

[남휘종/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습(4) |

| 남휘종 (KAIST 수학과)

세정학원, 명인학원

숲들숲들

| 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY

과목별로 하고 있는 것들 다시 잘 세팅해서

남은 시간 치열하게 보낼 수 있도록 하세요.

hansungeun.com/texta.html - 공개 모의고사 페이지

써밋 N제 (수학1, 수학2, 미적분) 출간 - 책 사주세요.

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\sqrt{2}} \times 2^{4-2\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8
 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

2. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 + 6x, \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 25 ② 27 ③ 29
 ④ 31 ⑤ 33

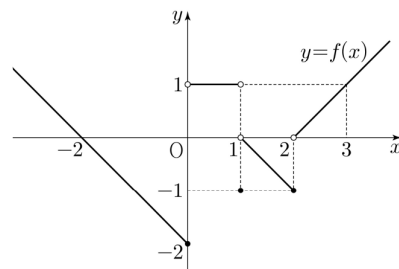
3. 실수 θ 에 대하여

$$\sin\theta = \frac{4}{5}, \quad \cos\theta < 0$$

일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = x^4 + x^2 + 1$$

을 만족시킨다. $f(1) = 3$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

6. 곡선 $y = 9x - 3x^2$ 과 직선 $y = 3x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_6 + 24 = S_7 - S_4$$

일 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 90 ② 100 ③ 110
④ 120 ⑤ 130

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \leq a) \\ 2x - 6 & (x > a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ a_n + 4 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{15} = 6$ 일 때, $a_1 + a_3$ 의 값은? [4점]

- ① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+1) + 2$$

이 만나는 점의 x 좌표가 4보다 크고 8보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 18 ③ 22
④ 26 ⑤ 30

11. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^3$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x \leq 1) \\ 1-f(x-1) & (1 < x \leq 2) \end{cases}$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = g(x)$ 이다.
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 $g(4-x) = g(x)$ 이다.

$\int_0^9 g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{19}{4}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{21}{4}$

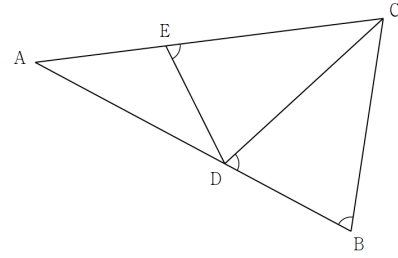
12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 4\sqrt{6}$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

선분 AB 위의 점 D와 선분 AC 위의 점 E에 대하여

$\angle ABC = \angle BDC = \angle DEC$

일 때, 선분 AE의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{6}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{6}}{5}$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를

만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} \{k \times f(\log_2 k)\}$ 의 값은? [4점]

- ① 377 ② 380 ③ 383
 ④ 386 ⑤ 389

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x)|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값은 -1 과 2 이다.

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 130 ② 140 ③ 150
 ④ 160 ⑤ 170

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 이고 $\beta(t_1) = \beta(t_3)$ 인 세 실수 t_1, t_2, t_3 에 대하여 $t_1 = 2t_2$ 일 때, $t_3 \times \{\alpha(t_3) + \beta(t_3)\}$ 의 값은? (단, $(t_1 - t_2)(t_1 - t_3) \neq 0$ 이다.) [4점]

- ① $-2\sqrt{5}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -1
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

단답형

16. $2\log_3 18 + \log_3 \frac{3}{4}$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때, $a + f(a)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.) [3점]

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_2 = a_6, \quad 2(a_1 + a_2) = a_3 + a_4$$

일 때, a_5 의 값을 구하여라. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -3t^2 + 12t + k$$

이다. 시간 $t=1$ 과 $t=4$ 에서의 점 P의 위치가 모두 0일 때, 시간 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하여라. (단, k 는 상수이다) [3점]

20. 실수 a 와 극솟값이 4인 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + bx + c$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^2 dt$$

이다. 함수 $g(x)$ 가 오직 $x=6$ 에서만 극솟값을 가질 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [4점]

21. x 에 대한 방정식

$$(x^2 - ax)(x^n - 64) = 0$$

이 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근이 크기 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 두 자연수 n, a 의 모든 순서쌍 (n, a) 의 개수는 m 이다. 이 때의 모든

a 의 값을 각각 a_1, a_2, \dots, a_m 라 할 때, $m + \sum_{k=1}^m a_k$ 의

값을 구하여라. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 방정식

$$g(f(x)) = 12$$

의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것이

$$a, b, c, d$$

일 때, $f(b) - f(c) = 4(d - a)$ 가 성립한다. 함수 $g(x)$ 의 최댓값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 다항식 $(2x+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 20 ② 40 ③ 60
④ 80 ⑤ 100

24. 어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 과목을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	과목 A	과목 B	합계
1학년	2	10	12
2학년	2	6	8
합계	4	16	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 과목 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

25. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고

$$E(2X+10) = 50, \quad V(2X+10) = 40$$

일 때, $\frac{P(X=1)}{P(X=0)}$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 60 ③ 80
 ④ 100 ⑤ 120

26. 어느 학원 학생들의 하루 공부 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학원 학생 중 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[10.88, 13.12]$ 일 때, n 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 9 ② 16 ③ 25
 ④ 36 ⑤ 49

27. 빨간색 카드 4장, 파란색 카드 4장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 9장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 없도록 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]
- ① 325 ② 350 ③ 375
④ 400 ⑤ 425

28. 표준편차가 2인 정규분포를 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 실수 k 에 대하여 방정식 $f(x)=k$ 가 두 실근 a, b 를 가진다. 두 실수 a, b 와 함수 $f(x)$ 가

$$a+b=8, \quad \int_a^b f(x)dx = 0.86$$

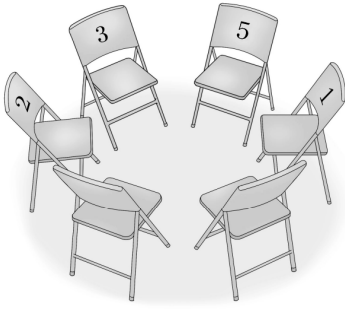
를 만족시킬 때, $P(X \leq b-a)$ 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

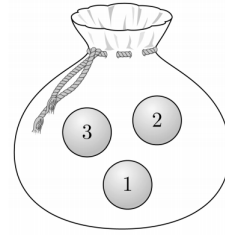
- ① 0.34 ② 0.48 ③ 0.69
④ 0.84 ⑤ 0.93

단답형

29. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 합이 7이 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하여라. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



30. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 12의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t$$

에서 $t = \pi$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 원점에서 두 곡선 $y = \ln x$, $y = \ln 2x$ 에 각각 그은 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{e}{e^2+2}$ ② $\frac{e}{e^2+1}$ ③ $\frac{1}{e}$
 ④ $\frac{e}{e^2-1}$ ⑤ $\frac{e}{e^2-2}$

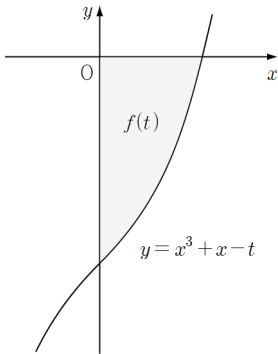
26. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^1 f(e^x t) dt = x^2$$

을 만족시킨다. $f'(e^2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{e^2}$ ② $\frac{3}{e^2}$ ③ $\frac{4}{e^2}$
 ④ $\frac{5}{e^2}$ ⑤ $\frac{6}{e^2}$

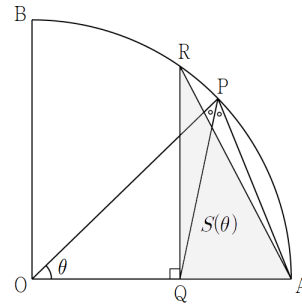
27. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + x - t$ 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. $f'(2)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여

$\angle OPA$ 를 이등분하는 직선과 선분 OA의 교점을 Q, 점 Q를 지나고 선분 OA와 수직인 직선이 호 AB와 만나는 점을 R라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 AQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

단답형

29. 최솟값이 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = \ln f(x)$ 와 직선 $y = t (t > 0)$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $l(t)$ 라 할 때, $l'(\ln 2) = 1$ 이다. $f(a) = f(a+4)$ 인 실수 a 에 대하여 $f'(a+4)$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 닫힌 구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 $f(x) = 1 - \cos x$ 이고, 함수 $g(x)$ 는

$$\int_{-4\pi}^x f(t) dt = g(x)$$

- 이다. $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-4\pi}^{4\pi} g(x) dx$ 의 값은 $\pi^2 a$ 이다. a 의 값을 구하여라. [4점]

(가) $|x| \geq \pi$ 일 때 $xg''(x) \leq 0$ 이다.

(나) $g(4\pi) = 4\pi$

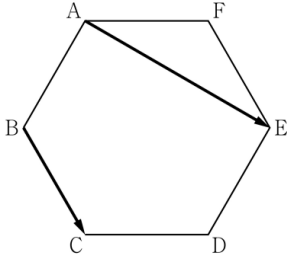
수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 4)$ 와 $\vec{b}=(k, k+4)$ 가 서로 평행할 때, 실수 k 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. 좌표공간의 구 $x^2+y^2+z^2+4z+3=0$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 P 에서 xy 평면까지의 거리의 최솟값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에서 $\vec{AE} \cdot \vec{BC}$ 의 값은? [3점]

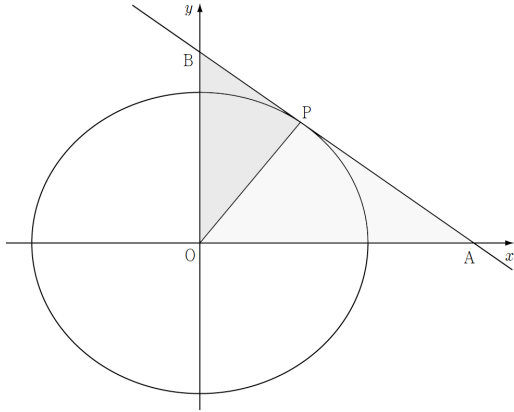


- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

26. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 대하여 점 F를 중심으로 하고 쌍곡선의 점근선에 접하는 원이 두 점 $A\left(\frac{a}{2}, 0\right), B(16, 0)$ 을 지날 때, ab 의 값은?
(단, a, b, c 는 양수이다.) [3점]

- ① 24 ② 30 ③ 36
- ④ 42 ⑤ 48

27. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(3, k)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 OPA의 넓이 A_1 과 삼각형 OPB의 넓이 A_2 가 $A_1 : A_2 = 16 : 9$ 를 만족시킬 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

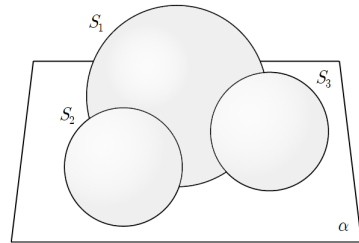


- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

28. 그림과 같이 평면 α 위에 놓여 있는 서로 다른 세 구 S_1, S_2, S_3 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 각각 3, 2, 2이다.
 (나) 구 S_2 와 S_3 는 모두 구 S_1 에 접한다.

세 구 S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3 라 할 때, $\overline{O_2O_3} = 8$ 이다. 평면 α 와 평면 $O_1O_2O_3$ 가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

단답형

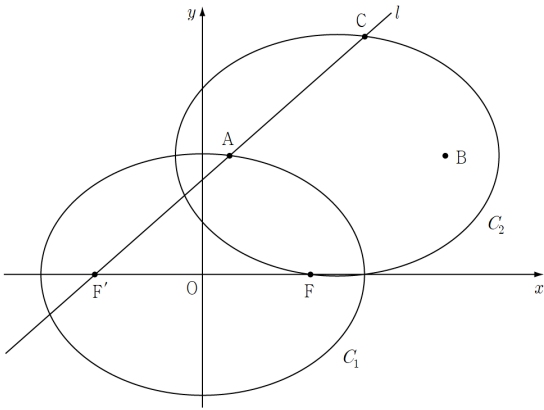
29. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)(c > 0)$ 인 타원

$$C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{과 직선 } l: \sqrt{7}(x+c) - 3y = 0 \text{이 만나는}$$

점 중 y 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 양수 p 에 대하여

$$\text{타원 } C_2: \frac{(x-3p)^2}{a^2} + \frac{(y-\sqrt{7}p)^2}{b^2} = 1 \text{의 두 초점이 } A, B \text{일}$$

때, 직선 l 과 타원 C_2 가 만나는 점 중 선분 $F'A$ 를
외분하는 점을 C 라 하자. 두 사각형 $FACB, FF'CB$ 의
둘레의 길이가 각각 18, 25일 때, $\overline{F'C}$ 의 값을
구하여라. [4점]



30. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점 P 와

원 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 위의 두 점 Q, R 가 다음 조건을
만족시킬 때, $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ 의 최댓값을 구하여라. (단, O 는
원점이고 두 점 Q, R 는 모두 원점이 아니다.) [4점]

- (가) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} + |\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OQ}| = 0$
- (나) $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OR} = 0$
- (다) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{QR} \leq 8$

[남휘종/한성은 모의고사 수능 연습(4) 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	③	03	①	04	①	05	⑤
06	④	07	③	08	②	09	③	10	④
11	①	12	②	13	⑤	14	④	15	②
16	5	17	10	18	16	19	8	20	42
21	186	22	268						

〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	②	24	④	25	①	26	⑤	27	③
28	④	29	32	30	116				

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	②	25	①	26	⑤	27	②
28	①	29	16	30	16				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	④	24	①	25	③	26	⑤	27	②
28	①	29	10	30	24				

COMMENT 14

$x < 0$ 일 때, $g(x) = -|f(x)|$, $x > 0$ 일 때 $g(x) = |f(x)|$ 이다.
 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이므로 $f(0)=0$ 이다. -1 과 2 는 $f(x)=0$ 의 근이고
 $f(x)$ 가 사차함수이므로 하나의 근을 더 가져야 하는데,
다른 어디를 가져도 망하므로 0 을 중근으로 가지는 각이다.
 $f(x) = (x+1)x^2(x-2)$ 이다.

COMMENT 15

$\alpha(t_1) = \alpha(t_2) = a$, $\beta(t_1) = \beta(t_3) = b$, $\alpha(t_3) = c$ 라 하자.
그래프를 잘 그려두고 썰어보면 $0 \leq a \leq 1$ 이고, $3 \leq b \leq 4$ 이다.
 $2\sin a = \cos a$ 이므로 $t_1 = \cos a = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $t_2 = \sin a = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 이다.
 $b = 4 - a$ 이고 $t_3 = \sin b = \sin(4 - a) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ 이다.
 b 와 c 는 $x = \frac{5}{2}$ 에 대하여 서로 대칭이므로 $b + c = 5$ 이다.

COMMENT 20

$g'(x) = f'(x) \times \int_a^x \{f(t)\}^2 dt$ 이다. 이차함수 $f'(x)$ 의 대칭축은 $x=4$ 이다.
 $f'(x)=0$ 이 2 와 6 을, $\int_a^x \{f(t)\}^2 dt = 0$ 이 2 를 근으로 하는 각이다.
 $a=2$, $f'(x) = 3(x-2)(x-6)$, $f(6) = c = 4$

COMMENT 21

n 이 짝수일 때 $a = \sqrt[n]{64}$ 이고, n 이 홀수일 때 $a = \frac{\sqrt[n]{64}}{2}$ 또는 $a = 2\sqrt[n]{64}$ 이다.
 $\sqrt[n]{64}$ 가 자연수 또는 $\frac{(\text{자연수})}{2}$ 가 되어야 한다. n 은 6 의 약수이므로 $1, 2, 3, 6$ 이 가능하다.
순서쌍 (n, a) 로 가능한 것은 $(1, 32), (1, 128), (2, 8), (3, 2), (3, 8), (6, 2)$ 이다.

COMMENT 22

$g(x) = 12$ 의 두 근을 α, β 라 하면 방정식 $(f(x)-\alpha)(f(x)-\beta) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4 이다.
 4 는 $2+2$ 아님 $3+1$ 인데, $3+1$ 의 형태는 $f(b)-f(c) = 0$ 이라서 망한다. 따라서
두 방정식 $f(x) = \alpha$ 와 $f(x) = \beta$ 는 각각 서로 다른 실근의 개수가 모두 2 이다.
 $f(b)-f(c) = \frac{1}{2}(c-b)^3$ 이고, $d-a = 2(c-b)$ 이므로 준 식에서 $c-b = 4$ 이다.
 $f(b)-f(c) = 32$ 이고 이 값이 $\beta-\alpha$ 이다. $g(x)$ 에서 $\beta-\alpha = 32$ 이면 최댓값까지
 16^2 올라가는 각이므로 구하는 최댓값은 $12 + 256 = 268$ 이다.

COMMENT 확률과 통계 27

전체 경우의 수 : ${}_3H_4 \times {}_3H_4 \times 3$
한 명이 3종류를 받는 경우의 수 : $3 \times {}_3H_3 \times {}_3H_3$

COMMENT 확률과 통계 28

00으로 끝나는 경우 : 10가지
12로 끝나는 경우 : 10가지
20로 끝나는 경우 : 14가지

COMMENT 확률과 통계 29

1과 6이 서로 마주보는 경우의 수 : 16

1과 6이 서로 마주보지 않는 경우의 수 : 16

COMMENT 확률과 통계 30

2, 2, 3은 나와야 한다. 나머지 두 개가

$$\text{Case1) } 1, 1 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{2!2!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\text{Case2) } 1, 2 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{3!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\text{Case3) } 1, 3 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{2!2!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\text{Case4) } 2, 2 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{4!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\text{Case5) } 2, 3 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{2!3!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\text{Case6) } 3, 3 \text{ 나오는 확률 } \frac{5!}{2!3!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

구하는 확률은 $\frac{35}{81}$ 이다.

COMMENT 미적분 28

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \times \overline{QA} \times \overline{QR} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sin(\theta/2)}{1+2\sin(\theta/2)} \times \sqrt{\frac{4\sin(\theta/2) + 4\sin^2(\theta/2)}{\{1+2\sin(\theta/2)\}^2}}$$

$$S(\theta) \sim \frac{1}{2} \times \theta \times \sqrt{2\theta} \text{ 이므로 } \{S(\theta)\}^2 \sim \frac{\theta^3}{2} \text{ 이다.}$$

COMMENT 미적분 29

$$f(x) = kx^2 + 1 \text{ 이라 뒤도 펜찰. } \ln f(x) = t \text{ 에서 } x = \pm \sqrt{\frac{e^t - 1}{k}} \text{ 이므로 } l(t) = 2\sqrt{\frac{e^t - 1}{k}} \text{ 이다.}$$

$$l'(t) = \frac{e^t}{\sqrt{k} \sqrt{e^t - 1}} \text{ 이므로 } l'(\ln 2) = \frac{2}{\sqrt{k}} \text{ 이다. } k = 4, f'(2) = 16 \text{ 이다.}$$

COMMENT 미적분 30

$$g(4\pi) - g(-4\pi) = \int_{-4\pi}^{4\pi} f(x) dx = 4\pi \text{ 이다.}$$

$xg''(x) = xf'(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x \leq -\pi$ 에서 감소함, $x \geq \pi$ 에서 증가함이다.

함수 $f(x)$ 를 그려보자. $\int_{-2\pi}^{2\pi} f(x) dx = 4\pi$ 인데, 이 값이 $\int_{-4\pi}^{4\pi} f(x) dx$ 이므로

두 구간 $[-4\pi, -2\pi]$, $[2\pi, 4\pi]$ 에서 $f(x) = 0$ 각이다. 아니면 4π 보다 줄어서 망함.

COMMENT 기하 29

사각형 FACB의 둘레의 길이는 타원의 장축의 길이의 2배이므로 장축의 길이는 9이다.

$\overline{AF'} = l$ 이라 하자. $2l + 2c + 9 = 25$ 에서 $l + c = 8$ 이고, $\cos(\angle AF'F) = \frac{3}{4}$ 이므로 삼각형 AF'F에서

코사인을 돌리면 $(9-l)^2 = l^2 + (2c)^2 - 3lc$ 이다. 연립하여 풀면 $l = 5$, $\overline{F'C} = 10$ 이다.

COMMENT 기하 30

(가)에서 $\cos\theta = -1$ 이므로 세 점 O, P, Q는 한 직선 위에 있다.

(나)에서 $PQ \perp OR$ 이다. (선분 QR은 원 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 의 지름이다.)

$\overline{OP} \cdot \overline{QR} = 4 \times \overline{OQ}$ 이므로 $\overline{OQ} \leq 2$ 이다.

$\overline{PQ} \cdot \overline{PR}$ 은 선분 QR의 중점 A(-2, 0)에 대하여 $|\overline{PA}|^2 - |\overline{AR}|^2$ 이다.

$\overline{AR} = 2$ 이므로 \overline{PA} 가 길면 좋는데, 대충 $\overline{OQ} = 2$ 일 때겠지. $P(2, \pm 2\sqrt{3})$ 일 때이다.