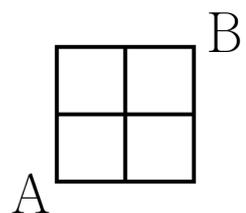




### 경우의 수

어떤 시행의, 가능한 모든 방법, 또는 결과의 수를 경우의 수라고 한다.

1. 식사는 볶음밥, 짜장면, 짬뽕 중의 하나를, 후식은 아이스크림, 과일 중의 하나를 골라야 한다면, 메뉴를 고를 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가?<sup>1)</sup>
  
2. 오늘 경우는 등교하기 전에 서점에 들러야 한다. 집에서 서점까지 가는 길은 네 가지이고, 서점에서 학교까지 가는 길은 다섯 가지가 있다면, 집에서 서점을 거쳐 학교까지 가는 길은 몇 가지가 있는가?<sup>2)</sup>
  
3. 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합은 몇 가지인가? 원소가 2개짜리인 부분집합은 몇 가지인가?<sup>3)</sup>
  
4. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 을 정의역으로,  $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ 을 공역으로 하는 함수는 몇 가지인가? 일대일함수는 몇 가지인가?<sup>4)</sup>
  
5. 주사위 하나와 동전 하나를 던졌을 때, 나올 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가?<sup>5)</sup>
  
6. 다음과 같은 도로망에서 A에서 B까지 최단거리로 갈 수 있는 방법은 몇 가지인가?<sup>6)</sup>



7. 서로 구별할 수 있는 주사위 두 개를 던졌을 때 나올 수 있는 경우의 수와, 서로 구별할 수 없는 주사위 두 개를 던졌을 때 나올 수 있는 경우의 수를 각각 구하여라.<sup>7)</sup>
8. 서로 구별할 수 없는 동전  $n$ 개와 서로 구별할 수 있는 동전  $n$ 개를 던졌을 때 나올 수 있는 경우의 수를 각각 구하여라.<sup>8)</sup>

---

## 수형도

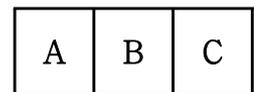
---

선택지를 가로로 나열하고 앞 선택지에 따른 가능한 결과를 아래로 모두 나열해 놓은 것을 수형도라 한다.

---

9. 숫자 1, 2, 3, 4가 적혀 있는 카드를 이용하여 세 자리 정수를 만들 때, 자릿수에 따른 수형도를 그려라.<sup>9)</sup>
10. 숫자 0, 1, 2, 3이 적혀 있는 카드를 이용하여 세 자리 정수를 만들 때, 자릿수에 따른 수형도를 그려라.<sup>10)</sup>
11.  $a, b, c, d$ 를  $b$ 가 두 번째에 오도록 배열할 때의 수형도를 그려라.<sup>11)</sup>

12. 오른쪽 그림과 같은 판에 빨강, 파랑, 노랑의 세 가지 색을 가지고 칠할 수 있는 방법의 수는?<sup>12)</sup> (단, 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 이웃한 부분은 서로 다른 색을 칠해야 한다.)



13. 세 개의 숫자 0, 1, 2을 중복 사용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수를 구하여라.<sup>13)</sup>



20.  ${}_n P_n = {}_n P_{n-1}$ 이 되는 이유를 설명하여라.<sup>20)</sup>

21.  ${}_n P_r = n \cdot {}_{n-1} P_{r-1}$ 이 되는 이유를 설명하여라.<sup>21)</sup>

22.  ${}_n P_r = {}_{n-1} P_r + r \cdot {}_{n-1} P_{r-1}$ 이 되는 이유를 설명하여라.<sup>22)</sup>

---

## 분할

---

세려 하는 모든 경우를 어떤 기준에 따라 겹치지 않고 빠지지 않게 나누는 것을 분할한다고 한다.

---

23. 5명의 가족이 한 줄로 설 때 부모가 양 쪽에 서는 경우의 수를 구하면?<sup>23)</sup>

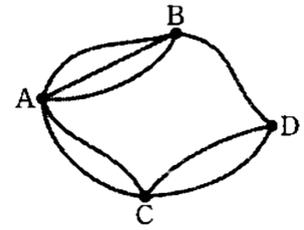
24. 서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 나오는 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?<sup>24)</sup>

25. 50 이하의 자연수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수는?<sup>25)</sup>

26. 0, 1, 2, 3, 4 중 서로 다른 3개를 선택하여 만들 수 있는 세 자리 짝수의 개수는?<sup>26)</sup>

27. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 10 이상이 되는 경우의 수를 구하여라.<sup>27)</sup>

28. 오른쪽과 같은 도로망에서 A에서 B 또는 C를 거쳐 D로 가는 방법의 수는?28)



29. 방정식  $x + 2y + 3z = 7$ 를 만족하는 양의 정수의 해는 몇 개인가?29)

30. 000 ~ 999로 세 자리 비밀번호를 정해야 하는데, 키보드에 1이 고장나서 1이 들어가는 숫자는 쓸 수 없다. 비밀번호를 정하는 방법의 수를 구하여라.30)

---

### 숫자 만들기

☉ 짝수, 5의 배수 등의 조건이 오면 일의자리부터 배열한다.

☉ 3/9의 배수이기 위해서는 각 자리 숫자의 합이 3/9의 배수여야 한다.

---

31. 0, 1, 2, 3, 4를 사용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수를 구하여라.31)

32. 1, 2, 3, 4, 5를 사용하여 만들 수 있는 세 자리 짝수의 개수를 구하여라.32)

33. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 뽑아 만든 세 자리의 자연수 중에서 5의 배수의 개수를 구하여라.33)

34. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 뽑아 만든 세 자리의 자연수 중에서 2의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수를 구하여라.34)

35. 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 수 중에서 3의 배수는 몇 개인가?35)

36. 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 수 중에서 6의 배수인 것은 몇 개인가?<sup>36)</sup>

37. 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수 중에서 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 것은 몇 개인가?<sup>37)</sup>

---

### 사전식 배열

---

☺ 맨 앞자리가 뭘지에 따라 구별하고 각각이 몇 개인지 센다.

☺ 두 번째 자리가 뭘지에 따라 구별하고 각각이 몇 개인지 센다.

---

38. 5개의 문자  $a, b, c, d, e$ 를 사전식으로  $abcde$ 부터 시작하여  $edcba$ 까지 늘어놓을 때, 37번째 위치에 오는 것은 무엇인가?<sup>38)</sup>

39. 5개의 문자  $a, b, c, d, e$ 를 사전식으로  $abcde$ 부터 시작하여  $edcba$ 까지 늘어놓을 때,  $cbdea$ 는 몇 번째의 문자열인가?<sup>39)</sup>

40. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 써서 만든 다섯 자리 숫자들을 작은 것부터 차례로 나열할 때, 43251는 몇 번째에 있는가?<sup>40)</sup>

41. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 써서 만든 다섯 자리 숫자들을 작은 것부터 차례로 나열할 때, 20번째 숫자는 무엇인가?<sup>41)</sup>

42. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 사용하여 만든 네 자리 숫자들을 작은 것부터 차례로 나열할 때, 25번째 숫자는 무엇인가?<sup>42)</sup>

**43.** 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 사용하여 만든 네 자리 숫자들을 작은 것부터 차례로 나열할 때, 5132는 몇 번째 숫자인가?<sup>43)</sup>

---

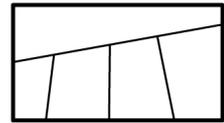
## 색칠하기

☺ 서로 구별되는  $n$ 개의 영역에  $n$ 개의 색을 한 번씩 사용해서 칠하는 방법은  $n!$ 개가 된다.

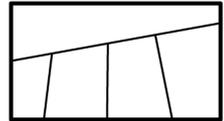
☺ 중복 사용이 허락되는 경우에는 수형도를 그려서 본다.

---

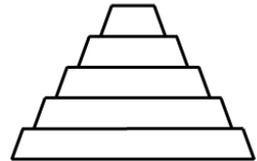
**44.** 5가지 색을 모두 사용하여 오른쪽과 같은 영역을 색칠하는 방법의 수는?<sup>44)</sup>



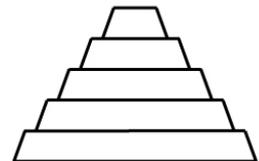
**45.** 5가지 색을 이용하여 오른쪽과 같은 영역을 색칠하는 방법의 수는?<sup>45)</sup>  
(단, 인접한 부분은 색이 구별하여야 한다.)



**46.** 오른쪽과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에서는 서로 다른 색을 칠하려고 한다. 몇 가지 방법이 있는가?<sup>46)</sup>



**47.** 오른쪽과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에서는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.<sup>47)</sup>



**48.** 5개의 변의 길이가 서로 다른 오각형의 각 변에 빨강, 노랑, 파란색 중 한가지의 색으로 염색하려고 한다. 이웃하는 변은 색으로 구별해야 한다고 하면, 염색할 수 있는 방법은 총 몇 가지인가?<sup>48)</sup>

---

## 이웃하게 줄 세우기

---

☺ 줄을 세울 때 몇 명을 이웃하게 해야 한다면, 이웃해야 하는 애들을 한 덩어리로 생각해서 배열하고 그 덩어리 내에서 배열하는 방법을 곱해준다.

---

49. 남학생 3명, 여학생 2명이 한 줄로 서서 등산할 때, 여학생끼리는 이웃하여 서는 경우의 수는?49)
50. 6개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 일렬로 배열할 때,  $a$ 와  $e$ 가 이웃하는 경우는 몇 가지인가?50)
51. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?51)
52. 6개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 한 줄로 나열할 때,  $a$ 와  $b$  사이에 다른 문자가 1개 들어가는 방법의 수는?52)
53. 여섯 개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 일렬로 배열할 때,  $a$ 와  $b$ 가 이웃하고  $c$ 와  $d$ 가 이웃하는 경우의 수를 구하여라.53)
54. 네 쌍의 부부를 일렬로 앉힐 때, 부부끼리는 이웃하게 앉는 방법의 수를 구하여라.54)
55. 6개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 일렬로 배열할 때,  $a$ 와  $b$ 가 이웃하거나  $b$ 와  $c$ 가 이웃하는 경우의 수를 구하여라.55)

---

## 이웃하지 않게 줄 세우기

---

나머지 것들을 배열해 놓고 이웃하면 안 되는 것들을 사이사이에 비집고 들어가도록 배열

---

**56.** 남학생 3명, 여학생 2명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?<sup>56)</sup>

**57.** 여섯 개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 일렬로 배열했을 때  $a, c$ 가 이웃하지 않도록 배열하는 방법의 수는?<sup>57)</sup>

**58.** 남자 3명과 여자 3명을 일렬로 앉힐 때, 남녀를 교대로 앉히는 방법의 수는?<sup>58)</sup>

**59.** 여학생 3명, 남학생 5명을 일렬로 세울 때, 여학생이 서로 이웃하지 않게 서는 경우의 수는?<sup>59)</sup>

**60.** 흰 공 3개, 검은 공 1개, 파란 공 1개, 빨간 공 1개를 일렬로 나열할 때, 흰 공끼리는 서로 이웃하지 않도록 할 수 있는 방법의 수는?<sup>60)</sup> (같은 색의 공끼리는 구별할 수 없다.)

**61.** 검은 공 5개와 흰 공 2개를 일렬로 나열할 때, 흰 공끼리 서로 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수는?<sup>61)</sup> (같은 색의 공끼리는 서로 구별할 수 없다.)

**62.**  $n$ 개를 줄 세울 때, 특정한 두 개가 서로 이웃하지 않게 하는 방법을 두 가지 방법을 이용하여 구하고 서로 비교하여라.<sup>62)</sup>

---

## 여사건

---

- ☉ 전체 사건 중에 내가 원하는 것을 제외한 나머지를 여사건이라 한다.
  - ☉ 문제에 '적어도'가 보이면 여사건을 세는 방법이 편할 때가 많다.
- 

- 63.** 남자 4명 여자 5명 중 3명을 뽑아 줄 세울 때, 남자가 적어도 한명 포함되는 경우는 몇 가지인가?<sup>63)</sup>
- 64.** 0, 1, 2, 3, 4의 5개의 숫자를 모두 써서 만들 수 있는 5자리의 정수의 경우의 수는?<sup>64)</sup>
- 65.**  $A, B, C, D, E$ 를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?<sup>65)</sup>
- 66.**  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때,  $f$ 가  $X \rightarrow X$ 인 일대일대응이고,  $f(1) \neq 1$ 이다. 이를 만족하는  $f$ 의 경우의 수는?<sup>66)</sup>
- 67.**  $A, B, C, D, E$ 를 일렬로 배열할 때,  $A, B, C$  중 적어도 2개가 이웃하는 경우의 수를 구하여라.<sup>67)</sup>
- 68.** 남자 3명, 여자 3명을 일렬로 배열하는데, 맨 앞과 마지막이 남자인 경우의 수는?<sup>68)</sup>
- 69.** 남자 2명, 여자 3명을 일렬로 배열하는데, 맨 앞과 마지막 중 한명 이상이 남자인 경우의 수는?<sup>69)</sup>
- 70.** 2자리의 자연수 중 2나 5가 적어도 하나 이상 있는 것들의 경우의 수는?<sup>70)</sup>

---

## 중복순열

---

서로 다른  $n$ 개 중 중복을 허용하여  $r$ 개를 뽑아서 줄 세우는 방법을  $n$ 개에서  $r$ 개를 뽑는 중복순열이라 하고 그 값은  $n^r$ 이다.

---

**71.** 다음 경우의 수를 구하여라.<sup>71)</sup>

- (1) 1, 2, 3이 적혀 있는 세 개의 카드를 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수
- (2) 우체통이 4개 편지가 5장이 있을 때, 편지를 우체통에 넣는 방법의 수
- (3)  $X = \{a, b, c, d\}$ 과  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로 대응되는 함수의 개수
- (4) 5명이 가위바위보를 할 때 나올 수 있는 경우의 수

**72.** 4명의 후보자에게 15명이 기명투표했을 때, 나올 수 있는 표의 경우의 수는 몇 가지인가?<sup>72)</sup>

**73.** 모스부호 -와 · 를 4개 이하를 사용하여 메시지를 전달하는 방법의 수는?<sup>73)</sup>

(단, 부호를 하나 이상은 반드시 보내야 한다.)

**74.** 카드 “1”이 3장, 카드 “2”가 4장, 카드 “3”이 5장 있을 때, 이 카드 12장을 이용하여 만들 수 있는 3자리 정수는 몇 가지인가?<sup>74)</sup>

**75.** 카드 “1”이 1장, 카드 “2”가 2장, 카드 “3”이 3장 있을 때, 이 카드 6장을 이용하여 만들 수 있는 3자리 정수는 몇 가지인가?<sup>75)</sup>

---

## 같은 것이 있는 순열

---

같은 것이  $a$ 개,  $b$ 개,  $c$ 개, ... 씩 총  $n$ 개를 배열하는 방법의 수는  $\frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c! \dots}$  이 된다.

---

**76.** 다음 경우의 수를 구하여라.<sup>76)</sup>

- (1) 알파벳  $a, a, b, c$ 를 나열하는 방법의 수
- (2) 알파벳  $a, a, a, b, c$ 를 나열하는 방법의 수
- (3) 알파벳  $a, a, b, b, c, d$ 를 나열하는 방법의 수
- (4) 빨간 공 5개와 흰 공 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수
- (5) 단어 coffee를 구성하고 있는 문자를 일렬로 나열할 때, 서로 다른 방법의 가지 수
- (6) SUCCESS라는 단어의 문자를 일렬로 재배열하는 경우의 수

**77.** 0, 1, 1, 1, 2, 3, 3의 7개 숫자를 모두 사용하여 7자리의 자연수를 만들 때, 짝수인 것의 개수를 구하여라.<sup>77)</sup>

**78.** 8개의 계단으로 이루어진 계단을 한 걸음에 한 계단 또는 두 계단을 올라간다고 할 때, 이 계단을 오르는 방법의 수는?<sup>78)</sup>

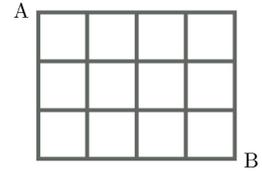
**79.** TOMORROW를 일렬로 배열할 때, 양 끝에 모음이 오는 경우의 수를 구하여라.<sup>79)</sup>

## 최단 경로의 수

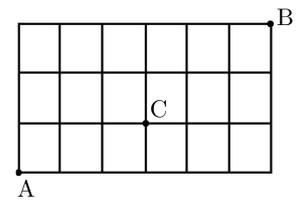
☉ 가로  $a$ 칸, 세로  $b$ 칸이면  $\frac{(a+b)!}{a! \cdot b!}$

☉ 더해나가기

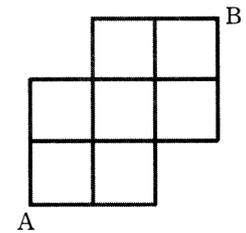
**80.** 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하면?80)



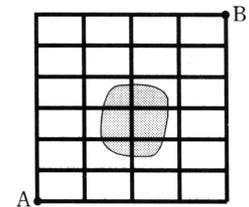
**81.** 다음 그림과 같은 도로망에서 A에서 C를 거쳐 B까지 가는 방법의 수는?81)



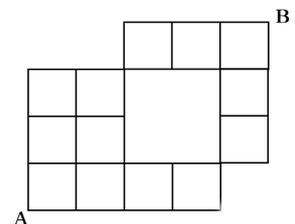
**82.** 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하면?82)



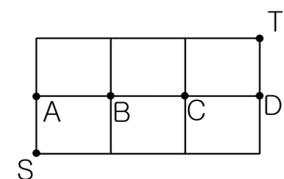
**83.** 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하면?83)



**84.** 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수를 구하면?84)



**85.** 다음 그림과 같은 도로망에서 S지점에서 T지점으로 최단 경로로 이동할 때, A, B, C, D를 거쳐서 가는 방법의 수를 각각 구하여라. 이 네 수를 다 더하면 S에서 T로 가는 방법의 수가 되지 않는 이유를 말하여라.85)



---

## 조합

---

서로 다른  $n$ 개의 원소 중에  $r$ 개를 뽑는 방법의 수를 조합이라 하고  ${}_nC_r$ 이라 쓴다.

그 값은  ${}_nP_r$ 을  $r!$ 으로 나뉘 순서를 없애준 값이 된다. 즉,  ${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

---

**86.** A, B, C, D, E의 5명중 2명을 뽑는 방법  ${}_5C_2$ 개와 5명 중 2명을 뽑아 줄을 세우는 방법  ${}_5P_2$ 개를 나열하고 관계를 알아보자.<sup>86)</sup>

**87.** a, b, c, d, e, f 중 3개를 뽑는 방법의 수를 구하여라.<sup>87)</sup>

**88.** 10명의 학생 중 대표 3명을 뽑는 방법의 수를 구하여라.<sup>88)</sup>

**89.** 10개의 프로 축구팀이 다른 모든 팀과 각각 2번씩 경기를 치르는 리그전을 할 때, 전체 몇 경기가 열리는가?<sup>89)</sup>

**90.**  ${}_nP_r = 360$ 이고  ${}_nC_r = 15$ 일 때,  $n$ 과  $r$ 의 값을 구하여라.<sup>90)</sup>

**91.** 서로 다른 흰 공 7개와 검은 공 5개 중에서 3개를 뽑았을 때, 3개의 색이 같은 경우의 수는 몇 가지인가?<sup>91)</sup>

**92.** 어느 산악회의 회원 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수가 220 가지였다. 이 산악회의 회원 수를 구하여라.<sup>92)</sup>

---

## 뽑는 방법의 수

---

서로 다른  $n$ 개의 원소 중에  $r$ 개를 뽑는 방법의 수는  ${}_nC_r$ 이다.

---

- 93.** 수학책 6권, 영어책 4권 중에서 수학책 3권, 영어책 2권을 뽑는 방법의 수는?93)
- 94.** 여섯 명의 어른과 다섯 명의 어린이 중에서 두 명의 어른과 세 명의 어린이를 자동차에 태우는 방법의 수는?94)
- 95.** 남자 6명과 여자 7명 중에서 남녀 각각 2명씩 선발하려고 한다. 모두 몇 가지 방법이 있는가?95)
- 96.** 철수를 포함한 6명 중 3명을 뽑으려 한다. 다음을 구하여라.96)
- (1) 철수를 포함해서 뽑는 방법의 수                      (2) 철수를 배제하고 뽑는 방법의 수
- 97.** A, B를 포함한 10 명의 학생 중에서 4명의 위원을 선출할 때, A는 선출되고 B는 선출되지 않는 방법의 수는?97)
- 98.** 남자 6명, 여자 4명 중에서 4명을 선출할 때, 적어도 여자 1명이 포함되는 경우의 수는?98)
- 99.** 남자 6명, 여자 6명의 모임에서 4명의 대표를 뽑을 때, 남자와 여자를 적어도 1명씩 뽑는 방법의 수는?99)

---

## 뽑아서 배열하기

---

☺  $n$ 개의 원소 중에  $r$ 개를 뽑아 배열하는 방법의 수는  ${}_nP_r = {}_nC_r \times r!$ 이다.

☺ ‘일단 뽑고’, ‘그 다음에 배열’하는 것이 편한 경우가 많다.

---

**100.** 10명의 회원이 있을 때, 다음을 구하여라.<sup>100)</sup>

- (1) 회장과 부회장을 뽑는 방법
  
- (2) 대표 2명을 뽑는 방법
  
- (3) 회장 한 명과 부회장 2명을 뽑는 방법

**101.** 남자 4, 여자 3명이 있다. 다음을 구하여라.<sup>101)</sup>

- (1) 3명을 뽑아서 줄 세우는 방법의 수
  
- (2) 남자 2, 여자 1명을 뽑아 줄 세우는 방법의 수
  
- (3) 남자 1, 여자 2명을 뽑아 줄 세우는 방법의 수

**102.** 남자 5명과 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?<sup>102)</sup>

**103.** A를 포함한 7명 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는데 A가 뽑히는 경우의 수를 구하여라.<sup>103)</sup>

**104.** 소영이를 포함한 10명의 학생 중에서 반장, 부반장, 서기를 뽑는데 소영이가 뽑히는 경우의 수를 구하여라.<sup>104)</sup>

**105.** 부모와 자녀 4명으로 이루어진 여섯 명의 가족 중 부모를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?<sup>105)</sup>

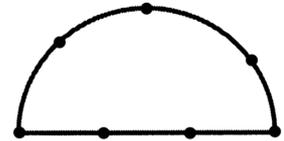
## 도형의 개수

- ☺ 어느 세 점도 일직선상에 있지 않는 점  $n$ 개로 만들 수 있는 선분은  ${}_nC_2$ 개다.  
 ☺ 어느 세 점도 일직선상에 있지 않는 점  $n$ 개로 만들 수 있는 삼각형은  ${}_nC_3$ 개다.

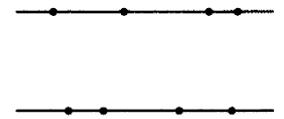
106. 원 위의 8개의 점이 있다. 이들을 양 끝으로 하는 선분은 몇 개인가?106)

107. 원 위에 8개의 점이 있다. 이들을 꼭짓점으로 만들 수 있는 삼각형은 몇 개인가?107)

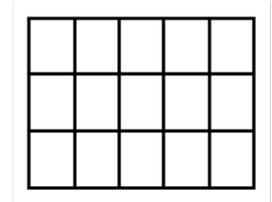
108. 오른쪽 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?108)



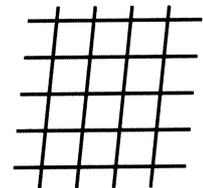
109. 그림과 같이 평행한 두 직선 위에 각각 4개씩 8개의 점이 있다. 점들로 만들어지는 직선의 개수와 삼각형의 개수를 구하여라.109)



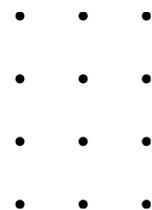
110. 오른쪽 그림에서 찾을 수 있는 직사각형의 개수는?110)



111. 오른쪽 그림과 같이 5개의 가로로 된 평행선과 4개의 세로로 된 평행선이 있다. 찾을 수 있는 평행사변형의 개수는?111)



112. 오른쪽과 같이 배열된 12개의 점으로 만들어지는 삼각형의 개수는?112)



---

## 부분집합의 개수

---

☺ 원소  $n$ 개짜리 집합의 부분집합의 개수는  $2^n$ 개다.

☺ 원소  $n$ 개짜리 집합의 원소  $r$ 개짜리 부분집합의 개수는  ${}_nC_r$ 개다.

---

**113.** 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.<sup>113)</sup>

(1) 1을 포함하는 부분집합의 개수

(2) 원소 3개인 부분집합의 개수

**114.** 집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여, 2를 포함하며 원소 3개인 부분집합의 개수는?<sup>114)</sup>

**115.** 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $X \subset A$ ,  $n(X \cap \{1, 2\}) = 1$ 일 때, 가능한  $X$ 의 개수는?<sup>115)</sup>

**116.** 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $X \subset A$ 이고  $X \cap \{1, 2\} \neq \emptyset$ 일 때, 가능한  $X$ 의 개수는?<sup>116)</sup>

**117.** 집합  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여,  $A \subset B \subset U$ 를 만족하는 집합  $A, B$ 의 쌍의 개수는?<sup>117)</sup>

**118.** 집합의 원소가 1개 증가할 때, 부분집합의 개수가 2배가 되는 이유를 말하여라.<sup>118)</sup>

**119.**  ${}_nC_0 + {}nC_1 + {}nC_2 + \dots + {}nC_n$ 의 값을 구하여라.<sup>119)</sup>

---

## 부정방정식

---

- ☺ 경우의 수가 많지 않게 나오는 경우로 잘 분할한다.
  - ☺ 방정식  $x+y+z=n$ 의 자연수 근의 개수는,  ${}_{n-1}C_2$ 개이고,  
0 이상 정수근의 개수는  ${}_{n+2}C_2$ 개다.
- 

**120.**  $x+y \leq 4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 는 몇 개인가?<sup>120)</sup>

**121.**  $x^2+y < 10$ 인 자연수  $(x, y)$ 의 쌍의 개수는?<sup>121)</sup>

**122.**  $x+5y+10z=40$ 을 만족시키는 양의 정수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는?<sup>122)</sup>

**123.**  $x+y+z \leq 5$ 을 만족시키는 자연수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는?<sup>123)</sup>

**124.**  $x+y+z=6$ 을 만족시키는 자연수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는?<sup>124)</sup>

**125.**  $x+y+z=10$ 을 만족시키는 자연수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는?<sup>125)</sup>

**126.**  $x+y+z=10$ 을 만족시키는 0 이상 정수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는?<sup>126)</sup>

---

## 함수의 개수

---

정의역의 원소가  $r$ 개, 공역의 원소가  $n$ 개일 때,

⊙ 함수의 개수 :  $n^r$

⊙ 일대일 함수의 개수 :  ${}_nP_r$

---

**127.** 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $f(1) = 1$ 인 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? (127)

**128.**  $X = \{a, b, c, d\}$ ,  $Y = \{e, f, g, h, i\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수 중  $f(c) \neq g$ 인 것의 개수는? (128)

**129.** 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 가 있다.  $f$ 가  $A$ 에서  $A$ 로의 함수일 때,  $x \in A$ 인 모든  $x$ 에 대하여  $x \leq f(x)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수를 구하여라. (129)

**130.** 정의역의 원소가 4개이고 공역의 원소가 6개일 때, 가능한 일대일 함수의 개수를 구하여라. (130)

**131.**  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때,  $A$ 에서  $B$ 로의 함수  $f: A \rightarrow B$ 에 대하여 ' $f(x) = f(y)$ 이면  $x = y$ '를 만족시키는 함수의 개수는? (131)

**132.**  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $Y = \{5, 6, 7\}$ 에서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수에 대하여 치역과 공역이 같은 함수의 개수를 구하면? (132)

**133.**  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수 중에서 치역과 공역이 같은 것의 개수를 구하여라. (133)

---

## 순서가 정해진 줄 세우기

---

☺ 배열이 정해져 있으면, 뽑는 방법의 개수가 뽑고 배열하는 방법의 수가 된다.

☺ 일부 원소 사이의 배열만이 정해져 있으면 같은 것이 있는 순열의 경우의 수가 된다.

---

**134.**  $a, b, c, d, e$ 를 배열할 때,  $a$ 는 반드시  $b$ 보다 앞쪽에 오도록 배열하는 방법의 수는?134)

**135.**  $a, b, c, d, e, f$ 를 배열할 때,  $a$ 는  $b$ 보다 앞쪽에,  $b$ 는  $c$ 보다 앞쪽에 나오도록 배열하는 방법의 수는?135)

**136.** 3자리의 자연수 중 10의 자리보다 1의 자리가 크고, 100의 자리보다 10의 자리가 큰 것의 개수는?136)

**137.**  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f: A \rightarrow B$ 가 ' $a < b$ 이면  $f(a) < f(b)$ '를 만족시킬 때, 함수  $f$ 의 개수는?137)

**138.**  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 집합  $A$ 에서  $B$ 로 가는 함수 중에서  $i < j$ 이면  $f(i) < f(j)$ 를 만족하는 함수의 개수는?138)

**139.** 크기가 모두 다른 굴 10개가 있다. 이를 대/중/소라 쓰여진 세 상자에 각각 2개씩 넣으려 한다. 몇 가지 방법이 있는가?139) (단, 대에 들어가는 굴들은 중에 들어가는 굴들보다 커야 하고, 중에 들어가는 굴들은 소에 들어가는 굴들보다 커야 한다.)

---

## 약수의 개수와 약수의 합

---

$A$ 의 소인수분해가  $2^a 3^b 5^c \dots$  일 때,

⊙  $A$ 의 약수의 개수는  $(a+1)(b+1)(c+1)\dots$

⊙  $A$ 의 약수의 총합은  $(1+2+\dots+2^a)(1+3+\dots+3^b)\dots$

---

**140.** 다음 물음에 답하여라.<sup>140)</sup>

- (1) 36의 양의 약수는 몇 개인가?
- (2) 108의 양의 약수의 개수?
- (3) 36의 모든 양의 약수들의 합은 얼마인가?
- (4) 108의 모든 양의 약수들의 합은 얼마인가?

**141.** 540의 양의 약수 중 홀수의 개수는?<sup>141)</sup>

**142.** 108의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는?<sup>142)</sup>

**143.** 24의 약수들의 곱은 얼마인가?<sup>143)</sup>

**144.**  $2^2 3^2$ 의 약수를 모두 쓰고 약수의 개수가 9개임을 보여라.<sup>144)</sup>

**145.**  $2^x 3^y 5^z$ 가  $2^a 3^b 5^c$ 의 약수일 때,  $x, y, z$ 가 가질 수 있는 값의 범위는?<sup>145)</sup>

**146.** ‘약수의 개수가 홀수이다.’와 ‘제곱수’가 서로 동치임을 보여라.<sup>146)</sup>

---

## 분할과 분배

---

☉ 서로 다른  $n$ 개의 물건을  $p$ 개,  $q$ 개,  $r$ 개( $p+q+r=n$ )의 세 묶음으로 나누는 방법의 수 (분할하는 방법의 수)는

-  $p, q, r$ 이 모두 다를 때 :  ${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r$

-  $p, q, r$ 중 어느 두 개가 같을 때 :  ${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r \times \frac{1}{2!}$

-  $p, q, r$ 이 모두 같을 때 :  ${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r \times \frac{1}{3!}$

☉ 분배하는 방법의 수는 분할 방법에 배열하는 방법 (묶음수)!을 곱해주면 된다.

☉ 서로 다른  $n$ 개의 물건을  $A$ 에게  $p$ 개,  $B$ 에게  $q$ 개,  $C$ 에게  $r$ 개로 나눠주는 방법의 수는,

$${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r$$

---

**147.** 서로 다른 10개의 사탕을 A에게 3개, B에게 4개, C에게 3개로 나누어 주는 방법의 수를 구하여라.<sup>147)</sup>

**148.** 서로 다른 7종류의 빵이 있다. 다음을 구하여라.<sup>148)</sup>

(1) 2, 2, 3개의 세 묶음으로 나누는 방법의 수

(2) 2, 2, 3개의 세 묶음으로 나누어 세 사람 A, B, C에게 주는 방법의 수

(3) A에게 2개, B에게 2개, C에게 3개를 나누어 주는 방법의 수

**149.** 8명의 학생을 2명씩 네 조로 나누는 방법의 수는?<sup>149)</sup>

**150.** 서로 다른 꽃 7송이를 2송이, 2송이, 3송이로 나누어 서로 다른 세 개의 꽃병에 꽂는 방법의 수는?<sup>150)</sup>

**151.**  $(a+b+c)^9$ 의  $a^2b^3c^4$ 의 계수를 구하여라.<sup>151)</sup>

1) 6	37) 8	76) (1) 12 (2) 20
2) 20	38) <i>bdace</i>	(3) 180 (4) 56
3) 32, 10	39) 58	(5) 180 (6) 420
4) 64, 24	40) 88	77) 110
5) 12	41) 15243	78) 34
6) 6	42) 2134	79) 360
7) 36, 21	43) 99	80) 35
8) $n+1, 2^n$	44) 120	81) 40
9) 24	45) 540	82) 18
10) 18	46) 48	83) 80
11) 6가지	47) 30	84) 60
12) 12	48) 30	85) 겹치니까요
13) 18	49) 48	86) 나열해 보세요
14) 36	50) 240	87) 20
15) 9	51) 720	88) 120
16) (1) 120 (2) 56	52) 192	89) 90
(3) 7 (4) 24	53) 96	90) 6, 4
17) (1) ${}_5P_3$ (2) ${}_6P_6$	54) 384	91) 45
(3) ${}_{20}P_2$ (4) ${}_{10}P_3$	55) 432	92) 12
(5) ${}_{31}P_3$	56) 72	93) 120
18) 56	57) 480	94) 150
19) ${}_nP_r$	58) 72	95) 315
20) 마지막놈 배열 하나하나	59) 14400	96) (1) 10 (2) 10
21) 그냥	60) 24	97) 56
22) 그냥	61) 15	98) 195
23) 12	62) $(n-1)!(n-2)$	99) 465
24) 18	63) 444	100) (1) 90 (2) 45
25) 30	64) 96	(3) 360
26) 30	65) 84	101) (1) 210 (2) 108
27) 6	66) 18	(3) 72
28) 7	67) 108	102) 24000
29) 1개	68) 144	103) 90
30) 729	69) 84	104) 216
31) 48	70) 34	105) 144
32) 24	71) (1) 81 (2) $4^5$	106) 28
33) 36	(3) $4^4$ (4) $3^5$	107) 56
34) 68	72) $4^{15}$	108) 31
35) 8	73) 30	109) 18, 48
36) 4	74) 27	110) 90
	75) 19	111) 60
		112) 200

113) (1) 16      (2) 10

114) 10

115) 32

116) 48

117) 81

118) 당연함

119)  $2^n$

120) 6

121) 13

122) 9

123) 10

124) 10

125) 36

126) 66

127) 9

128) 500

129) 120

130) 360

131) 24

132) 36

133) 150

134) 60

135) 120

136) 84

137) 6

138) 10

139)  ${}_{10}C_6$

140) (1) 9      (2) 12

(3) 91      (4) 280

141) 8

142) 9

143)  $24^4$

144) 9

145)  $0 \leq x \leq a,$

$0 \leq y \leq b,$

$0 \leq z \leq c$

146) 소인수분해 했을 때,  
지수가 모두 짝수

147)  ${}_{10}C_3 \cdot {}_7C_4$

148) (1)  ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2 \cdot \frac{1}{2}$

(2)  ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2 \cdot 3$

(3)  ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2$

149)  ${}_8C_2 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot \frac{1}{4!}$

150)  ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2 \cdot 3$

151)  ${}_9C_2 \cdot {}_7C_3$