frac{23}{2}$   
 ④ 12                      ⑤  $\frac{25}{2}$

**038.** [2022학년도 9월 13번]

첫째항이  $-45$ 이고 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수  $d$ 의 값의 합은?<sup>38)</sup>

(가)  $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수  $m$ 이 존재한다.

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44                      ② 48                      ③ 52  
 ④ 56                      ⑤ 60

- 
- 1) 35
  - 2) ①
  - 3) 2
  - 4) 13
  - 5) ③
  - 6) ①
  - 7) 26
  - 8) ③
  - 9) ③
  - 10) 10
  - 11) 36
  - 12) ④
  - 13) 36
  - 14) ③
  - 15) 19
  - 16) 63
  - 17) ③
  - 18) ⑤
  - 19) ②
  - 20) 10
  - 21) ②
  - 22) 15
  - 23) 80
  - 24) 162
  - 25) ②
  - 26) 24
  - 27) ③
  - 28) ①
  - 29) 6

$a_n = 3n + a$ 이므로  $b_n = n + b$ 이다. 준 식에서  $a + b = -2$ 이고,  $a_2 - b_2 = 4 + a - b = 10$ 이므로  $a = 2$ ,  $b = -4$ 이다.

- 30) 2
- 31) 84
- 32) 502
- 33) 103

$$\frac{a_1(r^{2m} - 1)}{r - 1} = -85, \quad \frac{|a_1|(r^{2m} - 1)}{|r| - 1} = \frac{a_1(r^{2m} - 1)}{|r| - 1} = 255 \text{에서 } \frac{r - 1}{|r| - 1} = -3 \text{이다.}$$

$r \neq 1$ 이므로  $r = -2$ 이다.  $a_1(4^m - 1) = 255$ 에서  $4^m - 1$ 이 255의 약수인 경우는  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 4$ 이다.

대응되는  $a_1$ 의 값은 85, 17, 1이다.

- 34) 117
- 35) 7
- 36) ⑤
- 37) ③
- 38) ②