

[P]

PatterN DriLL
수능 빈출 유형 분석
이차곡선의 정의

5A ACADEMY
SOOHAN



[이차곡선의 정의]

- ▷ 이차곡선의 정의를 이용한 풀이 :
초점에서 연결, 준선에 수선 내리고 선분의 길이를 깨려본다.
- ※ 평가원/수능 이차곡선 문항의 대부분은 점의 좌표를 변수로 놓지 않는다.
예외1) 접선에 관련된 문항.
예외2) 포물선은 대체로 아무렇게나 풀어도 됨.

001. [2019학년도 수능 6번]

초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF} = 9$ 일 때, 점 P의 x 좌표는?1)

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
- ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

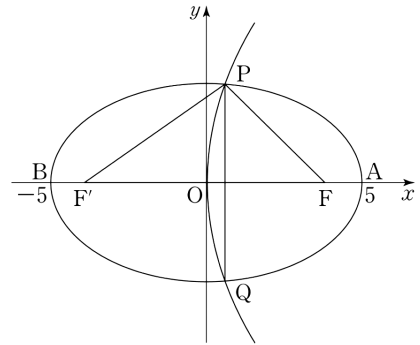
002. [한성은 AH7974번]

타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 F(-4, 0)에 대하여 \overline{FP} 의 값은?2)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

003. [2011학년도 9월 20번]

좌표평면에서 두 점 A(5, 0), B(-5, 0)에 대하여 장축이 선분 AB인 타원의 두 초점을 F, F'이라 하자. 초점이 F이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 타원과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 일 때, 두 선분 PF와 PF'의 길이의 곱 $\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.3) (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)





004. [한성은 HE7038번]

두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 과 선분 FF'을
지름으로 하는 원이 만나는 점 중 하나를 P라 하자.
 $\overline{FP} + \overline{F'P}$ 의 값은?⁴⁾

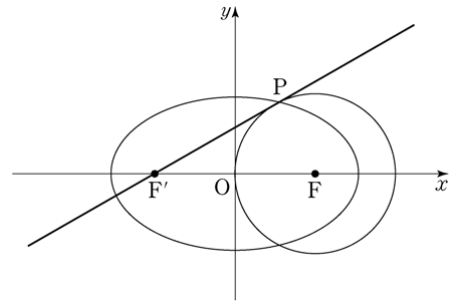
- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$
- ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

005. [한성은 ME8167번]

두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 점 P에
대하여 초점 F'에서 직선 FP까지의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이다.
 $\overline{FP} \times \overline{F'P}$ 의 값을 구하여라.⁵⁾

006. [2016학년도 6월 12번]

그림과 같이 두 점 F(c, 0), F'(-c, 0) (c>0)을 초점으로
하고 장축의 길이가 4인 타원이 있다. 점 F를 중심으로
하고 반지름의 길이가 c인 원이 타원과 점 P에서 만난다.
점 P에서 원에 접하는 직선이 점 F'을 지날 때,
c의 값은?⁶⁾



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10} - \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6} - 1$
- ④ $2\sqrt{3} - 2$ ⑤ $\sqrt{14} - \sqrt{5}$

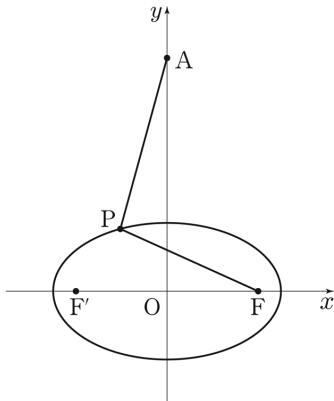


[최대최소]

▷ 선분의 길이를 변수로 놓고,
일단 정의 한 번 때리자.

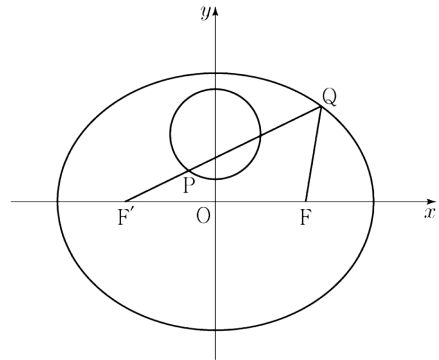
007. [2014학년도 수능 27번]

그림과 같이 y 축 위의 점 $A(0, a)$ 와 두 점 F, F' 을
초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가
있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때, a^2 의 값을 구하여라.⁷⁾



008. [2019학년도 수능 28번]

두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다. 원
 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 가
이 타원과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라
하자. $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하여라.⁸⁾



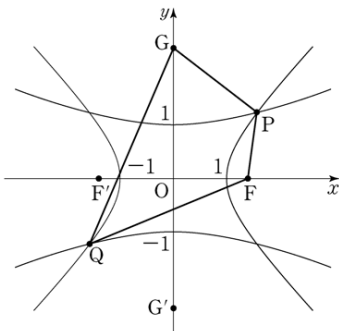


[대칭성]

▷ 평가원/수능 문제가 기형적으로 발전한 방향.
처음엔 귀여워서 웃었는데.. 어렵네?

009. [2016학년도 6월 19번]

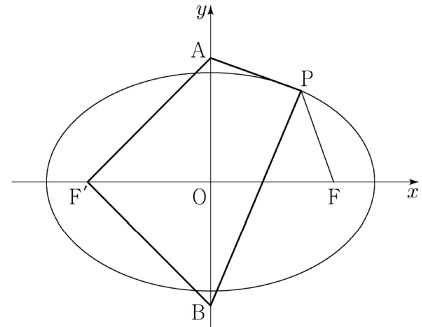
그림과 같이 초점이 각각 F, F' 과 G, G' 이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O 인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P , 제3사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PG} \times \overline{QG} = 8$, $\overline{PF} \times \overline{QF} = 4$ 일 때, 사각형 $PGQF$ 의 둘레의 길이는? (단, 점 F 의 x 좌표와 점 G 의 y 좌표는 양수이다.)



- ① $6+2\sqrt{2}$
- ② $6+2\sqrt{3}$
- ③ 10
- ④ $6+2\sqrt{5}$
- ⑤ $6+2\sqrt{6}$

010. [2019학년도 9월 27번]

좌표평면에서 두 점 $A(0, 3), B(0, -3)$ 에 대하여, 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{AP} = \overline{PF}$ 를 만족시킨다. 사각형 $AF'BP$ 의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이고 a, b 는 자연수이다.)





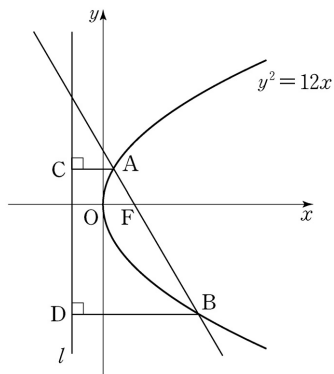
[포물선의 초점을 지나는 직선1]

▷ 포물선 $y^2 = 4px$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 A, B라 하자.

$\overline{FA} = a$, $\overline{FB} = b$ 라 하면 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ 이다.

011. [2015학년도 수능 10번]

그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F를 지나는 직선과 포물선이 만나는 두 점 A, B에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AC} = 4$ 일 때, 선분 BD의 길이는? ¹¹⁾



- ① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13
- ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

012. [2013학년도 수능 18번]

자연수 n 에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자.

$\overline{PF} = 1$ 이고 $\overline{FQ} = a_n$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하면? ¹²⁾

- ① 210 ② 205 ③ 200
- ④ 195 ⑤ 190

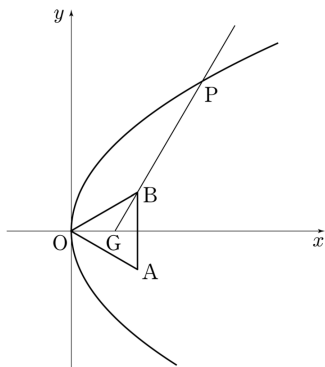


[포물선의 초점을 지나는 직선2]

▷ 포물선 $y^2 = 4px$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 A, B라 하자. $\overline{FA} = a$, $\overline{FB} = b (b < a)$, 직선과 x축이 이루는 각의 크기를 θ 라 하면 $\cos\theta = \frac{a-2p}{a}$, $\cos\theta = \frac{2p-b}{b}$ 이다.

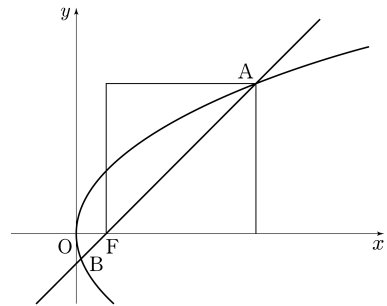
013. [2012학년도 6월 29번]

그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 OAB의 무게중심 G가 x축 위에 있다. 꼭짓점이 O이고 초점이 G인 포물선과 직선 GB가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 선분 GP의 길이를 구하여라.¹³⁾ (단, O는 원점이다.)



014. [2013학년도 9월 26번]

그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F인 포물선과 점 F를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AF를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB의 길이는 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.¹⁴⁾ (단, a, b는 정수이다.)





[이차곡선의 자취]

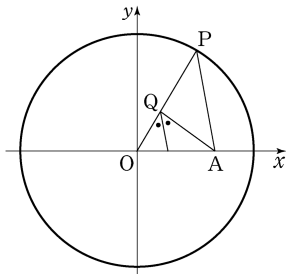
▷ 평가원에서는 잘 안 보였는데, 요즘 좀 보임.

015. [2009학년도 9월 8번]

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 와 점 $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 Q 전체의 집합을 X 라 하자. (단, $b \neq 0$)

- (가) 점 Q 는 선분 OP 위에 있다.
- (나) 점 Q 를 지나고 직선 AP 에 평행한 직선이 $\angle OQA$ 를 이등분한다.

집합의 포함관계로 옳은 것은?15)



- ① $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ② $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ③ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ④ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ⑤ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$

016. [2014학년도 6월 29번]

좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A 에 대하여 점 B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A 가 원점이면 점 B 도 원점이다.
- (나) 점 A 가 원점이 아니면 점 B 는 점 A , 원점 그리고 점 A 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

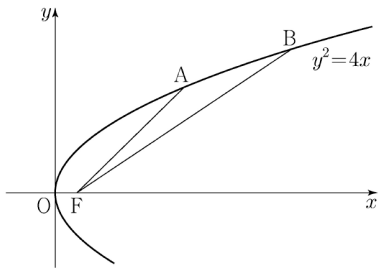
점 A 가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q 에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q 의 x 좌표의 값의 합을 구하여라.16)



[연습문제]

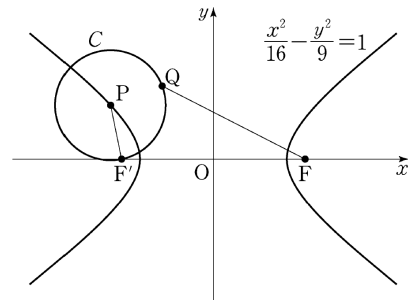
017. [2020학년도 9월 27번]

초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x 좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x 좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하여라.¹⁷⁾



018. [2017학년도 6월 18번]

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P를 중심으로 하고 선분 PF'을 반지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 FQ의 길이의 최댓값이 14일 때, 원 C의 넓이는?¹⁸⁾ (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$)

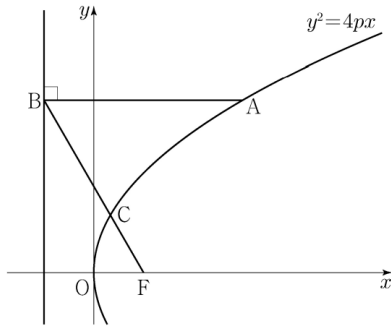


- ① 7π
- ② 8π
- ③ 9π
- ④ 10π
- ⑤ 11π



019. [2022학년도 9월 기하 26번]

초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BF}$ 이고 $\overline{BC} + 3\overline{CF} = 6$ 일 때, 양수 p 의 값은?19)



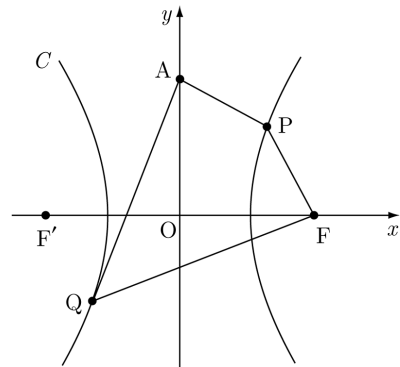
- ① $\frac{7}{8}$
- ② $\frac{8}{9}$
- ③ $\frac{9}{10}$
- ④ $\frac{10}{11}$
- ⑤ $\frac{11}{12}$

020. [한성은 PW3198번]

좌표평면에 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 이고 주축의 길이가 4인 쌍곡선 C 가 있다. 점 $A(0, c)$ 에 대하여 쌍곡선 위의 두 점 P와 Q는

$$\overline{AP} = \overline{FP}, \overline{AQ} = \overline{FQ}$$

를 만족시킨다. 사각형 APFQ의 둘레의 길이가 20일 때, \overline{AP} 의 값은?20) (단, $c > 0$)



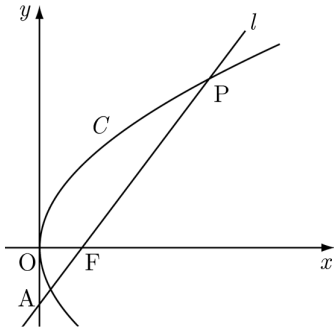
- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4



021.

[한성은 PB4943번]

좌표평면 위의 포물선 $C: y^2 = 12x$ 와 점 $A(0, -4)$ 가 있다. 점 A 와 포물선의 초점 F 를 지나는 직선 l 이 포물선 C 와 만나는 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. \overline{PF} 의 값은?21)

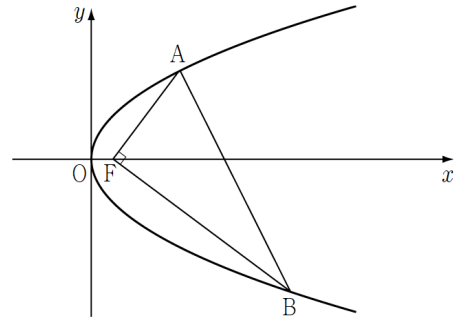


- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

022.

[한성은 CQ0361번]

그림과 같이 초점 F 인 포물선 $y^2 = 4x$ 과 포물선 위의 두 점 A, B 가 있다. $\angle AFB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AF} = 5$ 일 때, \overline{AB} 의 값은?22)



- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

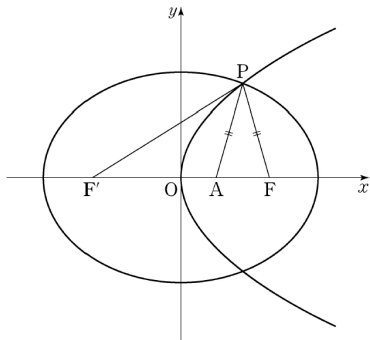


023. [2018학년도 9월 27번]

좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ ($a > 0$)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > a$)인 타원의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \overline{PA} = \overline{PF}, \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

일 때, 타원의 장축의 길이는 $p + q\sqrt{7}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.²³⁾ (단, p, q 는 유리수이다.)



024. [한성은 HZ7706번]

두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q 라 하자. 사각형 $FPF'Q$ 가 넓이가 32인 직사각형일 때, b^2 의 값을 구하여라.²⁴⁾

025. [한성은 CI1586번]

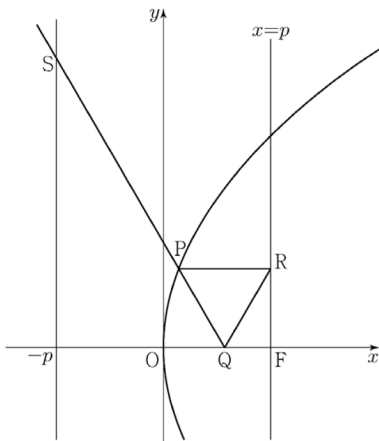
초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px$ 에 대하여 기울기가 $2\sqrt{2}$ 이고 점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 18$ 일 때, p 의 값은?²⁵⁾

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



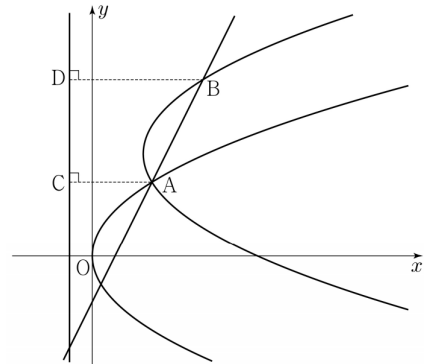
026. [수능 예시문항 기하 29번]

그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P , x 축 위의 점 Q , 직선 $x=p$ 위의 점 R 에 대하여 삼각형 PQR 는 정삼각형이고 직선 PR 는 x 축과 평행하다. 직선 PQ 가 점 $S(-p, \sqrt{21})$ 을 지날 때, $\overline{QF} = \frac{a+b\sqrt{7}}{6}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.²⁶⁾ (단, a 와 b 는 정수이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)



027. [2022학년도 6월 기하 29번]

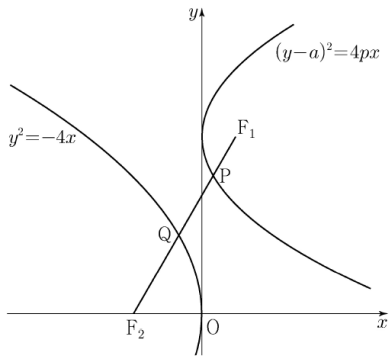
포물선 $y^2 = 8x$ 와 직선 $y = 2x - 4$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A 라 하자. 양수 a 에 대하여 포물선 $(y-2a)^2 = 8(x-a)$ 가 점 A 를 지날 때, 직선 $y = 2x - 4$ 와 포물선 $(y-2a)^2 = 8(x-a)$ 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B 라 하자. 두 점 A, B 에서 직선 $x = -2$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, $\overline{AC} + \overline{BD} - \overline{AB} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하여라.²⁷⁾





028. [2022학년도 수능 기하 28번]

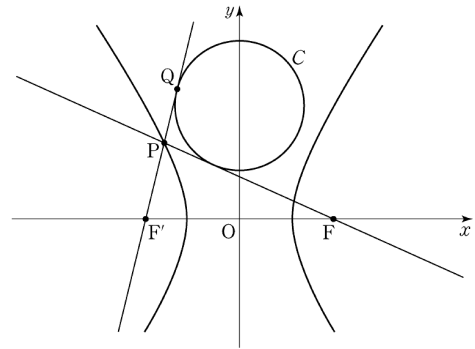
두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3, \overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은? ²⁸⁾



- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

029. [2018학년도 수능 27번]

그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 과 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 과 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하여라. ²⁹⁾ (단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$)

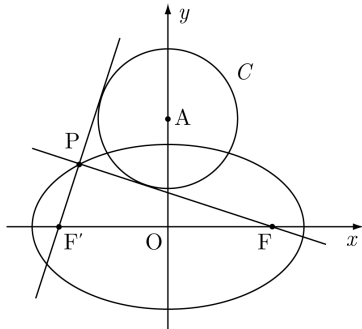




030.

[한성은 UP7845번]

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F'P에 동시에 접하고 중심이 A(0, 4)인 원 C가 있다. 원 C의 반지름의 길이는? ³⁰⁾

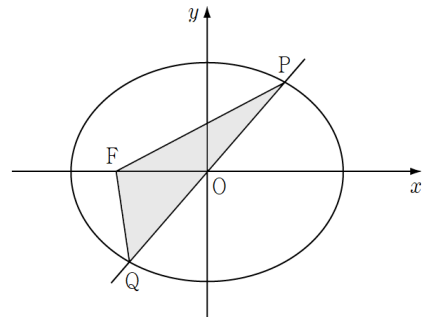


- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

031.

[한성은 YZ0865번]

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 원점을 지나는 한 직선이 두 점 P, Q에서 서로 만난다. 타원의 한 초점 F에 대하여 $\overline{FP} = 2\overline{FQ}$ 일 때, 삼각형 FPQ의 넓이는? ³¹⁾



- ① $\sqrt{14}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 4
- ④ $\sqrt{17}$ ⑤ $3\sqrt{2}$



032. [2020학년도 수능 17번]

평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다.
 $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의
 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는?³²⁾

- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
 ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

033. [2023학년도 6월 기하 28번]

좌표평면에서 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직이는 점 P가 있다.
 두 점 $A(c, 0)$, $B(-c, 0)$ ($c > 0$)에 대하여 $\overline{PB} - \overline{PA}$ 의 값이
 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표가 $(3, 3)$ 일 때, 상수 c 의
 값은?³³⁾

- ① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

034. [2020학년도 9월 21번]

좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 다음
 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은?³⁴⁾

직사각형 위를 움직이는 점 P에 대하여
 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때
 최대이고 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 일 때 최소이다.

- ① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$
 ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$

-
- 1) ①
 - 2) ③
 - 3) 103
 - 4) ④
 - 5) 15
 - 6) ④
 - 7) 105
 - 8) 11
 - 9) ④
 - 10) 14
 - 11) ①
 - 12) ①
 - 13) 8
 - 14) 128
 - 15) ⑤
 - 16) 14
 - 17) 90
 - 18) ③
 - 19) ③
 - 20) ③
 - 21) ⑤
 - 22) ⑤
 - 23) 29
 - 24) 16
 - 25) ⑤
 - 26) 6
 - 27) 80
 - 28) ⑤
 - 29) 116
 - 30) ②
 - 31) ②
 - 32) ⑤
 - 33) ①
 - 34) ⑤