

원포인트 개념주입 A
공간도형



개념1

✓ 평면의 결정 조건

① 한 직선 위에 있지 않은 세 점

③ 한 점에서 만나는 두 직선

✓ 서로 다른 두 직선의 위치관계

① 한 점에서 만난다.

② 평행하다.

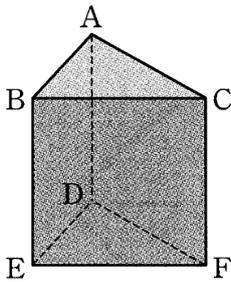
③ 꼬인 위치에 있다.

② 한 직선과 직선 밖의 한 점

④ 평행한 두 직선

001.

그림과 같은 삼각기둥에서 다음을 구하여라.1)



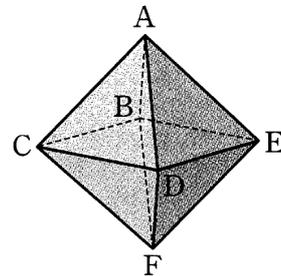
(1) 모서리 AB와 한 점에서 만나는 모서리

(2) 모서리 CF와 평행한 모서리

(3) 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리

002.

그림과 같은 정팔면체에서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 a , 면 ACD와 평행한 모서리의 개수를 b , 면 CFD와 평행한 면의 개수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.2)





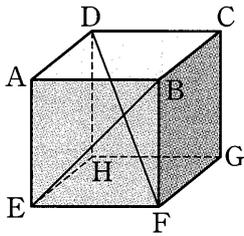
개념2

✓ 안 만나면 대충 평행이동 시켜서 만나게 한 다음에 쟀다.

⇒ 대충 (제2)코사인법칙 $\cos\theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 은 필요한 것으로 해 두자.

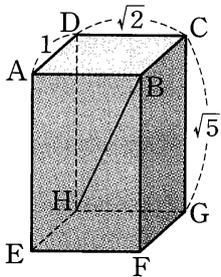
003.

정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 두 선분 BE 와 DF 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?³)



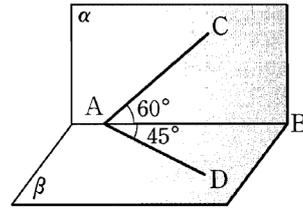
004.

그림과 같이 $\overline{AD}=1$, $\overline{CD}=\sqrt{2}$, $\overline{CG}=\sqrt{5}$ 인 직육면체가 있다. 두 직선 AE 와 BH 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값을 구하여라.⁴)



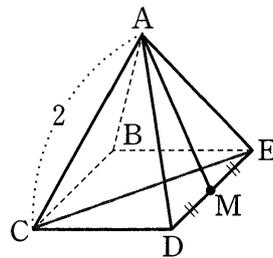
005.

두 선분 AC , AD 가 각각 수직인 두 평면 α , β 위에 있다. $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle DAB = 45^\circ$, $\angle DAC = \theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.⁵)



006.

모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔 $A-BCDE$ 에서 선분 DE 의 중점을 M 이라 하자. 두 선분 AM 과 CE 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.⁶)



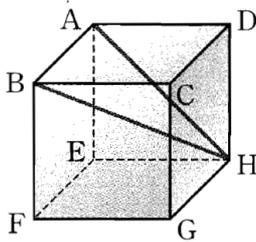


개념3

⇒ 직선 l 이 평면 α 와 점 P에서 만나고 직선 l 위의 점 A에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 B라 할 때, $\angle AOB$ 를 직선 l 과 평면 α 가 이루는 각이라 한다.

007.

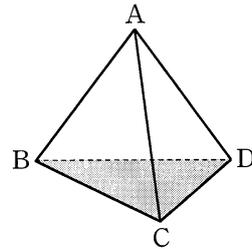
그림과 같은 정육면체 ABCD-EFGH에서 직선 AH와 평면 EFGH가 이루는 각의 크기를 θ_1 , 직선 BH와 평면 EFGH가 이루는 각의 크기를 θ_2 라 할 때, $\sin\theta_1 + \frac{1}{\cos\theta_2}$ 의 값은?7)



- ① $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

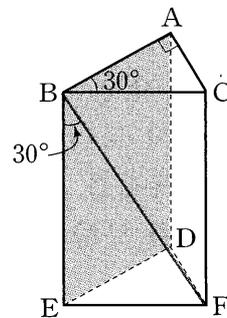
008.

그림과 같은 정사면체 A-BCD에서 모서리 AD와 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?8)



009.

그림과 같이 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle EBF = 30^\circ$ 인 삼각기둥에서 선분 BF와 면 ABED가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?9)



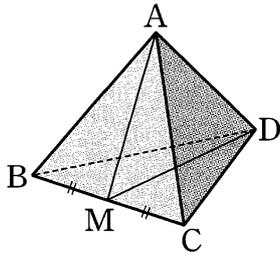


개념4

- ⇒ “직선 l 과 평면 α 가 수직이다.”는 “직선 l 이 평면 α 에 속하는 서로 평행하지 않은 두 직선과 수직이다.”와 동치이다.
- ✓ 삼수선의 정리는 이해는 하고 있어라.

010.

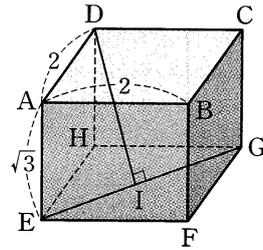
다음은 아래 그림과 같은 정사면체의 모서리 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{BC} \perp \triangle AMD$ 임을 증명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 써넣어라.¹⁰⁾



두 삼각형 ABC, BCD가 정삼각형이고 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로
삼각형 ABC에서 $\overline{BC} \perp$ (가)
삼각형 BCD에서 $\overline{BC} \perp$ (나)
 $\therefore \overline{BC} \perp \triangle AMD$

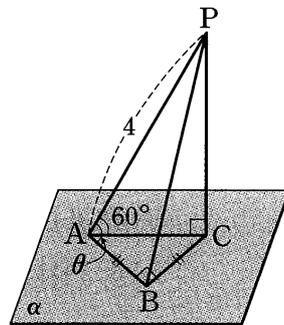
011.

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$ 인 직육면체의 꼭짓점 D에서 \overline{EG} 에 내린 수선의 발을 I라 할 때, DI의 길이를 구하여라.¹¹⁾



012.

평면 α 위에 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에 대하여 $\overline{PC} \perp \alpha$, $\overline{PA} = 4$, $\angle PAC = 60^\circ$, $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.¹²⁾



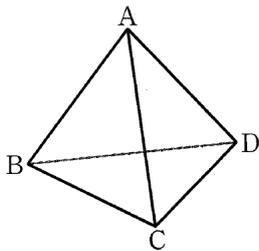


개념5

⇒ 두 평면이 이루는 각을 이면각이라 한다. 이면각은 각각의 평면에 속하는 두 평면의 교선과 수직인 직선들이 이루는 각으로 정의한다.

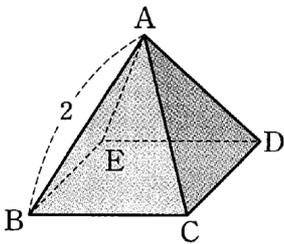
013.

그림과 같은 정사면체 $A-BCD$ 에 대하여 평면 ABC 와 평면 BCD 가 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.¹³⁾



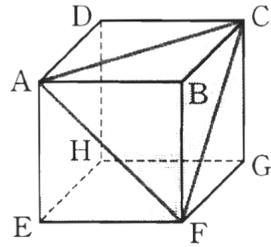
014.

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔에서 두 면 ABC 와 ACD 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.¹⁴⁾



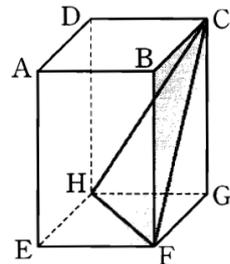
015.

그림과 같은 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 $\triangle AFC$ 와 평면 $EFGH$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.¹⁵⁾



016.

그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2$, $\overline{DH}=3$ 이다. $\triangle FGH$ 의 평면 CHF 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하여라.¹⁶⁾





개념6

✓ 공간좌표 : z축 그거

017.

점 $(1, -2, 4)$ 에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 P , 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 $Q(a, b, c)$ 라 할 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?¹⁷⁾

- ① -4 ② -3 ③ -2
- ④ -1 ⑤ 0

018.

점 $A(a, b, c)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점 B 를 y 축에 대하여 대칭한 점의 좌표가 $(-4, -2, 1)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.¹⁸⁾

019.

좌표공간상의 점 $P(a, b, c)$ 의 x 축에 대칭점과 점 $Q(a-2b, 4-2c, 3-a)$ 의 zx 평면에 대한 대칭점이 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?¹⁹⁾

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9



개념7

⇒ 좌표공간 상의 두 점 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ 이다.

020.

세 점 $A(2a, -1, 0), B(0, 1, 2), C(-1, 2, a+1)$ 에 대하여 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 일 때 실수 a 의 값을 구하여라.²⁰⁾

021.

두 점 $A(6, 1, -1), B(5, -1, 2)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점의 x 좌표를 m , y 축 위의 점의 y 좌표를 n 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.²¹⁾

022.

두 점 $A(-1, 1, 1), B(-1, 0, 0)$ 과 zx 평면 위의 점 C 에 대하여 $\triangle ABC$ 가 정삼각형일 때, 점 C 의 좌표가 될 수 있는 것을 모두 구하여라.²²⁾

023.

두 점 $A(-1, -4, 1), B(-2, 2, -5)$ 와 yz 평면 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.²³⁾



개념8

- ⇒ 좌표공간 상의 두 점 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 을 $m:n$ 으로 내분한 점의 좌표는 $\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}, \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$ 이다.
- ⇒ 외분점은 $\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}, \frac{mz_2-nz_1}{m-n}\right)$
- ⇒ 무게중심은 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$

024.

두 점 $A(-5, 2, -1), B(1, -4, 5)$ 에 대하여 AB 를 2:1로 내분하는 점을 P , 외분하는 점을 Q 라 할 때, PQ 의 중점 M 의 좌표는?²⁴⁾

025.

세 점 $A(2, 3, 1), B(-1, -1, 2), C(a, b, c)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심이 $G(1, -2, 2)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?²⁵⁾

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 2

026.

두 점 $A(1, 4, 7), B(-1, -2, 3)$ 을 잇는 선분 AB 가 zx 평면에 의하여 $m:1$ 로 내분될 때, 상수 m 의 값을 구하여라.²⁶⁾

027.

두 점 $A(5, -2, 4), B(a, b, c)$ 를 잇는 선분 AB 가 xy 평면에 의하여 1:2로 내분되고 z 축에 의하여 3:2로 외분될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.²⁷⁾



개념9

⇒ 중심이 (x_1, y_1, z_1) 이고 반지름이 r 인 구의 방정식은

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = r^2 \text{이다.}$$

✓ xy 평면에 내린 정사영은 $(z-z_1)^2$ 을 제거한다.

✓ xy 평면과의 교선은 $z=0$ 을 대입한다.

028.

두 점 $A(-2, 1, 3)$, $B(4, 1, -3)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 구의 방정식은?²⁸⁾

- ① $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 14$
- ② $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 18$
- ③ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 20$
- ④ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14$
- ⑤ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 18$

029.

구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax + 4y - 4bz + 20 = 0$ 이 xy 평면과 yz 평면에 동시에 접하도록 하는 양수 a, b 에 대하여 $a+2b$ 의 값을 구하여라.²⁹⁾

030.

반지름의 길이가 5인 구를 zx 평면으로 자른 단면이 원 $(x-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ 이다. 이 구의 중심의 y 좌표는?³⁰⁾ (단, 구의 중심의 y 좌표는 양수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

-
- 1) (1) 선분 AC, AD, BC, BE
(2) 선분 AD, BE
(3) 선분 AD, DE, DF
- 2) 8
- 3) 0
- 4) $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- 5) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- 6) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 7) ②
- 8) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 9) $\frac{\sqrt{15}}{4}$
- 10) (가) AM (나) DM
- 11) $\sqrt{5}$
- 12) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- 13) $\frac{1}{3}$
- 14) $-\frac{1}{3}$
- 15) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 16) $\frac{8}{11}$
- 17) ②
- 18) -1
- 19) ④
- 20) $\frac{1}{2}$
- 21) 6
- 22) C(-2, 0, 1) 또는 C(0, 0, 1)
- 23) 9
- 24) (3, -6, 7)
- 25) ①
- 26) 2
- 27) -6
- 28) ②
- 29) 8
- 30) ②