원포인트 개념주입 A

평면벡터

원포인트개념주입

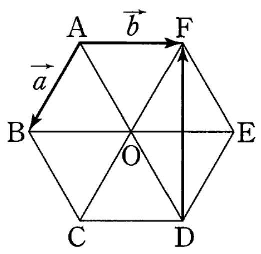
평면벡터

개념1

✔ 벡터가 뭔지, 벡터의 크기가 뭔지, 실수배, 덧셈, 뺄셈 어떻게 하는지 아는 정도.

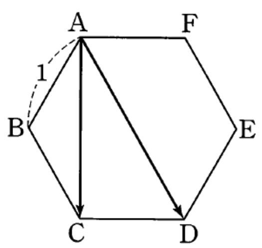
001.

그림의 정육각형에서 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$라 할 때, 벡터 $\overrightarrow{DF}$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내어라.1)



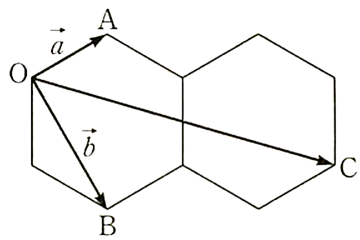
002.

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형에 대하여 $|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{AD}|$의 값을 구하여라.2)



003.

그림과 같이 두 개의 정육각형이 한 변을 공유하고 있다. $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$라 할 때, 벡터 $\overrightarrow{OC}$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내면?3)



① $-\frac{5}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}$　② $\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

③ $\frac{5}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}$　④ $\frac{5}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

⑤ $\frac{5}{2}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}$

개념2

✔ 벡터 연산의 성질 :

① $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

② $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$

✏ 평행조건 : 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{b}$가 서로 평행하다. ⇔ $\vec{a}=k\vec{b}$인 실수 k가 존재한다.

004.

임의의 네 점 P, Q, R, S에 대하여 다음 중 $\overrightarrow{RQ}+\overrightarrow{PS}+\overrightarrow{SR}+\overrightarrow{QS}$와 같은 벡터는?[4]

① $\overrightarrow{PS}$ ② $\overrightarrow{QS}$ ③ $\overrightarrow{RQ}$
④ $\overrightarrow{RS}$ ⑤ $\overrightarrow{SR}$

005.

사각형 ABCD에서 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$이고, 점 P에 대하여 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{AD}$일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[5]

ㄱ. $2\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$

ㄴ. $\overrightarrow{PB}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}$

ㄷ. $\overrightarrow{PC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

006.

세 벡터 $\vec{p}=3\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{q}=\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{r}=2\vec{a}+k\vec{b}$에 대하여 두 벡터 $\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{q}-\vec{r}$가 서로 평행하기 위한 실수 k의 값은?[6] (단, $\vec{a}$, $\vec{b}$는 영벡터가 아니고 평행하지 않다.)

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

007.

영벡터가 아니고 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$\overrightarrow{OA}=2\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=-\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=m\vec{a}-2\vec{b}$

일 때, 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있도록 하는 실수 m의 값은?[7]

① -2 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

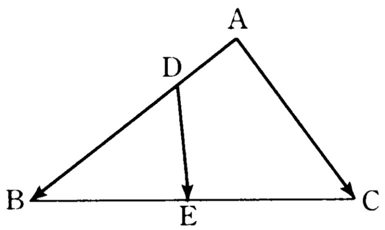
개념3

✏ 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 두 벡터의 시점을 O로 일치시켰을 때, 두 벡터의 종점을 $m:n$으로 내분하는 점을 P라 하자. 이 때 $\overrightarrow{OP}$를 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 $m:n$ 내분 벡터라 한다.

$\Rightarrow$ 이 벡터는 $\dfrac{n}{m+n}\vec{a}+\dfrac{m}{m+n}\vec{b}$로 나타난다.

008.

$\triangle$ABC에서 AB를 1:2로 내분한 점을 D, BC의 중점을 E라고 한다. $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$라 할 때, $\overrightarrow{DE}$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내면?[8)]



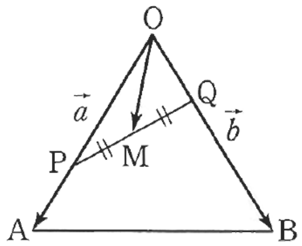
① $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$ ② $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

③ $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ ④ $\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

⑤ $\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

009.

그림과 같은 $\triangle$OAB에서 변 OA를 2:1로 내분하는 점을 P, 변 OB를 1:2로 내분하는 점을 Q라고 하자. $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$라 하고, 선분 PQ의 중점을 M이라고 할 때, $\overrightarrow{OM}$을 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내면?[9)]



① $\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ ② $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$

③ $\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$ ④ $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$

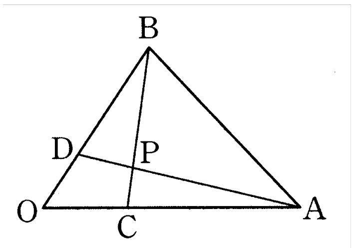
⑤ $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

개념4

✏ 평면상에서 서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 있으면
평면상의 임의의 벡터 $\vec{x}$는 $\vec{x}=p\vec{a}+q\vec{b}$로 나타낼 수 있다.
※ 두 위치벡터 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 종점을 연결한 위치벡터 $\vec{x}$는 $t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$로 나타낼 수 있다.

010.

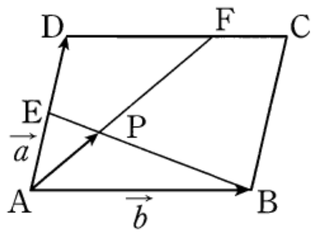
그림과 같은 $\triangle OAB$에 대하여 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 $1:2$로 내분하는 점을 각각 C, D라 하고 AD와 BC의 교점을 P라 하자. $\overrightarrow{OP}=l\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}$라 할 때, $l+m$의 값은?[10]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

011.

평행사변형 ABCD에서 변 AD의 중점을 E, 변 CD의 3등분점 중에서 C에 가까운 점을 F라 하고, AF, BE의 교점을 P라 하자. $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$라 할 때, $\overrightarrow{AP}=p\vec{a}+q\vec{b}$를 만족시키는 실수 p, q의 합 $p+q$의 값을 구하여라.[11]



개념5

✏ 좌표평면의 원점 O로 모든 벡터의 시점을 고정하면 임의의 벡터 $\vec{a}$는 자신의 종점 $A(a_1,\ a_2)$와 일대일대응 된다. 이 때, $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$라 쓴다.

012.

두 벡터 $\vec{a}=(2,\ 5)$, $\vec{b}=(-1,\ 2)$에 대하여 $2\vec{a}+3\vec{x}=-\vec{b}$인 벡터 $\vec{x}$를 구하여라.12)

013.

세 벡터 $\vec{a}=(-1,\ 0)$, $\vec{b}=(3,\ 1)$, $\vec{c}=(-2,\ -3)$에 대하여, $|\vec{b}-2\vec{a}-\vec{c}|^2$의 값은?13)

014.

세 벡터 $\vec{a}=(1,\ 2)$, $\vec{b}=(3,\ -2)$, $\vec{c}=(13,\ 10)$에 대하여 $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$를 만족시키는 m, n의 값을 구하여라.14)

015.

세 점 $A(-1,\ 1)$, $B(2,\ -1)$, $C(0,\ -2)$에 대하여 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$를 만족시키는 점 D에 대하여 $\overrightarrow{OD}$의 크기를 구하여라.15)

016.

세 점 $A(1,\ 1)$, $B(0,\ 1)$, $C(-1,\ 1)$에 대하여

$$\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\vec{0}$$

를 만족시키는 점 P의 좌표를 구하여라.16)

017.

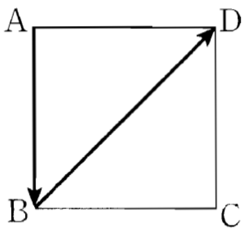
$\vec{a}=(4,\ 4)$, $\vec{b}=(2,\ -1)$, $\vec{c}=(-1,\ 5)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}+k\vec{b}$와 $\vec{c}-\vec{a}$가 서로 평행할 때, 실수 k의 값을 구하여라.17)

개념6

✏ 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각을 θ라 할 때, 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$을 $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$로 정의한다.

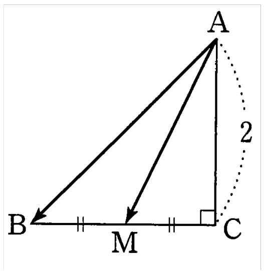
018.

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형이 있다. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}$의 값을 구하여라.18)



019.

그림과 같이 $\overline{AC}=2$인 직각이등변삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}$의 값은?19)



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 6

개념7

✏ 두 벡터 $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$에 대하여 $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$이다.

020.

두 벡터 $\vec{a}=(-1,\ 3)$, $\vec{b}=(2,\ 1)$에 대하여 $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은?[20)]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

021.

두 벡터 $\vec{a}=(2,\ 1)$, $\vec{b}=(-2,\ 3)$에 대하여

$$f(t)=(\vec{a}+t\vec{b})\cdot(t\vec{a}-\vec{b})$$

일 때, $f(t)$의 최댓값은?[21)]

① 13 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

022.

세 벡터 $\vec{a}=(2,\ 2)$, $\vec{b}=(4,\ 4)$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$에 대하여

$$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$$

을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 넓이는?[22)]

① $\sqrt{2}\,\pi$ ② 2π ③ $2\sqrt{2}\,\pi$
④ $4\sqrt{2}\,\pi$ ⑤ 8π

023.

좌표평면 위의 두 정점 A$(-1,\ 3)$, B$(3,\ 4)$와 포물선 $y=2x^2$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}$의 최솟값은?[23)]

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

✏ 내적의 성질

개념8

① $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

② $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

③ $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

※ $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

024.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$이고 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$일 때, $(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})$의 값은?[24)]

① -9 ② -5 ③ 0
④ 3 ⑤ 5

025.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$

일 때, $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$의 값은?[25)]

① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ -1

026.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기가 각각 3, 4이고 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 60°일 때, $|\vec{a}-\vec{b}|$의 값은?[26)]

027.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}+\vec{b}|=4$

일 때, $|\vec{a}-\vec{b}|$의 값은?[27)]

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

✔ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$를 알면 $\cos\theta$를 알 수 있다. ⇒ θ를 알 수 있다.
✏ $|\vec{a}|\neq 0$, $|\vec{b}|\neq 0$일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$이면 $\vec{a}\perp\vec{b}$이다.

개념9

028.

세 벡터 $\vec{a}=(1,\ 0)$, $\vec{b}=(x,\ -1)$, $\vec{c}=(2,\ 1)$에 대하여 두 벡터 $2\vec{a}-\vec{b}$와 $\vec{c}$가 이루는 각의 크기가 45°일 때, x의 값을 구하여라.28)

029.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|3\vec{a}+\vec{b}|=3\sqrt{3}$

일 때, $\vec{a}$와 $\vec{b}$가 이루는 각의 크기를 θ라고 하자. $\cos\theta$의 값을 구하여라.29)

030.

$\vec{a}=(2,\ 3)$, $\vec{b}=(x,\ -2)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, 양수 x의 값은?30)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

031.

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=4$이고, 두 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$와 $\vec{a}-2\vec{b}$가 서로 수직일 때, 내적 $\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$의 값은?31)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 4 ⑤ 8

✔ 방향벡터 : 직선과 평행한 방향을 가지는 벡터
✏ 직선의 벡터방정식 : 점 (x_1, y_1)을 지나고,

개념10

① 방향벡터가 (a, b)인 직선의 방정식은 $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}$이다.

② 법선벡터가 (a, b)인 직선의 방정식은 $a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$

032.

직선 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{5-y}{3}$에 평행하고 점 $(-2, 5)$를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.[32)]

033.

점 $(-3, 2)$를 지나고 직선

$x=1-2t,\ y=3t+2$ (단, t는 실수)

에 평행한 직선을 l이라고 할 때, 다음 중 직선 l 위의 점은?[33)]

① $(-3, -2)$ ② $(-1, 1)$ ③ $(1, 4)$
④ $(3, -7)$ ⑤ $(5, 8)$

034.

점 $(3, -4)$를 지나고 직선 $3(x-3)=-2(y+1)$에 평행한 직선이 점 $(k, -1)$을 지날 때, k의 값은?[34)]

① -2 ② -1 ③ 1
④ $\dfrac{5}{3}$ ⑤ $\dfrac{9}{4}$

035.

점 $(-4, 3)$을 지나고 직선 $\dfrac{x+1}{2}=5-y$에 수직인 직선이 점 $(-1, k)$를 지날 때, 실수 k의 값은?[35)]

① -13 ② -11 ③ 2
④ 9 ⑤ 11

개념11

✏ 두 점 A, B를 지름의 양 끝으로 하는 원 위의 점 P의 자취는
$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$이다. ($\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$)

036.

좌표평면 위의 두 점 $A(-3, 3)$, $B(1, -3)$과 한 점 P에 대하여 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$라고 할 때,

$$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$$

을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 넓이를 구하여라.36)

037.

좌표평면 위의 두 점 $A(2, 1)$, $B(6, 1)$에 대하여

$$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}\le 0$$

을 만족시키는 점 P가 존재하는 영역의 넓이를 구하여라.37)

1) $-2\vec{a}-\vec{b}$

2) $2+\sqrt{3}$

3) ⑤

4) ①

5) ⑤

6) ⑤

7) ①

8) ④

9) ④

10) ④

11) $\frac{5}{8}$

12) $(-1, -4)$

13) 65

14) $m=7,\ n=2$

15) 5

16) $\left(-\frac{1}{3},\ 1\right)$

17) 8

18) -1

19) ⑤

20) ①

21) ③

22) ②

23) ⑤

24) ①

25) ②

26) $\sqrt{13}$

27) ⑤

28) $\frac{5}{3}$

29) $-\frac{1}{2}$

30) ③

31) ③

32) $\frac{x+2}{2}=\frac{y-5}{-3}$

33) ④

34) ③

35) ④

36) 13π

37) 4π