

[P]

PatterN DriLL
수능 빈출 유형 분석
함수의 그래프

5A ACADEMY
SOOHAN



[함수의 개형]

▷ 자주 보이는 함수의 그래프를 익혀두자.

$$\frac{x}{x^2+a^2} \text{ 나 (다항함수)} \times \text{(지수함수) 등등}$$

▷ 간단한 합성이나 두 함수의 연산으로 나타난 함수의 그래프를 그릴 수 있도록

001. [2019학년도 6월 26번]

좌표평면에서 점 $(2, a)$ 가 곡선 $y = \frac{2}{x^2+b}$ ($b > 0$)의

변곡점일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.1) (단, a, b 는 상수이다.)

002. [한성은 DL9082번]

함수 $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-a)^2}$ 의 극솟값이 1일 때,

양수 a 의 값은?2)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

003. [2015학년도 9월 20번]

3 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x^n e^{-x}$$

일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?3)

$$\neg. f\left(\frac{n}{2}\right) = f'\left(\frac{n}{2}\right)$$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. 점 $(0, 0)$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



004. [한성은 CD8504번]

곡선 $y = \frac{1}{x^2 + a^2}$ 의 변곡점 중 하나가 곡선 $y = \frac{x}{x^2 + b^2}$ 의

극대점일 때, ab 의 값은?⁴⁾ (단, a, b 는 양수이다.)

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10}$

005. [한성은 AB0576번]

곡선

$$y = (\ln ax)^2 \quad (a > 0)$$

의 변곡점에서 접하는 직선의 기울기가 1일 때, a 의 값은?⁵⁾

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ 1
 ④ $\frac{e}{2}$ ⑤ e

006. [한성은 ML9108번]

함수

$$f(x) = \ln(x^2 + a) \quad (a > 0)$$

에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. $g(x)$ 의 최솟값이 -1 일 때, a 의 값은?⁶⁾

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ e



[조건을 만족시키는 함수]

▷ 잘

007. [2018학년도 6월 20번]

양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은?⁷⁾

- (가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.
 (나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(2m) = -\frac{80}{9}$ 이다.

- ① -15 ② -12 ③ -9
 ④ -6 ⑤ -3

008. [2017학년도 6월 21번]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \neq 1$
 (나) $f(x) + f(-x) = 0$
 (다) $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?⁸⁾

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \neq -1$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
 ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**[미분가능성]**

▷ 그래프가 [꺾여] 있는지를 봐야 하는 한다.
식으로 다루는 것과 구별되는 유형.

009. [2013학년도 수능 21번]

함수 $f(x) = kx^2e^{-x}$ ($k > 0$)과 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 x 축까지의 거리와 y 축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k 의 최댓값은?⁹⁾

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ \sqrt{e} ⑤ e

010.

[한성은 DV1798번]

함수

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + b} \quad (b \text{는 양의 상수})$$

에 대하여 함수 $|f(x) - f(a)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 a 가 존재한다. b 의 값은?¹⁰⁾

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2



[강제당하는 함수]

▷ 대충 모르겠으면 선분(일차식)으로 가라든가.
평가원이 은근히 좋아하는 유형.

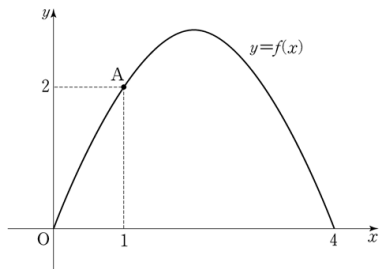
011. [2014년 5월(예비평가) 18번]

$x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $2x \leq f(x) \leq 3x$ 이다.
 $f(1) = 2$ 이고 $f(2) = 6$ 일 때, $f'(1) + f'(2)$ 의 값은?¹¹⁾

- ① 8 ② 7 ③ 6
- ④ 5 ⑤ 4

012. [2016학년도 6월 14번]

닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}x$ 의
그래프가 그림과 같고, 직선 $y = g(x)$ 가 $y = f(x)$ 의
그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다. 일차함수 $g(x)$ 가
닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의
값은?¹²⁾



- ① π ② $\pi + 1$ ③ $\pi + 2$
- ④ $\pi + 3$ ⑤ $\pi + 4$

013. [2015학년도 6월 30번]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음
조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의
그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$,
점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을
모두 지난다.
- (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간
 $[2k, 2k+1]$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는
각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하여라.¹³⁾

**014.** [2016학년도 수능 30번]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다.

(단, a, b, c 는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$$

이다.

$\int_0^6 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.¹⁴⁾

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

015. [한성은 JQ2270번]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a\pi \leq x \leq (a+1)\pi$ 일 때, $f(x) = b\cos x + c$ 이다.

(단, a 는 정수, b, c 는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_{a\pi}^x \sqrt{4f(t) - \{f(t)\}^2} dt$$

이다.

$\int_0^{8\pi} f(x) dx = 14\pi$ 일 때, abc 의 값은?¹⁵⁾

- ① -16 ② -8 ③ 4
④ 8 ⑤ 16



[변곡점에서 그은 접선]

▷ 변곡점은 기울기가 극대/극소가 되는 점이다.

016. [한성은 ZA9999번]

$x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = (\ln x)^2 + a$ 가 있다. $t > 0$ 인 t 에 대하여 함수 $g(t)$ 는 원점과 점 $(t, f(t))$ 사이의 기울기이다. $g(t)$ 가 극대가 되는 t 값이 존재하지 않을 때, a 의 최솟값은?¹⁶⁾

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

017. [한성은 TZ8378번]

함수 $f(x) = \frac{k}{x^2 - 2x + 4}$ 가 있다. $t > 0$ 인 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 와 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. $g(t)$ 가 극댓값을 갖지 않을 때, k 의 최댓값은?¹⁷⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

018. [2014학년도 수능 30번]

이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 $(1, g(1))$ 과 점 $(4, g(4))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.
- (나) 점 $(0, k)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인 k 의 값의 범위는 $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하여라.¹⁸⁾



[기울기의 범위]

▷ $y = f'(x)$ 의 그래프가 필요한 문항.
 $\Rightarrow f'(x) = g(x)$ 라 두고 풀자.
 ※ $\frac{f(x)-b}{x-a}$: 두 점 $(a, b), (x, f(x))$ 사이의 기울기.

019. [2016학년도 6월 21번]

2 이상의 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = e^{x+1}\{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값을 $g(n)$ 이라 하자. $1 \leq g(n) \leq 8$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은?19)

- ① 43 ② 46 ③ 49
- ④ 52 ⑤ 55

020. [2016학년도 9월 30번]

양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하여라.20)



[합성함수의 그래프]

- ▷ 방정식 $f(g(x))=0$ 풀기
 - ① $f(t)=0$ 을 푼다.
 - ② $g(x)=t$ 를 푼다.
(함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 이용)
- ▷ 합성함수의 그래프 : 증감조사, N축

021. [2022학년도 수능 미적분 28번]

함수 $f(x)=6\pi(x-1)^2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=3f(x)+4\cos f(x)$ 라 하자. $0 < x < 2$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극소가 되는 x 의 개수는?21)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

022. [2021학년도 수능 30번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)=f(\sin^2 \pi x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 < x < 1$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 x 의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2)=a+b\sqrt{2}$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.22)
(단, a 와 b 는 유리수이다.)

**023.** [2019학년도 9월 30번]

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0인

사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = 2x^4e^{-x}$ 에 대하여
 합성함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (나) 함수 $h(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $h(x) = 8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하여라.²³⁾ (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$)

024. [한성은 JD9232번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $xf(x) \geq 0$ 이다.

또, 함수 $g(x) = xe^{-x}$ 에 대하여 합성함수
 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $h(x) = 0$ 의 근이 2개다.
 (나) $h(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극소이다.

$f'\left(\frac{2}{e}\right)$ 의 값은?²⁴⁾ (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$)

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{2}{e^2}$ ③ $\frac{3}{e^2}$
 ④ $\frac{4}{e^2}$ ⑤ $\frac{5}{e^2}$



[연습문제]

025. [2022학년도 6월 미적분 27번]

두 함수

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k \sin x$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k 의 값은?25)

- ① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$
 ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$

026. [2017년 3월 28번]

연속함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 1, f(3) = 3, f(7) = 7$
 (나) $x \neq 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f''(x) < 0$ 이다.
 (다) $\int_1^7 f(x) dx = 27, \int_1^3 g(x) dx = 3$

12 $\int_3^7 |f(x) - x| dx$ 의 값을 구하여라.26)

027. [2018학년도 6월 16번]

실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x \leq 2) \\ \ln(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 직선 $y = x + t$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 a 의 값이 한 개일 때, k 의 값은?27)

- ① -2 ② $-\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{11}{4}$ ⑤ -3



028.

[2016년 3월 30번]

함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a < 0$)에 대하여 부등식

$$f(x) \geq t \quad (t > 0)$$

을 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 정의하자. 함수 $g(t)$ 가

$t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속일 때, $100a^2$ 의 값을 구하여라.²⁸⁾

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$)

029.

[2015년 4월 21번]

함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 e^x + k & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)| - f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 정수 k 의 개수는?²⁹⁾

- (가) 함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 는 미분가능하지 않은 점이 2개다.

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7



030. [2022학년도 9월 미적분 29번]

이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \{f(x)+2\}e^{f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a)=6$ 인 a 에 대하여 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 최댓값을 갖는다.
- (나) $g(x)$ 는 $x=b, x=b+6$ 에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값을 구하여라.³⁰⁾ (단, a, b 는 실수이다.)

031. [2023학년도 6월 미적분 28번]

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은?³¹⁾

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고, 함수 $|g(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.
- (다) 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$
- ② $\ln \frac{16}{27}$
- ③ $\ln \frac{19}{27}$
- ④ $\ln \frac{22}{27}$
- ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

-
- 1) 96
 - 2) ④
 - 3) ③
 - 4) ②
 - 5) ④
 - 6) ②
 - 7) ③
 - 8) ①
 - 9) ⑤
 - 10) ③
 - 11) ④
 - 12) ③
 - 13) 167
 - 14) 35
 - 15) ①
 - 16) ④
 - 17) ④
 - 18) 72
 - 19) ④
 - 20) 15
 - 21) ②
 - 22) 29
 - 23) 30
 - 24) ⑤
 - 25) ④
 - 26) 24
 - 27) ④
 - 28) 25
 - 29) ①
 - 30) 24
 - 31) ⑤