

[P]

PatterN DriLL
수능 빈출 유형 분석
지수로그함수의 그래프

5A ACADEMY
SOOHAN



[지수로그함수의 그래프]

▷ 적당히

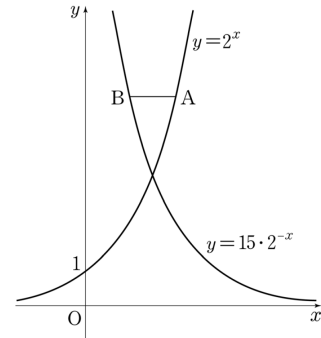
001. [2022학년도 9월 12번]

함수 $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k 의 최댓값은?1)

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

002. [한성은 YY1379번]

그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상 자연수 a 의 개수는?2)



- ① 40 ② 43 ③ 46
- ④ 49 ⑤ 52



[점근선]

- ▷ 지수함수의 점근선 :
대충 $x \rightarrow \infty$ 나 $x \rightarrow -\infty$ 일 때를 깨려본다.
- ▷ 로그함수의 점근선 :
진수부분이 0이 될 때의 x 값을 찾는다.

003. [2015학년도 6월 19번]

$0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx - 1), \quad g(x) = \log_b(ax - 1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은?³⁾

- ① $b = -2a + 2 (a < a < \frac{1}{2})$ ② $b = 2a (0 < a < \frac{1}{2})$
- ③ $b = 2a (\frac{1}{2} < a < 1)$ ④ $b = 2a + 1 (0 < a < \frac{1}{2})$
- ⑤ $b = 2a + 1 (\frac{1}{2} < a < 1)$

004. [한성은 J15059번]

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프를 x 축 또는 y 축에 대하여 대칭이동한 후 평행이동하여 얻을 수 있다. $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(4, 0), (0, 2)$ 를 지나고 $f(2) > 1$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 의 점근선이 직선 $x = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.⁴⁾ (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



[역함수 관계]

▷ 곡선 $y = a^x$ 와 곡선 $y = \log_a x$ 는 서로 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

005. [2019학년도 수능 5번]

함수 $y = 2^x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y = \log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 m 의 값은?5)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

006. [한성은 LN1167번]

두 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-a}$ 과 $y = -\log_2 x + a$ 의 그래프가 한 점에서 만나고 교점의 x 좌표가 4일 때, a 의 값은?6)

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

007. [한성은 UT5734번]

1보다 큰 실수 a 에 대하여 방정식 $a^x = 6 - x$ 의 실근 α 와 방정식 $\log_a x = 6 - x$ 의 실근 β 가 $\alpha\beta = 8$ 을 만족시킬 때, a 의 값은 p 또는 q 이다. pq 의 값은?7)

- ① 2 ② $2^{\frac{5}{4}}$ ③ $2^{\frac{3}{2}}$
- ④ $2^{\frac{7}{4}}$ ⑤ 4

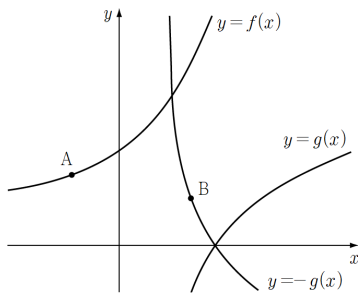


[수직]

▷ 점 (a, b) 를 원점을 중심으로 90° 회전시키면 $(b, -a)$ 또는 $(-b, a)$ 가 된다.

008. [한성은 RD9200번]

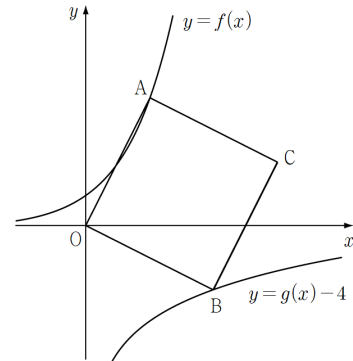
함수 $f(x) = 2^x + a$ 와 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여, 곡선 $y = f(x)$ 위의 x 좌표가 -1 인 점 A와 곡선 $y = -g(x)$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{3}{2}$ 인 점 B가 $\angle AOB = 90^\circ$ 를 만족시킨다. a 의 값은?⁸) (단, O는 원점이다.)



- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

009. [한성은 WZ8947번]

양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = a^x$ 의 역함수는 $g(x)$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A, 곡선 $y = g(x) - 4$ 위의 점 B와 점 C에 대하여 사각형 OBCA가 정사각형이고 직선 OC의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이다. 사각형 OBCA의 넓이를 구하여라.⁹)



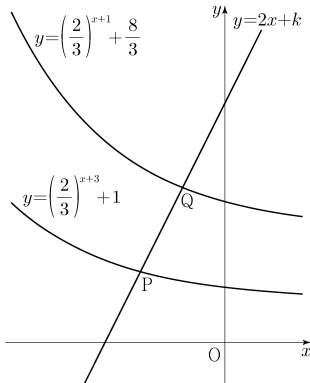


[점의 평행이동]

- ▷ 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시킨 점은 $(a+p, b+q)$ 이다.
- ▷ 점 (a, b) 가 곡선 $y=f(x)$ 위의 점일 때, 점 $(a+p, b+q)$ 는 곡선 $y=f(x-p)+q$ 위의 점이다.

010. [2022학년도 수능 9번]

직선 $y=2x+k$ 가 두 함수 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1$,
 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각
 P, Q라 하자. $\overline{PQ}=\sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?¹⁰⁾



- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
- ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

011. [한성은 TN2503번]

좌표평면 위의 곡선 $y=2\log_2 x$ 와 직선 $y=\frac{4}{3}x+k$ 가
 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. $\overline{AB}=5$ 일 때
 k 의 값은?¹¹⁾

- ① -1 ② $-\frac{7}{6}$ ③ $-\frac{4}{3}$
- ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

012. [한성은 GM0950번]

좌표평면의 두 직선 $2x+y=0$, $2x+y=5$ 와 두 곡선
 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(4x+4)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?¹²⁾

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

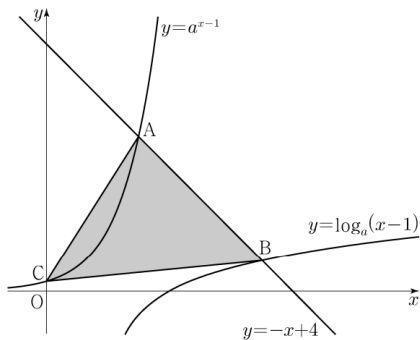


013. [2022학년도 9월 21번]

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하여라.¹³⁾



014. [한성은 TZ1486번]

곡선 $y = 2^{x-a}$ 위의 한 점 A와 곡선 $y = \log_2(2^a \times x)$ 위의 한 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{OA} = \overline{OB}$

(나) $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$

직선 AB의 y 절편이 12일 때, a 의 값은?¹⁴⁾ (단, 점 A와 점 B는 제1사분면 위의 점이며 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2



[대소비교]

- ▷ 사잇값 정리
- ▷ 한 점과 관련된 변수를 한쪽으로
⇒ (주로) 기울기 모양을 만들어 비교
- ▷ 일차식의 최대최소 (직선의 y절편 비교)

015. [2021학년도 6월 18번]

두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?¹⁵⁾

- ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$
- ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$
- ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

016. [2021학년도 수능 13번]

$\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x, y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x, y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?¹⁶⁾

- ㄱ. 선분 AB 를 1:4 로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
- ㄴ. 사각형 ABCD 가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
- ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



017. [한성은 CY1995번]

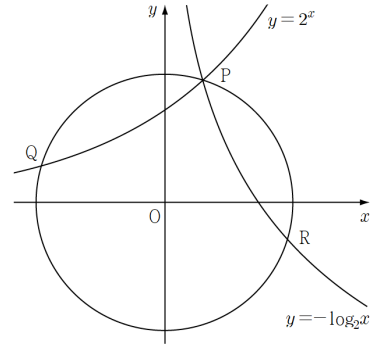
2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 와 직선 $y = n - x$ 의 교점의 x 좌표를 a_n 이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?17)

- ㄱ. $2 < a_4 < 3$
- ㄴ. $n < a_n + \log_2 n$
- ㄷ. $(a_n)^{n-1} < n^{a_n-1}$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

018. [한성은 WX7967번]

그림과 같이 두 함수 $y = 2^x$, $y = -\log_2 x$ 의 그래프가 만나는 점을 $P(x_1, y_1)$, 원점을 중심으로 하고 점 P 를 지나는 원과 두 함수 $y = 2^x$, $y = -\log_2 x$ 의 교점을 각각 $Q(x_2, y_2)$, $R(x_3, y_3)$ 이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?18)



- ㄱ. $x_1 < \frac{1}{2}$
- ㄴ. $x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$
- ㄷ. 삼각형 PQR의 넓이는 $\frac{9}{4}$ 보다 작다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



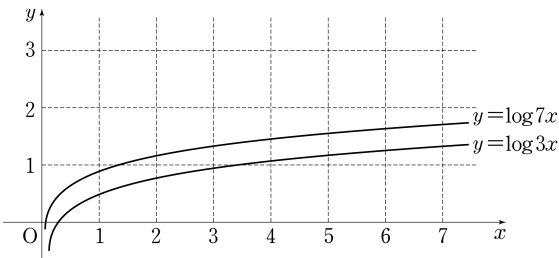
[격자점]

▷ 안 나오겠지?

019. [2013학년도 9월 30번]

좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log_3 x$, $y = \log_7 x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하여라.¹⁹⁾

- (가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
- (나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



020. [2013학년도 수능 30번]

좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) | 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
- (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

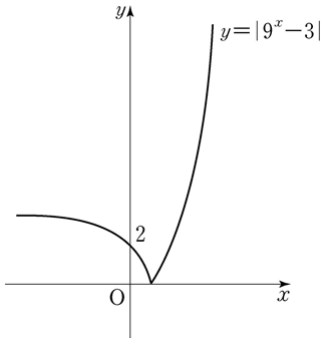
예를 들어, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하여라.²⁰⁾



[연습문제]

021. [2016학년도 6월 18번]

좌표평면 위의 두 곡선 $y=|9^x-3|$ 과 $y=2^{x+k}$ 이
만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 $x_1, x_2(x_1 < x_2)$ 라
할 때, $x_1 < 0, 0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수
 k 의 값의 합은?21)



- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

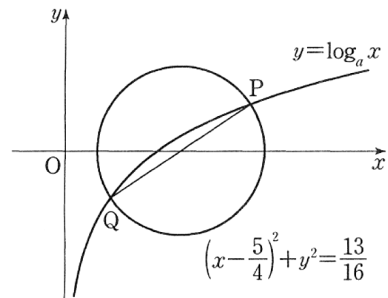
022. [2019학년도 6월 14번]

직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=\log_2 x, y=-\log_2(8-x)$ 와
만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=2$ 가 되도록 하는
모든 실수 k 의 값의 곱은?22) (단, $0 < k < 8$)

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

023. [2018학년도 9월 16번]

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y=\log_a x$ 와 원
 $C: \left(x-\frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q라 하자.
선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a 의 값은?23)



- ① 3
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$
- ⑤ 5



024. [한성은 NP2795번]

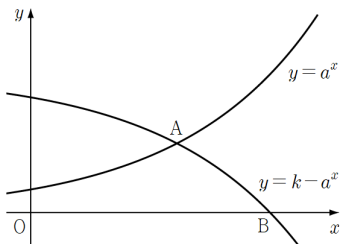
함수 $f(x) = 2^x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB의 중점이 (2, 5)이다. 두 점 A, B의 y 좌표의 곱은?²⁴⁾

- ① 20 ② 18 ③ 16
- ④ 14 ⑤ 12

025. [한성은 QE0612번]

두 함수 $f(x) = a^x$, $g(x) = k - f(x)$ 에 대하여, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 교점을 A, 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축의 교점을 B라 하자.

$g(4) = 4$ 이고 점 A의 x 좌표와 점 B의 x 좌표의 차이가 4일 때, \overline{AB} 의 값은?²⁵⁾ (단, a 와 k 는 양의 실수이다.)



- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$
- ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

026. [한성은 NA6066번]

두 함수 $f(x) = a^x$, $g(x) = \frac{k}{a^x}$ 에 대하여 두 곡선

곡선 $y = g(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A, 점 A를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 6$ 일 때, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 교점의 x 좌표의 값은?²⁶⁾ (단, $a > 1$, $k > 1$ 이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

027. [2009학년도 6월(나형) 9번]

함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \left| x - \frac{1}{2} \right| + 1 \left(-\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \right)$$

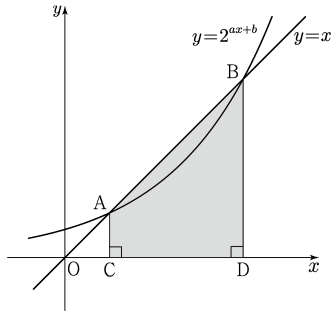
이다. 자연수 n 에 대하여 지수함수 $y = 2^{\frac{x}{n}}$ 의 그래프와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 5가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?²⁷⁾

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15



028. [2021학년도 9월 13번]

곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은?28)



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

029. [2022학년도 수능 13번]

두 상수 $a, b(1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과 두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다. 함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?29)

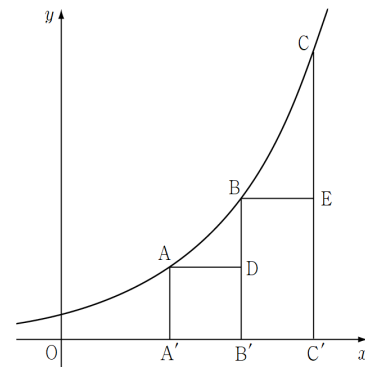
- ① 760 ② 800 ③ 840
- ④ 880 ⑤ 920

030. [한성은 PZ8982번]

두 양수 k, a 에 대하여 곡선 $y=k \times a^x$ 위의 세 점 A, B, C의 x 좌표가 각각 $p, p+2, p+4$ 이다. 세 점 A, B, C에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A', B', C' 이라고 하고 점 A에서 선분 BB' 에 내린 수선의 발을 D, 점 B에서 선분 CC' 에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\overline{BD}=2, \overline{CE}=4$

이고 $6\log_2 k + p = 0$ 일 때, $ka+p$ 의 값은?30)

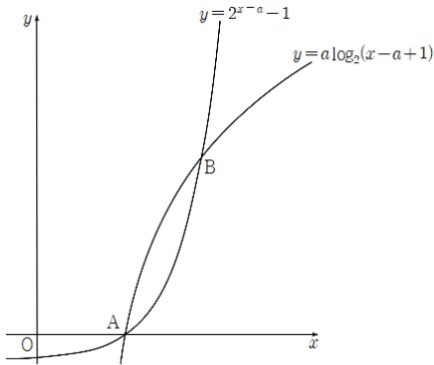


- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8



031. [2018년 4월 14번]

그림과 같이 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 곡선 $y = a \log_2(x-a+1)$ 과 $y = 2^{x-a} - 1$ 이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 A가 x 축 위에 있고 삼각형 OAB의 넓이가 $\frac{7}{2}a$ 일 때, 선분 AB의 중점은 $M(p, q)$ 이다. $p+q$ 의 값은?³¹⁾ (단, O는 원점이다.)



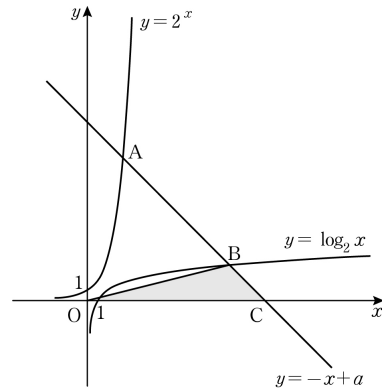
- ① $\frac{13}{2}$
- ② 7
- ③ $\frac{15}{2}$
- ④ 8
- ⑤ $\frac{17}{2}$

032. [2015년 3월(나형) 18번]

그림과 같이 직선 $y = -x + a$ 가 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, x 축과 만나는 점을 C라 할 때, 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 1$
- (나) 삼각형 OBC의 넓이는 40이다.

점 A의 좌표를 $A(p, q)$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은?³²⁾ (단, O는 원점이고, a 는 상수이다.)



- ① 10
- ② 15
- ③ 20
- ④ 25
- ⑤ 30

- 1) ④
- 2) ④
- 3) ③
- 4) 19
- 5) ③
- 6) ④
- 7) ②
- 8) ③

점 A를 (p, q) 라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위에 점 (q, p) 가,
 곡선 $y=-g(x)$ 위에 점 $(q, -p)$ 가 존재한다.
 그리고 이 점이 점 B다. 원점을 지나고 선분 OA와 수직인
 직선과 곡선 $y=-g(x)$ 의 교점이 유일하기 때문.
 따라서 점 A는 $(-1, \frac{3}{2})$ 이다. 이 점이 $y=2^x+a$ 위의 점이므로

- $a=1$ 이다.
- 9) 20
- A(p, a^p)라 하면 점 B는 $(a^p, -p)$ 이고 점 C는
 $(p+a^p, -p+a^p)$ 이다. 열심히 풀면 $p=2, a=2$ 다.

- 10) ④
- 11) ③
- 12) ③
- 13) 192
- 14) ③

두 함수는 서로 역함수고, $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이면 두 점 A와 B는 서로
 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

A($p, 2^{p-a}$)라 하면 $\overline{AB}=4\sqrt{2}$ 에서 $B(p+4, 2^{p-a}-4)$ 이다.
 직선 AB의 y절편을 보면 $p=4$ 다.

- 15) ⑤
- 16) ③
- 17) ②

- ㄱ. $\log_2 2 < 4-2$ 이고 $\log_2 3 > 4-3$ 이다.
- ㄴ. $\log_2 a_n = n - a_n$ 이고 $\log_2 a_n < \log_2 n$ 이므로
- ㄷ. 준 식은 $\frac{\log_2 a_n}{a_n - 1} < \frac{\log_2 n}{n - 1}$ 이다. 기울기 봐봐.

- 18) ⑤

- ㄱ : 점 $(0, 1)$ 에서 옆으로 그어 곡선 $y=-\log_2 x$ 와 만나는 점 $(\frac{1}{2}, 1)$ 을 쟀려보자.
- ㄴ : 점 P를 원점을 중심으로 반시계방향으로 90° 회전하면 점 Q가 된다.
- ㄷ : ㄴ을 쟀려보면 $\overline{OP} < \frac{3}{2}$ 냐는 질문이 된다. 곡선 $y=2^x$ 위의 점 $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$ 을 쟀려보자.

- 19) 79
- 20) 573
- 21) ②
- 22) ②
- 23) ③
- 24) ③
- 25) ②

$a^x = k - a^x$ 에서 $A(\log_a 2 + \log_a k, \frac{k}{2})$ 이고 $B(\log_a k, 0)$ 이다.

$\log_a k - (\log_a k - \log_a 2) = 4$ 이므로 $a = \sqrt[4]{2}, g(4) = 4$ 에서 $k = 6$ 이다.

- 26) ③
- 27) ②
- 28) ④
- 29) ②
- 30) ①

$a=2, k=\frac{\sqrt{2}}{2}, p=3$

- 31) ⑤
- 32) ③