개념주입

이산확률변수

1. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 나오는 흰 공의 개수를 X라 하자. $\mathrm{P}(X \geq 1)$을 구하여라.[1)]

2. 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, $\mathrm{P}(X^2 - X - 2 < 0)$의 값은?[2)]

X	-1	0	1	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	1

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

3. 주사위를 두 개 던져서 나온 눈의 수의 차를 X라 하자. 확률변수 X의 확률분포표를 그려라.[3)]

4. 다음과 같은 확률분포표를 가지는 확률변수 X의 평균과 분산을 구하여라.[4)]

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

5. 한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나올 때마다 2000원, 뒷면이 나올 때마다 1000원의 상금을 받는다고 한다. 상금의 기댓값을 구하여라.[5)]

6. 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같고 X의 평균이 3일 때, X의 분산을 구하여라.[6)]

X	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	a	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	b

7. 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, X의 분산이 최대가 되게 하는 x의 값은?[7)]

X	0	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	y	$\frac{1}{4}$	x	1

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

개념주입

평균과 분산의 연산

8. 확률변수 X에 대하여, $\mathrm{E}(X)=10$, $\mathrm{V}(X)=3$일 때, 다음을 구하여라.[8)]

(1) $\mathrm{E}(2X-4)$

(2) $\mathrm{V}(5X+3)$

(3) $\mathrm{E}(X^2)$

9. 확률변수 X의 확률분포가 다음과 같이 주어졌을 때,

$\mathrm{V}(X)$, $\mathrm{E}(X^2)$, $\mathrm{E}(2X+3)$, $\mathrm{V}(2X+3)$

의 값을 각각 구하여라.[9)]

X	0	1	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

10. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=3$, $\mathrm{E}(X^2)=10$일 때,

$\mathrm{E}(3X+1)$, $\mathrm{V}(3X+1)$의 값을 각각 구하여라.[10)]

11. 두 확률변수 X, Y에 대하여 $Y=\frac{X-100}{4}$이다.

$\mathrm{E}(Y)=5$, $\mathrm{E}(Y^2)=28$일 때, $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{V}(X)$의 값을 각각 구하여라.[11)]

12. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{V}(X)=5$일 때, $\mathrm{E}((X-1)^2)$의 값은?[12)]

① 1 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

13. 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 임의로 2장을 동시에 뽑을 때, 홀수가 적힌 카드의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(-3X+1)$의 값을 구하여라.[13)]

14. 확률변수 X의 평균이 m, 표준편차가 σ일 때, 확률변수 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$의

평균과 표준편차를 차례로 구하면?[14)]

① 0, 1 ② 0, 2 ③ 1, 1
④ 1, 2 ⑤ 2, 3

개념주입

이항분포

15. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(3,\ \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{P}(X \geq 2)$를 구하여라.[15)]

16. 한 개의 주사위를 5번 던져서 1의 눈이 나오는 횟수를 X라 할 때, $\mathrm{P}(X \leq 1)$을 구하여라.[16)]

17. 한 개의 동전을 50번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 X라 할 때, X의 평균과 표준편차를 구하여라.[17)]

18. 한 개의 주사위를 60번 던져서 소수의 눈이 나오는 횟수를 X라 할 때, $\mathrm{E}(2X+1)$, $\sigma(3X-1)$의 값을 구하여라.[18)]

19. $X \sim \mathrm{B}(n,\ p)$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$을 n과 p에 대한 식으로 나타내어라.[19)]

20. 한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나올 때마다 100원씩, 뒷면이 나올 때마다 50원씩 상금을 받는다. 상금의 액수의 기댓값은?[20)]

① 100원 ② 150원 ③ 200원
④ 300원 ⑤ 400원

21. 한 개의 동전을 네 번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 X라 하자. $(X-a)^2$의 기댓값을 $f(a)$라 할 때, $f(a)$의 최솟값은?[21)] (단, a는 실수이다.)

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

개념주입

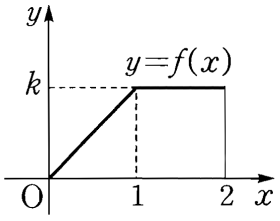
연속확률변수

22. 확률밀도함수 $f(x)$가 $f(x)=ax(0\le x\le 6)$인 연속확률변수 X에 대하여 $\mathrm{P}(1\le X\le 3)$의 값은?[22]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

23. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 k의 값은?[23]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$

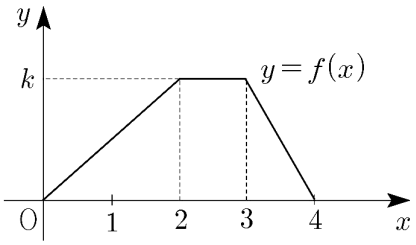
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

24. 구간 $[0, 1]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=ax+a$일 때, 상수 a의 값은?[24]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1

④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

25. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0\le X\le 4$이고, X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다고 할 때, $\mathrm{P}(1\le X\le 4)$의 값을 구하여라.[25]



26. 성훈이가 학교에 가는 버스를 타기 위해 정류장에서 버스를 기다리는 시간을 X분이라 할 때, 확률변수 X의 확률밀도함수는

$f(x)=k(10-x)\ (0\le x\le 10)$

이다. 성훈이가 버스를 기다리는 시간이 3분 이내일 확률을 구하여라.[26] (단, k는 상수이다.)

개념주입

정규분포

27. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(40,\ 8^2)$을 따를 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 다음을 구하여라.[27)]

(1) $\mathrm{P}(28 \le X \le 40)$

(2) $\mathrm{P}(X \le 56)$

(3) $\mathrm{P}(X \ge 52)$

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

28. 어느 고등학교 여학생 1000명의 키(cm)가 정규분포 $\mathrm{N}(160,\ 6^2)$을 따를 때, 키가 157cm 이상 163cm 이하인 학생 수를 구하여라.[28)] (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5) = 0.1915$)

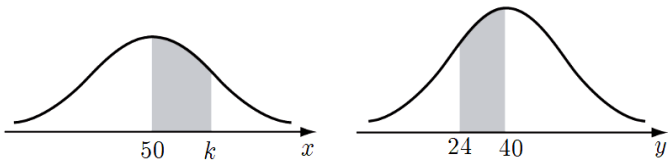
29. A회사에서 생산되는 휴대폰 배터리는 한 번 충전한 후 완전히 방전되는 데 걸리는 시간이 평균 100시간, 표준편차 12시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 휴대폰 배터리 중에서 하나를 골랐을 때, 한 번 충전한 후 완전히 방전되는 데 걸리는 시간이 88시간 이상 106시간 이하일 확률을 구하여라.[29)]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(1,\ 2^2)$, $\mathrm{N}(0,\ 3^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(1 \le X \le 5)$와 $\mathrm{P}(0 \le Y \le a)$가 서로 같다. 이 때, a의 값은?[30)]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

31. 아래 그림과 같이 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 10^2)$, $\mathrm{N}(40,\ 8^2)$을 따른다. 이 때, $\mathrm{P}(50 \le X \le k) = \mathrm{P}(24 \le Y \le 40)$을 만족시키는 k의 값을 구하여라.[31)]



32. 500명의 학생이 치른 수학 시험 점수의 분포가 평균이 76점이고 표준편차가 8점인 정규분포를 따른다. 35등인 학생의 점수는?[32)]

① 77 ② 80 ③ 84
④ 88 ⑤ 90

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

개념주입

정규분포2

33. 집에서 학교까지의 통학 시간 X분은 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 따른다고 한다.
등교 시각 38분 전에 집에서 출발하여 평소처럼 갈 때, 지각할 확률을 구하여라.[33)]
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.6) = 0.4452$)

34. 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$, $\mathrm{N}(40,\ 4^2)$을 따를 때,
$\mathrm{P}(m-4 \le X \le m+4) = \mathrm{P}(k \le Y \le k+16)$이 성립한다. 실수 k의 값은?[34)]

① 30 ② 31 ③ 32
④ 33 ⑤ 34

35. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(32,\ 5^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(k-3 \le X \le k+2)$의 값이
최대가 되도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.[35)]

36. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다. $\frac{1}{5}X$의 분산이 1이고
$\mathrm{P}(X \le 80) = \mathrm{P}(X \ge 120)$일 때, $m+\sigma^2$의 값은?[36)]

① 105 ② 110 ③ 115
④ 120 ⑤ 125

37. 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1^2)$을 따르는 확률변수 Z에 대하여
$\mathrm{P}(-2 \le Z \le 1) = a$, $\mathrm{P}(Z \ge -1) = b$
일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$의 값을 a, b를 이용하여 나타내면?[37)]

① $b-a+0.5$ ② $a-b+0.5$ ③ $a+b-0.5$
④ $b-a$ ⑤ $b-a-0.5$

38. 세 도시 A, B, C의 고등학생의 키는 각각 다음 표의 평균 m과 표준편차 σ를 갖는
정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다. 세 도시에서 키가 175cm인 학생을 한 명씩 택하여
이 학생들이 자신이 속한 도시에서 어느 정도 큰 편에 해당하는지 알아보려 한다.
이 때, 큰 편에 해당하는 학생의 도시부터 차례로 나열하면?[38)]

	A	B	C
m	169	169	170
σ	2	3	3

① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
④ B, C, A ⑤ C, A, B

개념주입

이항분포의 근사

39. 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 다음을 구하여라.[39)]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

(1) 한 개의 주사위를 720번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수가 110번 이상 130번 이하일 확률

(2) 한 개의 동전을 100번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 40번 이상 55번 이하일 확률

(3) 발아율이 60%인 씨앗을 150개 뿌렸을 때, 발아한 씨앗이 99개 이상일 확률

(4) 안경을 착용한 학생의 비율이 25%인 어느 고등학교에서 임의로 300명을 뽑을 때, 안경을 착용한 학생이 60명 이상일 확률

40. 어느 범죄 연구기관의 조사 결과에 의하면 A범죄는 출소 후 재범을 일으킬 확률이 0.8이라고 한다. 출소된 A범죄 범죄자 400명 중에서 재범을 일으키는 자의 수가 300명 이상일 확률의 근삿값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[40)]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

① 0.16 ② 0.84 ③ 0.93
④ 0.98 ⑤ 0.99

41. 어떤 해운회사의 통계자료에 의하면 예약고객 10명 중 8명의 비율로 승선한다고 한다. 정원이 340명인 여객선의 예약을 400명 받을 때, 승선한 고객이 예약고객만으로 정원을 초과하지 않을 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[41)]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

42. 어느 농장에서 생산된 포도송이의 무게는 평균 600g, 표준편차 100g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 생산된 포도송이 중 임의로 100송이를 추출할 때, 포도송이의 무게가 636g 이상인 것이 42송이 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[42)]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.36	0.14
1.00	0.34
1.25	0.39
2.00	0.48

① 0.02 ② 0.11 ③ 0.14
④ 0.16 ⑤ 0.36

개념주입

표본평균의 분포

43. 어떤 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 아래의 표와 같다. 이 모집단에서 크기 5인 표본을 추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 분산을 구하여라.[43)]

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

44. 어느 고등학교 학생의 키는 평균이 170cm, 표준편차가 20cm인 정규분포를 따른다. 이 학교에서 100명의 학생을 임의추출하여 키의 표본평균을 $\overline{X}$라고 할 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $P(\overline{X} \geq 175)$를 구하여라.[44)]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

45. 어느 공장에서 생산되는 상품의 무게는 평균이 2kg, 표준편차가 0.6kg인 정규분포를 이루고 있다. 이 공장에서 생산되는 제품 중에서 25개를 임의로 추출하였을 때 그 평균이 2.18kg 이상일 확률은?[45)]

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.2176 ⑤ 0.3085

46. A청량음료 회사에서 생산되는 음료수의 용량은 평균이 1000ml, 표준편차가 100ml인 정규분포를 따른다고 한다. 크기가 100인 표본의 평균을 $\overline{X}$라고 할 때, $P(980 \leq \overline{X} \leq 1020)$의 값은?[46)]

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8664
④ 0.9104 ⑤ 0.9544

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

47. 어떤 회사에서 생산되는 통조림 한 개의 무게를 확률변수 X라 할 때, X는 평균이 300g, 표준편차가 12g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산되는 통조림 중에서 9개를 임의추출할 때, 그 무게의 합이 2664g 이상일 확률을 구하여라.[47)] (단, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$으로 계산한다.)

48. A고등학교 학생의 몸무게는 평균이 60kg, 표준편차가 6kg인 정규분포를 이룬다고 한다. 적재중량이 549kg 이상이 되면 경고음을 내도록 설계되어 있는 엘리베이터에 A고등학교 학생 중 임의추출한 9명이 탑승하였을 때, 경고음이 울릴 확률은?[48)]

① 0.1587 ② 0.1915 ③ 0.3085
④ 0.3413 ⑤ 0.4332

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

개념주입

모평균의 추정

49. 어느 회사에서 생산되는 제품 중에서 25개를 임의추출하여 무게를 조사하였더니 표본평균, 표본표준편차가 각각 64g, 5g이었다. 이 제품의 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간은?[49] (단, Z가 표준정규분포를 따를 때, $\mathrm{P}(-1.96 \le Z \le 1.96) = 0.95$이다)

① $63.05 \le m \le 64.95$ ② $62.35 \le m \le 65.65$ ③ $62.04 \le m \le 65.96$

④ $61.84 \le m \le 65.16$ ⑤ $61.42 \le m \le 66.58$

50. 어느 과일 가게에서 판매하는 사과 중에서 81개를 임의추출하여 그 무게를 조사하였더니 평균이 250g, 표준편차가 36g이었다. 이 가게에서 판매하는 사과의 무게의 평균을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간은?[50] (단, Z가 표준정규분포를 따를 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.6) = 0.4950$로 계산한다.)

① $[242.2, 257.8]$ ② $[242, 258]$ ③ $[240, 260]$

④ $[239.6, 260.4]$ ⑤ $[237.1, 262.9]$

51. 어느 고등학교 학생 100명을 임의추출하여 키를 조사한 결과 평균이 170cm, 표준편차가 10cm이었다. 이 학교 학생의 키의 평균 m에 대하여 신뢰도 95%인 신뢰구간을 구하여라.[51] (단, Z가 표준정규분포를 따를 때, $\mathrm{P}(-2 \le Z \le 2) = 0.95$이다.)

52. 표준편차가 σ인 모집단에서 n개의 표본을 임의추출하여 모평균을 추정할 때, 다음 중 모평균의 신뢰구간의 길이가 가장 긴 것은?[52]

① $n = 36,\ \sigma = 4$ ② $n = 36,\ \sigma = 9$ ③ $n = 81,\ \sigma = 9$

④ $n = 81,\ \sigma = 12$ ⑤ $n = 100,\ \sigma = 12$

53. 분산이 9인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출 하여 신뢰도 99%로 추정한 모평균의 신뢰구간이 $[\alpha, \beta]$이다. $\beta - \alpha \le 3$을 만족시키는 n의 최솟값은?[53] (단, Z가 표준정규분포를 따를 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.4950$로 계산한다.)

① 24 ② 27 ③ 30

④ 33 ⑤ 36

54. 어느 과수원에서 생산되는 과일의 무게의 표준편차는 2이다. 신뢰도 95%로 모평균을 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 0.8 이하가 되게 하려면 표본의 크기의 최솟값은?[54]

① 70 ② 85 ③ 97

④ 112 ⑤ 124

55. 어떤 도시의 전체 고등학교 학생들의 몸무게는 표준편차가 5kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 고등학교 학생 전체에 대한 몸무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 1kg 이하가 되도록 하려면 조사하여야 할 표본의 크기의 최솟값은?[55] (단, $Z \sim \mathrm{N}(0, 1^2)$일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$으로 계산한다.)

1) $\frac{5}{7}$

2) ④

3)

X	0	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

4) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$

5) 3000

6) $\frac{6}{5}$ $(a=\frac{2}{10},\ b=\frac{1}{10})$

7) ②

8) (1) 16 (2) 75 (3) 103

9) $\frac{43}{16}$, $\frac{17}{4}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{43}{4}$

10) 10, 9

11) 120, 48

12) ④

13) $-\frac{13}{5}$

14) ①

15) $\frac{7}{27}$

16) $\frac{2\cdot 5^5}{6^5}$

17) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

18) 61, $3\sqrt{15}$

19) $np(1-p)+n^2p^2$

20) ②

21) ②

22) ④

23) ③

24) ②

25) $\frac{9}{10}$

26) $\frac{51}{100}$

27) (1) 0.4332 (2) 0.9772 (3) 0.0668

28) 383

29) 0.5328

30) ③

31) 70

32) ④

33) 0.0548

34) ③

35) $\frac{65}{2}$

36) ⑤

37) ②

38) ①

39) (1) 0.6826 (2) 0.8185 (3) 0.0668 (4) 0.9772

40) ⑤

41) 0.9938

42) ②

43) 평균 : 2, 분산 : $\frac{1}{10}$

44) 0.0062

45) ②

46) ⑤

47) 0.8413

48) ③

49) ③

50) ④

51) $168 \leq m \leq 172$

52) ②

53) ②

54) ③

55) 385