# [나승민/한성은 모의고사]

대학수학능력시험 수학 연습 (4/4)

## 나승민 (성균관대 수학과)

이투스 네오

수능을 향해서

instagram @cremath_david

## 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY

이거 2021학년도 6월 변형이었나.

hansungeun.com

– 저자소개, 학습자료, 교재판매

5지선다형

1. $\sqrt[4]{16} \times 4^{\frac{5}{2}}$의 값은? [2점]

① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

2. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 \times a_3 = 16$일 때, $a_2$의 값은? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

3. $\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 16}{\sqrt{x+2} - 2}$의 값은? [3점]

① 16 ② 32 ③ 64
④ 128 ⑤ 256

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & (x \geq a) \\ x^2 - 3x & (x < a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,
상수 $a$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=3$, $\angle\mathrm{BAC}=60^\circ$인 삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{BC}}$의 값은? [3점]

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

6. 함수 $y=2\times3^x+1$의 그래프는 함수 $y=3^x$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로 $n$만큼 평행이동한 것이다. 이때, $3^{m+n}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

7. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=a_3+4,\quad 3a_4-a_6+3a_8=25$$

일 때, $a_k<0$을 만족시키는 자연수 $k$의 최솟값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

8. 함수 $f(x)=x^3+2x^2-x$에서 $x$의 값이 0에서 $k$까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(1)$이다. 양수 $k$의 값은? [3점]

① $1+2\sqrt{2}$ ② $1+3\sqrt{2}$ ③ $-1+\sqrt{2}$
④ $-1+2\sqrt{2}$ ⑤ $-1+3\sqrt{2}$

9. 양수 $k$에 대하여 함수 $f(x)=4^{x-1}+k$의 역함수의 그래프를 $x$축의 방향으로 6만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 점근선의 교점이 직선 $x-4y=0$ 위에 있을 때, $k$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10. 수열 $\{a_n\}$은 $a_{10}=12$이고, 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n}=2a_n \\ a_{2n+1}=a_n+2 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{12}+a_{13}$의 값은? [4점]

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

11. 공차가 $-2$인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합을 $S_n$이라 하자. 자연수 $k$에 대하여

$$a_k = -5, \quad S_2 = S_k - S_{k+2}$$

가 성립할 때, $a_1$의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

12. 방정식 $\frac{1}{4}x^4 - x^3 - a = 0$이 $-2 \le x \le 4$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 $a$의 개수는? [4점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

13. 상수 $k$와 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(k)=-6$
(나) 모든 실수 $x$에 대하여 $\int_{-x}^{x} f(t)dt = 6x+k$이다.

함수 $f(x)$의 극댓값이 7일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① $-9$ ② $-7$ ③ $-5$
④ $-3$ ⑤ $-1$

14. $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도가

$$v(t)=(t+1)(t-1)(t-a)$$

이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>
ㄱ. $t=1$일 때 점 P가 운동 방향을 바꾼다.
ㄴ. $a=3$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P는 원점을 두 번 지난다.
ㄷ. 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀌도록 하는 모든 실수 $a$의 값의 곱은 $\frac{3\sqrt{6}}{8}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-2a_n & (a_n \le -1)\\ 2a_n & (-1<a_n<1)\\ a_n+1 & (a_n \ge 1)\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{10}$이 정수이고 $\sum_{k=1}^{10} a_k < 28$이 되도록 하는 $a_1$의 값의 개수는? [4점]

① 13　② 16　③ 19　④ 22　⑤ 25

단답형

16. 함수 $f(x)$가 $f(x)=\int(3x^2+2x)dx$이고 $f(0)=0$일 때, $f(2)$의 값을 구하여라. [3점]

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$f(2)=1,\quad f'(2)=3$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)=(x^2+x)f(x)$에 대하여 $g'(2)$의 값을 구하여라. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-3x^3}{x^2}=3,\quad \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하여라. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(k-2)a_k=\frac{1}{3}n^3-\frac{7}{3}n$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{6}a_k=36$일 때, $a_2$의 값을 구하여라. [3점]

20. 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=3(x-1)(x-3)$$

이다. 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ f(a) & (x\ge a)\end{cases}$$

의 그래프와 직선 $y=\frac{15}{4}x+t$가 만나는 서로 다른 점의 개수가 3이 되도록 하는 실수 $t$가 오직 하나 존재할 때, $a$의 값을 구하여라. [4점]

21. 구간 $[0, 16]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}\sin\pi x+|\sin\pi x| & (0\le x<8)\\ 2\sin\pi x+2|\sin\pi x| & (8\le x\le 16)\end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(x)-\log_2 x=0$의 서로 다른 실근의 개수를 구하여라. [4점]

22. $f(0)=4$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_4^x (t-1)f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 극댓값을 갖지 않는다.
(나) 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이다.

$4\times g(5)$의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 다항식 $(1+3x)^5$의 전개식에서 $x^2$의 계수는? [2점]

① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 180

24. 두 사건 $A$, $B$에 대하여 $A$와 $B^c$은 서로 배반사건이고,

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$$

이다. $\mathrm{P}(A|B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 모평균이 $m$, 모표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 모평균 $m$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $219.3 \le m \le 258.5$이다. $\sigma$의 값은?
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [3점]

① 36 ② 38 ③ 40
④ 42 ⑤ 44

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 $a$, $b$라 할 때, $a+b$가 4의 배수이거나 $a=b$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

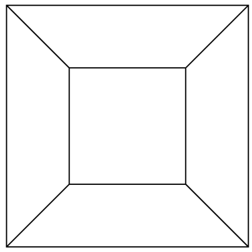
27. 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(4,\ 4)$, 확률변수 $Y$는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따른다.

$$\mathrm{P}(X \le 0) = \mathrm{P}(Y \le 0) = \mathrm{P}(Y \ge 4)$$

일 때, $m+\sigma$의 값은? (단, $\sigma > 0$이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

28. 그림과 같이 두 대각선의 교점이 서로 일치하고 크기가 다른 두 정사각형의 꼭짓점들을 적당히 연결하여 만든 도형이 있다. 큰 정사각형의 내부에 만들어지는 5개의 영역에 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

단답형

29. 같은 종류의 빵 10개를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주려고 한다. A보다 많은 개수의 빵을 받은 학생이 없도록 나누어 주는 방법의 수를 구하여라. (단, 빵은 찢어지지 않고, 빵을 1개도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

30. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 $A$에서 $A$로의 모든 함수 $f$ 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $|f(1)-f(2)| \le 1$
(나) 함수 $f$의 치역의 원소의 개수는 3이다.

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}}{(2^n+1)(2^n+3)}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

24. 두 상수 $a$, $b$에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x & (x<a) \\ \ln x+b & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? (단, $a>0$이다.) [3점]

① $-2$　② $-1$　③ 0　④ 1　⑤ 2

25. 곡선 $y=3e^{x-1}$ 위의 점 A에서의 접선이 원점 O를 지날 때, 선분 OA의 길이는? [3점]

① 3　② $\sqrt{10}$　③ $\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{13}$

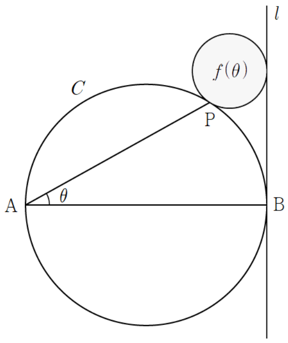
26. 함수 $f(t)=t^3+2t$의 역함수를 $g(t)$라 하자. 매개변수 $t$로 나타내어진 곡선

$$x=f(t),\quad y=g(t)$$

에서 $t=0$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1
④ 2　⑤ 4

27. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=2$인 선분 AB를 지름으로 하는 원 $C$ 위의 점 B에서의 접선을 $l$이라 하자. $\angle \mathrm{PAB}=\theta$를 만족시키는 원 $C$ 위의 점 P에서 원 $C$와 접하고 직선 $l$과 한 점에서 만나는 원의 넓이를 $f(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{f(\theta)}{\theta^4}$의 값은? (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$이다.) [3점]




① $\dfrac{\pi}{16}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$ ③ $\pi$
④ $4\pi$ ⑤ $16\pi$

28. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=f(x)e^{-|x|}$$

이다. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 모든 $x$값이

$$-\sqrt{2},\ \alpha,\ \beta$$

일 때, $\alpha\beta$의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

단답형

29. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\int_{1}^{x} f(t)dt$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\int_{0}^{1} f(e^{x})dx=4, \quad \int_{1}^{e} \frac{g(x)}{x^{2}}dx=2$$

를 만족시킬 때, $\frac{g(e)}{e}$의 값을 구하여라. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 증가하는 함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\int_{1}^{x} (x-t)f'(t)dt+2$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(g(x))$의 최솟값은 4이다.
(나) $\int_{2}^{5} f(x)g''(x)dx=10$

$f(5)$의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

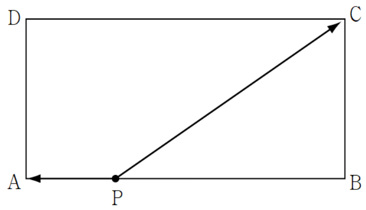
23. 두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 2)$, $\vec{b}=(2,\ 5)$에 대하여 $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은? [2점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

24. 두 초점이 F, F′인 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 두 점 A, B에 대하여 점 F′은 선분 AB 위의 점이다. 삼각형 FAB의 둘레의 길이가 20일 때, $a^2$의 값은? (단, $a^2>b^2$) [3점]

① 9 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 25

25. 그림과 같이 $\overline{AB}=8$이고 $\overline{BC}=4$인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P가 선분 AB 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}|$의 최댓값은? [3점]




① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

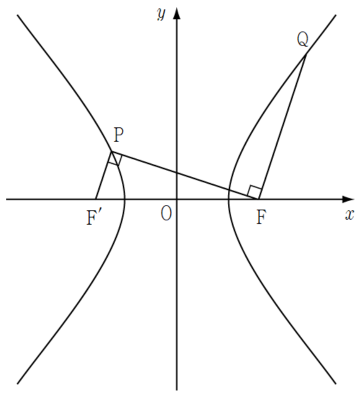
26. 평면 $\alpha$ 위의 두 점 A, B와 평면 $\alpha$까지의 거리가 4인 점 P가 있다. $\overline{PA}=6$, $\overline{PB}=4\sqrt{3}$이고, 삼각형 PAB의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이가 12일 때, 삼각형 PAB와 평면 $\alpha$가 이루는 예각의 각의 크기는 $\theta$이다. $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

27. 그림과 같이 두 초점이 F$(c,\ 0)$, F$'(-c,\ 0)(c>0)$인 쌍곡선 위의 두 점 P, Q가

$$\overline{\mathrm{FP}}=\overline{\mathrm{FQ}}=6,\quad \angle \mathrm{F'PF}=\angle \mathrm{PFQ}=\frac{\pi}{2}$$

를 만족시킨다. $\overline{\mathrm{FF'}}$의 값은? (단, 점 P는 제2사분면에 있고, 점 Q는 제1사분면에 있다.) [3점]




① $4\sqrt{2}$　② $2\sqrt{10}$　③ $4\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{14}$　⑤ 8

28. 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 A와 원 $x^2+y^2=16$ 위의 두 점 B, C가

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-8,\quad \overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=12$$

를 만족시킨다. 원 $x^2+y^2=a$ 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}$의 최댓값이 44일 때, $a$의 값은?
(단, O는 원점이다.) [4점]

① 8　② 10　③ 12
④ 14　⑤ 16

단답형

29. 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$인 타원 $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 P의 $x$좌표는 3이다.
> (나) $\angle \mathrm{F'PF} = \frac{\pi}{2}$

$b^2$의 값을 구하여라. [4점]

30. 반지름의 길이가 6인 구 $S$와 평면 $\alpha$의 교선을 $C$라 하자. 구 $S$ 위를 움직이는 점 P와 $\overline{\mathrm{AB}}=6\sqrt{3}$인 원 $C$ 위의 두 점 A, B에 대하여 삼각형 PAB의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 C라 하고, 삼각형 PAB의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 D라 하자. $\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{6}$일 때, 두 평면 ACD와 BCD가 이루는 예각의 크기가 $\theta$이다. $\cos\theta=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

# [나승민/한성은 모의고사 수능 연습(4/4) 정답표]

## 〈공통〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 01 | ⑤ | 02 | ① | 03 | ④ | 04 | ① | 05 | ⑤ |
| 06 | ③ | 07 | ② | 08 | ④ | 09 | ② | 10 | ⑤ |
| 11 | ① | 12 | ③ | 13 | ⑤ | 14 | ④ | 15 | ③ |
| 16 | 12 | 17 | 23 | 18 | 7 | 19 | 12 | 20 | 5 |
| 21 | 11 | 22 | 27 | | | | | | |

## 〈확률과 통계〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | ④ | 24 | ⑤ | 25 | ③ | 26 | ② | 27 | ① |
| 28 | ② | 29 | 81 | 30 | 85 | | | | |

## 〈미적분〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | ④ | 24 | ⑤ | 25 | ② | 26 | ① | 27 | ③ |
| 28 | ③ | 29 | 2 | 30 | 6 | | | | |

## 〈기하〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | ① | 24 | ⑤ | 25 | ④ | 26 | ③ | 27 | ② |
| 28 | ③ | 29 | 20 | 30 | 10 | | | | |

## COMMENT 11

등차수열의 합은 '상수항이 없는 이차식'이다. $S_2-S_0=S_k-S_{k+2}$를 잘 째려보면 $S_{k+2}=0$ 각이 뜬다.

$a_k=-5$, $a_{k+1}=-7$, $a_{k+2}=-9$에서 $S_{k+1}=S_{k+2}-a_{k+2}=9$이다. 이 값이 $S_1=a_1$이다.

※ 물론 정상적으로 풀어도 좋다. 두 개의 식을 연립하여 $a_1$과 $k$를 구하면 된다. $k=8$이다.

## COMMENT 12

준 방정식은 $\frac{1}{4}x^4-x^3=a$이다. $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3$의 그래프를 그리자.

$f'(x)=x^3-3x^2$이고, $-2\le x\le 4$에서 $f(x)$는 12에서 $-\frac{27}{4}$ 찍고 다시 0까지 커진다.

서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 $a$는 $-6$, $-5$, $-4$, $\cdots$, $0$으로 7개

## COMMENT 13

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$라 하자. $\int_{-x}^{x}f(t)dt=\int_{-x}^{x}(bt^2+d)dt=\frac{2}{3}bx^3+2dx$이므로 $b=0$, $d=3$, $k=0$이다.

$f'(0)=-6$에서 $c=-6$, 극댓값 $f\left(-\sqrt{\frac{2}{a}}\right)=7$을 풀면 $a=2$이므로 $f(x)=2x^3-6x+3$이다.

## COMMENT 14

ㄱ : $a=1$이면 $t=1$일 때 운동방향을 바꾸지 않는다.

ㄴ : $\int_0^3 v(t)dt<0$이므로

ㄷ : $0<a<1$일 때 $\int_0^1 v(t)=0$이므로 $a=\frac{3}{8}$이고, $1<a$일 때 $\int_0^a v(t)dt=0$이므로 $a=\sqrt{6}$이다.

## COMMENT 15

$1+2+3+4+5+6+7=28$이므로 $a_{10}$이 될 수 있는 값은 7 이하의 정수이다.

Case1) $a_1>0$일 때 : $a_{10}$이 될 수 있는 값은 1, 2, $\cdots$, 6이다. 가능한 $a_1$의 개수는 6이다.

Case2) $a_1=0$일 때 : 조건을 만족시킨다. 가능한 $a_1$의 개수는 1이다.

Case3-1) $a_1<0$이고, $a_m>0$인 최소의 $m$에 대하여 $a_m=2$일 때,

$a_{10}$이 될 수 있는 값은 $-1$, 2, 3, 4, 5, 6, 7이다. 가능한 $a_1$의 개수는 7이다.

Case3-1) $a_1<0$이고, $a_m>0$인 최소의 $m$에 대하여 $a_m=3$일 때,

$a_{10}$이 될 수 있는 값은 3, 4, 5, 6, 7이다. 가능한 $a_1$의 개수는 5이다.

## COMMENT 19

$(n-2)a_n=\left\{\frac{1}{3}n^3-\frac{7}{3}n\right\}-\left\{\frac{1}{3}(n-1)^3-\frac{7}{3}(n-1)\right\}$에서 $a_2$는 알 수 없군요.

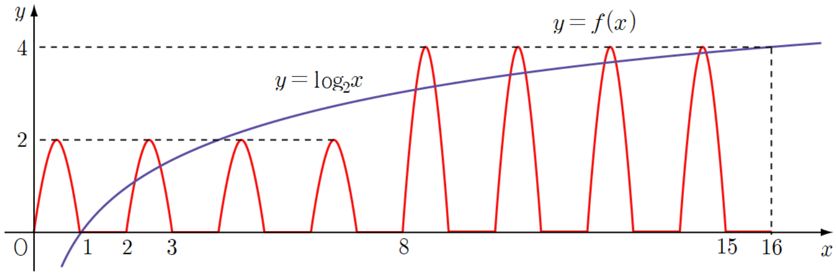
## COMMENT 20

곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$에서의 접선은 $x=5$일 때 다시 만난다.

여기서 꺾어줘야 하는 각이다.

## COMMENT 21

두 함수 $y=f(x)$, $y=\log_2 x$의 그래프는 다음 그림과 같다.




## COMMENT 22

$g(4)=0$이고 $g'(x)=(x-1)f(x)$이다.
(나)의 조건과 $g(4)=0$에서 $g'(4)=0$이므로
$g'(x)=(x-1)(x-4)(ax+b)$이다.

$g(x)$가 극댓값을 갖지 않으려면 $ax+b=0$의 근이 1 또는 4이다.
이 중 4인 것은 (나)의 조건과 위배이므로 $g'(x)=k(x-1)^2(x-4)$이다.

$f(0)=4$와 맞춰보면 $f(x)=(x-1)(x-4)$이고 $g'(x)=(x-1)^2(x-4)$이다.
$g(x)$는 적분치고 $g(4)=0$에 맞춰보면 $g(x)=\frac{1}{4}(x-1)^3(x-5)+\frac{27}{4}$이다.
사차함수의 3:1 성질에서 상황 설정했지롱.

## COMMENT 확률과 통계 29

네 학생이 받는 빵의 개수를 각각 $a$, $b$, $c$, $d$라 하면 $a+b+c+d=10$이다.
Case1) $a$가 5 이상인 경우의 수 : $(a-5)+b+c+d=5$에서 ${}_4H_5=56$이다.
Case2) $a=4$인 경우의 수 : $b$, $c$, $d$가 취할 수 있는 값이
[4, 2, 0], [4, 1, 1], [3, 3, 0], [3, 2, 1], [2, 2, 2]이고 각각 6, 3, 3, 6, 1로 모두 19이다.
Case3) $a=3$인 경우 : $b$, $c$, $d$가 취할 수 있는 값이 [3, 3, 1], [3, 2, 2]이고 각각 3, 3으로 모두 6이다.

## COMMENT 확률과 통계 30

전체 경우의 수는 $4^4=256$, 사건의 경우의 수는 아래와 같이 84이다.
Case1) $f(1)=f(2)$일 때 24가지
치역 선택 ${}_4C_3$에 $f(1)=f(2)$, $f(3)$, $f(4)$를 대응시켜 줘야 한다.
Case2) $f(1)\neq f(2)$일 때 60가지
$\{f(1), f(2)\}$ 선택 3가지, 대응 2가지.
$f(1)$, $f(2)$가 아닌 치역의 원소 선택 2가지, $f(3)$, $f(4)$ 선택 $3^2-2^2$가지.

## COMMENT 미적분 27

넓이를 구하는 원의 반지름의 길이를 $r$이라 하자. 두 원의 중심을 연결하고 째려보면

$$\frac{1-r}{1+r}=\cos 2\theta$$

이므로 $r=\frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta}$이다. 근사치면 $r\sim\theta$이다.

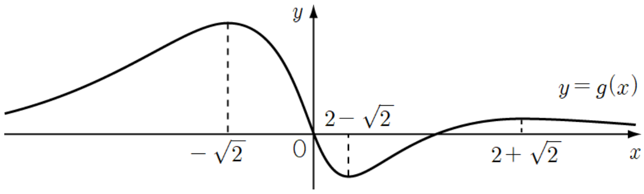
## COMMENT 미적분 28

함수 $f(x)\times e^{-|x|}$가 $x=0$에서 미분가능, 함수 $e^{-|x|}$가 $x=0$에서 미분불가능하므로 $f(0)=0$이다.

$\Rightarrow$ 이 문항은 극대 극소가 되는 $x$값만의 문제이므로 $f(x)=x^2+ax$라 두고 풀어도 무방하다.

$f(x)=k(x^2+ax)$라 한다면 $k$의 값은 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 $x$값과 무관하다.

$f(x)=\begin{cases}(x^2+ax)e^{x} & (x<0)\\(x^2+ax)e^{-x} & (x\geq 0)\end{cases}$이고 $g'(-\sqrt{2})=0$에서 $a=-2$이다. $x>0$일 때 $g'(x)=0$의 근을 구하면 $2\pm\sqrt{2}$이다.




## COMMENT 미적분 29

$\int_0^1 f(e^x)dx=4$에서 $e^x=t$로 치환하면 $\int_1^e \frac{f(t)}{t}dt=4$이다.

$\int_1^e \frac{g(x)}{x^2}dx$에서 $g(x)$를 미분, $\frac{1}{x^2}$을 적분하는 부분적분을 때리자.

## COMMENT 미적분 30

$g(1)=2$이고 $g'(x)=\int_1^x f'(t)dt=f(x)-f(1)$이므로 $g'(1)=0$이다. 또 $g''(x)=f'(x)$이다.

$f(x)$가 증가하므로 $g''(x)=f'(x)\geq 0$, 곡선 $y=g(x)$는 아래로 볼록이다. 함수 $y=g(x)$는 $x=1$에서 최솟값 2를 갖는다.

함수 $f(g(x))$는 $f(x)$가 증가함수이므로 $g(x)$가 최소일 때 최솟값을 갖는다.
따라서 $f(g(1))=f(2)=4$이다.

$\int_2^5 f(x)g''(x)dx=\int_2^5 f(x)f'(x)dx=\left[\frac{1}{2}\{f(x)\}^2\right]_2^5$이므로 $\{f(5)\}^2=36$이다.
$f(x)$가 증가하므로 $f(2)<f(5)$에서 $f(5)=6$이다.

## COMMENT 기하 30

구 $S$의 중심을 O, 선분 AB의 중점을 M, 점 O에서 평면 $\alpha$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\cos(\angle \mathrm{POQ})=\frac{2}{3}$, $\overline{\mathrm{OM}}=3$이므로 $\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{5}$이다.

$\overline{\mathrm{AC}}=6\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{AD}}=4\sqrt{6}$, 점 A에서 선분 CD까지의 길이는 $\frac{3\sqrt{42}}{2}$이다. $\cos\theta=\frac{3}{7}$ 나옴.