

# [이주영/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (4/4) |

## | 이주영

이투스 온라인, 대치 명인학원, 목동 예섬학원, 은평 사과나무  
10년후엔 별로 생각나지 않는 오늘이기도 합니다.

## | 한성은

5A ACADEMY

끝. 행복하세요.

[hansungeun.com/texta.html](http://hansungeun.com/texta.html) - 공개 자료 페이지.

[smartstore.naver.com/hansungeun](http://smartstore.naver.com/hansungeun) - 책 파는 데.

유튜브 한성은 / 인스타 hansungeun2

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

1

5지선다형

1.  $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 8  
④ 16                      ⑤ 32

2. 함수  $f(x) = x^2 + x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은?

- [2점]  
① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

3.  $\cos(\pi + \theta) = \frac{4}{5}$ 이고  $\tan \theta < 0$ 일 때,  $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{4}{5}$                       ②  $-\frac{3}{5}$                       ③ 0  
④  $\frac{3}{5}$                       ⑤  $\frac{4}{5}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq a) \\ 2x + 8 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10                      ② -8                      ③ -6  
④ -4                      ⑤ -2

5. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$3a_4 = a_7, \quad a_1 + a_{10} = 28$$

일 때,  $a_{13}$ 의 값은? [3점]

- ① 69                      ② 72                      ③ 75  
 ④ 78                      ⑤ 81

6. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + k$ 의 극솟값이 2일 때,

함수  $f(x)$ 의 극댓값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
 ④ 9                      ⑤ 10

7. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라

하자.  $\sum_{k=1}^n S_k = \frac{n}{n+1}$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k + S_k)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{81}{110}$                       ②  $\frac{91}{110}$                       ③  $\frac{101}{110}$   
 ④  $\frac{111}{110}$                       ⑤  $\frac{11}{10}$

8. 두 곡선  $y = -x^2 + 2x$ ,  $y = x^4 - 2x^2 + a$ 가 만나는 점의 개수가 1일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

9. 닫힌 구간  $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = 2 - 2\cos\frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = 6\sin\frac{\pi x}{6}$$

이 있다. 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = k$ 가 만나는 두 점의  $x$ 좌표를  $\alpha_1, \alpha_2$ 라 할 때,  $|\alpha_1 - \alpha_2| = 4$ 이다. 곡선  $y = g(x)$ 와 직선  $y = k$ 가 만나는 두 점의  $x$ 좌표를  $\beta_1, \beta_2$ 라 할 때,  $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? [4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

10. 수직선 위의 점  $A(6)$ 과  $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 점  $P$ 의 속도  $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t(a-t) \quad (a > 0)$$

라 하자.  $\overline{PA}$ 의 최솟값이 2일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

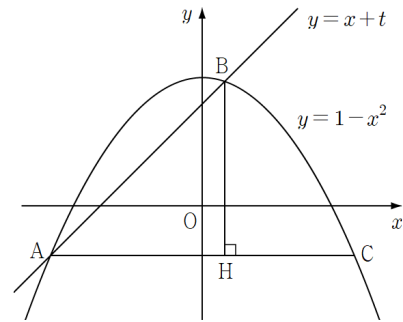
- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

11. 함수  $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 과 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n)$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$\sum_{k=1}^{12} a_k = 12$ 가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 19                      ② 22                      ③ 25  
 ④ 28                      ⑤ 31

12. 실수  $t(t < 1)$ 에 대하여 직선  $y = x + t$ 와 곡선  $y = 1 - x^2$ 이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = 1 - x^2$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{AH - CH}{1-t}$ 의 값은?  
 (단, 점 A의  $x$ 좌표는 음수이다.) [4점]

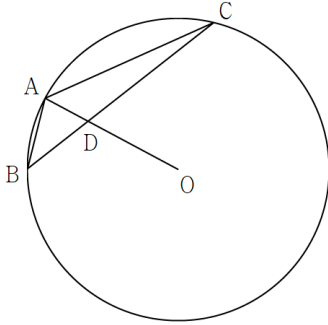


- ①  $\frac{3}{2}$                       ② 2                      ③  $\frac{5}{2}$   
 ④ 3                      ⑤  $\frac{7}{2}$

13. 그림과 같이 중심이 O인 원 위에 세 점 A, B, C가 있다. 두 선분 OA, BC가 점 D에서 만나고,

$$\overline{AB}=3, \overline{BD}=\sqrt{10}, \overline{CD}=2\sqrt{10}$$

이다.  $\overline{AC}$ 의 값은? [4점]



- ①  $3\sqrt{3}$       ② 6      ③  $3\sqrt{5}$   
 ④  $3\sqrt{6}$       ⑤  $3\sqrt{7}$

14. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=0, f(1)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$$

라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ.  $f(-1)=0$ 이면 함수  $g(x)$ 가 구간  $(0, \infty)$ 에서 증가한다.  
 ㄴ. 함수  $g(x)$ 가 구간  $(2, \infty)$ 에서 증가하면  $g(0) \leq \frac{1}{2}$ 이다.  
 ㄷ. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하면  $g(0)=0$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_9 + a_{10} = \frac{1}{2}$  이고  $\sum_{k=1}^{18} a_k = 5$  일 때,

$|a_1| + |a_2|$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{15}{2}$                       ② 8                      ③  $\frac{17}{2}$   
 ④ 9                      ⑤  $\frac{19}{2}$

단답형

16. 방정식  $2\log_2(x-1) = 1 + \log_2(x+3)$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 + 4x$ 이고  $f(1) = 4$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]



18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^5 a_k^2 = \sum_{k=1}^5 (c - a_k)^2$$

을 만족시키는 양의 상수  $c$ 의 값을 구하여라. [3점]

19. 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 12(x+1)x(x-2)$$

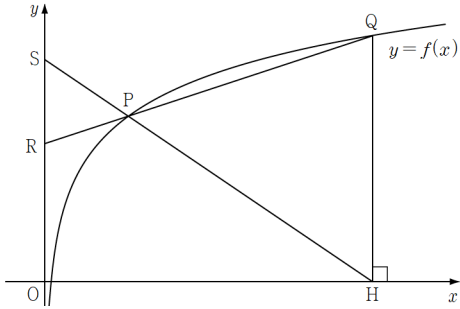
이고  $f(2) = 0$ 일 때, 방정식  $f(x) = k$ 가 서로 다른 3개의 실근을 갖도록 하는 모든 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라. [3점]

20. 상수  $k$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 - x^2 - x, \quad g(x) = k|x| + 3$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 하자.  $30 \times S$ 의 값을 구하여라. [4점]

21. 함수  $f(x) = \log_2 x + k$ 에 대하여 그림과 같이 곡선  $y = f(x)$  위에 두 점  $P(a, f(a))$ ,  $Q(b, f(b))$ 가 있다. 직선 PQ가  $y$ 축과 만나는 점을 R, 점 Q에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H, 직선 PH가  $y$ 축과 만나는 점을 S라 하자. 삼각형 PRS의 넓이가 2, 삼각형 PQH의 넓이가 18이고 직선 PQ의 기울기를  $m$ 이라 할 때, 직선 PH의 기울기는  $-2m$ 이다.  $kab$ 의 값을 구하여라. [4점]



22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) + 2f(t) & (f(x) \leq f(t)) \\ f(x) & (f(x) > f(t)) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식  $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $h(t)$ 라 하자.  $h(t)$ 가  $t = k$ 에서 불연속인 모든  $k$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것이  $0, a_1, a_2, 4$ 이고

$$f'(0) = 0, \quad f(a_1) \times f(a_2) = 9$$

일 때,  $f(6)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 다항식  $(x^2+2)^6$ 의 전개식에서  $x^6$ 의 계수는? [2점]

- ① 120            ② 140            ③ 160  
④ 180            ⑤ 200

24. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(B|A) = P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{5}{9}$$

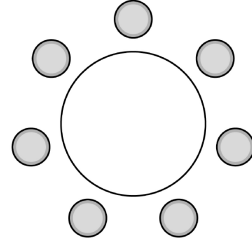
일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$             ②  $\frac{2}{9}$             ③  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{4}{9}$             ⑤  $\frac{5}{9}$

25. 어느 학교 학생들의 하루 공부 시간은 모평균이  $m$ , 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중  $n$ 명을 임의추출하여 하루 공부 시간을 조사한 표본평균이 5이고, 이를 이용하여 구한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[a, b]$ 이다.  $b^2 - a^2 = 80$ 일 때,  $n$ 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 20                      ② 25                      ③ 30
- ④ 35                      ⑤ 40

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A와 B가 이웃하거나 B와 C가 이웃하게 될 확률은? [3점]



- ①  $\frac{3}{10}$                       ②  $\frac{2}{5}$                       ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{3}{5}$                       ⑤  $\frac{7}{10}$

27. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포표를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	0	3	6	합계
$P(X=x)$	$a$	$2a$	$b$	1

$E(X^2) = 21$ 일 때,  $E(X) + V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 7                      ②  $\frac{15}{2}$                       ③ 8  
 ④  $\frac{17}{2}$                       ⑤ 9

28. 1부터 12까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 세 개의 수의 곱이 5의 배수이고 합은 4의 배수일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{7}{88}$                       ②  $\frac{1}{11}$                       ③  $\frac{9}{88}$   
 ④  $\frac{5}{44}$                       ⑤  $\frac{11}{88}$

단답형

29. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 11$$

을 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라.

[4점]

30. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 와 함수  $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 함수  $f$ 의 치역을  $A$ , 합성함수  $f \circ f$ 의 치역을  $B$ 라 할 때,

$$n(A) > n(B)$$

를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수를 구하여라. [4점]

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x + \tan x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

24.  $\int_2^4 2^{x-2} dx$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{\ln 2}$       ②  $\frac{2}{\ln 2}$       ③  $\frac{3}{\ln 2}$   
④  $\frac{4}{\ln 2}$       ⑤  $\frac{5}{\ln 2}$

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2^n + 1} = \frac{1}{4}$  일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4^n}{2^n a_n + 3^n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                              ⑤ 4

26.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + nk}}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{2}-1$                       ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{2}+1$   
 ④  $2\sqrt{2}-2$                       ⑤  $2\sqrt{2}+2$



27. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ 인 정사각형 ABCD가 있다.

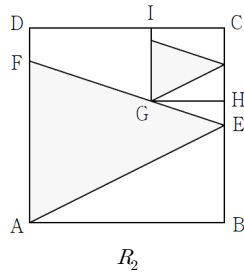
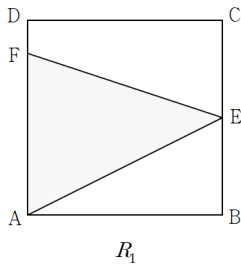
점 E는 선분 BC의 중점이고 선분 AD 위의 점 F는

$\angle AEF = \frac{\pi}{4}$ 를 만족시킨다. 삼각형 AEF에 색칠하여

얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분 EF 위의 점 G, 선분 BC 위의 점 H, 선분 CD 위의 점 I와 점 C를 꼭짓점으로 하는 정사각형 GHCI를 그린다. 정사각형 GHCI에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{20}{11}$
- ②  $\frac{62}{33}$
- ③  $\frac{64}{33}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{68}{33}$

28. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ 인 선분 AB를 지름으로 하는

반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 호 AB 위의

점 P에 대하여  $\overline{PB}=\overline{PQ}$ 가 되도록 선분 OB 위에 점 Q를

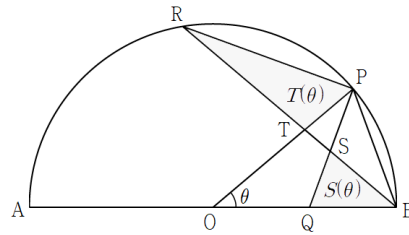
잡고  $\angle POB = \angle RBO$ 가 되도록 호 AB 위에 점 R을

잡는다. 선분 BR이 두 선분 PQ, PO와 만나는 점을 각각

S, T라 하자.  $\angle POB = \theta$ 일 때, 삼각형 BQS의 넓이를

$S(\theta)$ , 삼각형 PRT의 넓이를  $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4 \times T(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{6}$
- ②  $\frac{1}{3}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{2}{3}$
- ⑤  $\frac{5}{6}$

단답형

29.  $1 \leq x$ 에서 정의된 함수  $f(x) = x \ln x$ 의 역함수  $g(x)$ 와 양의 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 양의 실수  $k$ 의 값을  $h(t)$ 라 하자.

곡선  $y = g(x - k)$  위의 점  $(t, g(t - k))$ 에서의 접선이 원점을 지난다.

$h(a) = e$ 일 때,  $h'(a) = p$ 이다.  $60p$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 가지는 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt + 1$$

이다.  $f(0) = 0$ 이고 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$F(x)f'(x) + \{f(x)\}^2 = \frac{1}{2} \cos x$$

를 만족시킬 때  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은  $a$ 이다.  $80a^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점  $A(2, 4, 0)$ ,  $B(a, b, 4)$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점의 좌표가  $(4, 4, c)$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
④ 14                      ⑤ 16

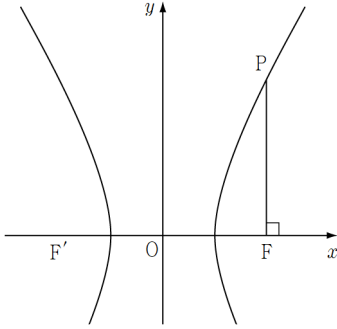
24. 포물선  $y^2 = 4px$  위의 점  $(4p, 4p)$ 에서의 접선의  $y$ 절편이 8일 때, 상수  $p$ 의 값은? [3점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

25. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자.

점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 제1사분면에서 쌍곡선과 만나는 점을 P라 할 때,  $\overline{PF} = 6$ 이다.

$a^2$ 의 값은? [3점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

26. 좌표평면 위의 두 점 A(6, 0), B(0, 4)에 대하여 점 P가

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$$

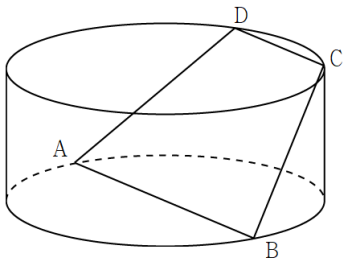
을 만족시킨다.  $|\overrightarrow{BP}|$ 의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

[3점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

27. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 6인 원기둥이 있다. 선분 AB는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고 C, D는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [3점]

(가)  $\overline{AD} = 2\sqrt{13}$   
 (나) 두 직선 AB, CD는 서로 평행하다.



- ①  $12\sqrt{3}$       ②  $15\sqrt{3}$       ③  $18\sqrt{3}$   
 ④  $21\sqrt{3}$       ⑤  $24\sqrt{3}$

28.  $3 < m$ 일 때 두 타원

$$C_1: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1, \quad C_2: \frac{(x-m)^2}{m^2} + \frac{y^2}{6m-9} = 1$$

이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 타원  $C_1$ 의 두 초점 중  $x$ 좌표가 작은 점을 F, 타원  $C_2$ 의 두 초점 중  $x$ 좌표가 큰 점을 F'이라 할 때,  $\overline{AF} = \overline{AF'}$ 를 만족시키는 상수  $m$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ②  $\frac{9}{2}$                       ③ 5  
 ④  $\frac{11}{2}$                       ⑤ 6

단답형

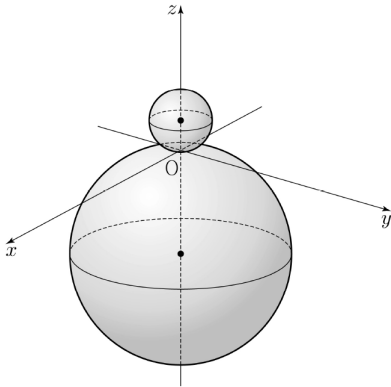
29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4,$$

$$S_2 : x^2 + y^2 + (z+7)^2 = 49$$

가 있다. 점  $A(2, 2, 0)$ 을 지나고  $zx$ 평면에 수직이며, 구  $S_1$ 과  $z$ 좌표가 양수인 한 점에서 접하는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 구  $S_2$ 가 평면  $\alpha$ 와 만나서 생기는 원을  $C$ 라 할 때, 원  $C$  위의 점 중  $z$ 좌표가 최대인 점을  $B$ 라 하고 구  $S_2$ 와 점  $B$ 에서 접하는 평면을  $\beta$ 라 하자.

원  $C$ 의 평면  $\beta$  위로의 정사영의 넓이가  $\frac{q}{p}\pi$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면 위의 세 점  $A(5, 0)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(4, 3)$ 이 있다. 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $OAB$ 의 호  $AB$  위를 움직이는 점  $P$ , 선분  $OA$  위를 움직이는 점  $Q$ , 선분  $OB$  위를 움직이는 점  $R$ 에 대하여

$$\vec{OX} = \vec{OP} + \vec{QR}$$

를 만족시키는 점  $X$ 가 나타내는 영역을  $D$ 라 하자. 영역  $D$ 에 속하는 점  $Z$ 에 대하여  $\vec{OC} \cdot \vec{OZ}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값을 구하여라. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

# [이주영/한성은 모의고사 수능 연습(4/4) 정답표]

## 〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉕	03	㉔	04	㉔	05	㉕
06	㉑	07	㉓	08	㉓	09	㉔	10	㉓
11	㉑	12	㉒	13	㉔	14	㉕	15	㉑
16	5	17	17	18	4	19	59	20	80
21	48	22	96						

## 〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉓	24	㉑	25	㉒	26	㉔	27	㉕
28	㉔	29	175	30	108				

## 〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉑	24	㉓	25	㉕	26	㉔	27	㉓
28	㉔	29	20	30	10				

## 〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉓	24	㉒	25	㉔	26	㉑	27	㉕
28	㉓	29	127	30	45				

## COMMENT 11

$f(6) > 0$ ,  $f(8) < 0$ 이어야 한다.

$f(7)$ 은 양수, 0, 음수 어느쪽이든 가능하다.

## COMMENT 13

원의 반지름의 길이를  $r$ ,  $\overline{AD} = x$ 라 하자.

$$\cos(\angle OAB) = \frac{3}{2r} \text{이므로 삼각형 ABD에서 코사인을 돌리면 } r = \frac{9x}{x^2-1} \text{이다.}$$

직선 AO가 원과 만나는 A가 아닌 점을 E라 할 때,  $\overline{BD} \times \overline{CD} = \overline{AD} \times \overline{ED}$ 이므로  $20 = x(2r-x)$ 이다.  
연립하여 풀면  $r=6$ ,  $x=2$ 이다.

## COMMENT 14

$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$ 라 하자.  $g'(x) = f(x+1) - f(x)$ 이고  $g'(x) = 0$ 의 두 근은 0과  $\frac{2a-1}{3}$ 이다.

$$\sqcup : \frac{2a-1}{3} \leq 2 \text{이면 } g(0) = \frac{2a-1}{12} \leq \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$\sqsubset : \frac{2a-1}{3} = 0 \text{이면 } g(0) = \frac{2a-1}{12} = 0 \text{이다.}$$

## COMMENT 15

$0 < a < 1$ 인  $a$ 에 대하여  $a_n = a$ 이면

$$a_{n+1} = a-1, a_{n+2} = -a+1, a_{n+3} = -a, a_{n+4} = a$$

가 된다.  $a_9 > 0$ 이고  $a_{10} = a_9 - 1$ 이므로  $a_9 = \frac{3}{4}$ 이다.

적당히 잘 빠져나가야  $\sum_{k=1}^{18} a_k = 5$ 를 만족시킬 수 있다.

$$a_5 = \frac{3}{4}, a_4 = \frac{7}{4}, a_3 = \frac{11}{4}, a_2 = \frac{15}{4}, a_1 = -\frac{15}{4}$$

외에는 안 되는 각.

## COMMENT 20

직선  $y = -kx + 3$ 이 곡선  $y = f(x)$ 에 접해야 한다. 접점은  $(-1, f(1))$ 이고  $k = -4$ 이다.

또,  $g(1) = f(1)$ 이므로 구하는 넓이는  $\int_{-1}^1 \{g(x) - f(x)\} dx$ 이다.

※ 삼차함수 넓이 공식  $\left| \frac{k}{12}(\beta - \alpha)^4 \right|$  이용하면 편안.

## COMMENT 21

두 삼각형의 닮음비가 1:3이므로  $b = 4a$ 이다.

$$f(4a) = \log_2 4a + k = f(a) + 2$$

이고, 준 기울기들을 썰어보면 점 Q의  $y$ 좌표는 6이다.

삼각형의 넓이에서  $a=2$ ,  $b=8$ ,  $k=3$ 이다.



## COMMENT 22

$h(t)$ 의 불연속 점이 4개이려면  $f(x)=0$ 이 두 개의 실근을 가져야 한다.

$f(0)=f(4)=0$ 이고  $f(a_1), f(a_2)$ 는 모두 극솟값의 절반이므로  $f(a_1)=f(a_2)=-3$ 이다.

$f(x)=kx^3(x-4)$ 에서  $f(3)=-6$ 이므로  $f(x)=\frac{2}{9}x^3(x-4)$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 28

Case1) 5선택, 10선택 : 2가지

Case2) 5선택, 10배제 : 13가지

Case3) 5배제, 10선택 : 10가지

## COMMENT 확률과 통계 29

전체 경우의 수는  $6^4$ 이다.

$$a+b+c+d=11$$

을 만족시키는 자연수 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는  ${}_4H_7=120$ 이고,

이 중  $[7, 2, 1, 1]$  배열의 12가지,  $[8, 1, 1, 1]$  배열의 4가지 경우를 빼면 사건의 경우의 수이다.

사건의 경우의 수는 104이므로 구하는 확률은  $\frac{13}{162}$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 30

Case1)  $n(A)=2, n(B)=1$

$${}_4C_2 \times {}_2C_1 \times (2^2 - 1) = 36$$

Case2)  $n(A)=3, n(B)=2$

$${}_4C_3 \times {}_3C_2 \times (2^3 - 2) = 72$$

\*  $n(A)=3, n(B)=1$ 은 가능한 경우의 수가 0이고,

$n(A)=4$ 이면  $n(B)=4$ 이므로  $n(A)>n(B)$ 를 만족시키지 않는다.

## COMMENT 미적분 27

$S_1 = \frac{5}{3}$ 이고 정사각형 GHCI의 한 변의 길이가  $\frac{3}{4}$ , 닮음비 8:3, 공비  $\frac{9}{64}$ 이다.

덧셈정리 돌리면  $\tan(\angle GEH) = 3$ 이다.

## COMMENT 미적분 28

세 삼각형 OBP, PQB, BSQ는 모두 서로 닮음이다.  $S(\theta) = \frac{1}{2} \sin\theta \times \left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^4$

$\angle PRT = \frac{\theta}{2}, \angle RPT = \frac{3}{2}\theta, \overline{PR} = 2\cos\frac{3}{2}\theta$ 이다. 사인법칙 돌리면  $T(\theta) \sim \frac{3}{4}\theta$ 이다.

## COMMENT 미적분 29

$g(t-k) = b$ 라 하면  $f(b) = t-k$ 에서  $b \ln b = t-k$ 이고,

$$g'(t-k) = \frac{1}{f'(b)} = \frac{1}{\ln b + 1} = \frac{b}{t}$$

에서  $b=k$ 이다. 따라서  $k \ln k + k = t$ 이다.

$k=e$ 일 때,  $\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\ln k + 2}$ 의 값은  $\frac{1}{3}$ 이다.

## COMMENT 미적분 30

$F(x)f'(x) + \{f(x)\}^2 = \frac{1}{2} \cos x$ 의 양 변을 적분하면  $F(x)f(x) = \frac{1}{2} \sin x + C$ 이다.

$f(0) = 0$ 이므로  $F(x)f(x) = \frac{1}{2} \sin x$ 이다. 다시 양 변을 적분하면  $\frac{1}{2} \{F(x)\}^2 = \frac{1}{2} (-\cos x) + C$ 이다.

$f(0) = 0, F(0) = 1$ 이므로  $\{F(x)\}^2 = 2 - \cos x$ 이다.  $F(0) > 0$ 이고 연속이므로  $F(x) = \sqrt{2 - \cos x}$ 이다.

$f(x) = \frac{\sin x}{2\sqrt{2 - \cos x}}$ 에서  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 이다.

## COMMENT 기하 27

$\overline{CD} = 2a$ 라 하자.

$$\overline{AD} = \sqrt{(4-a)^2 + (4-a^2) + 6^2}$$

이므로  $a = 2$ 이다.

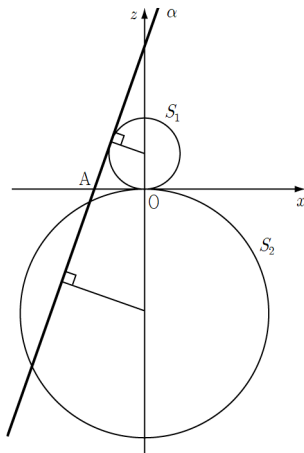
## COMMENT 기하 28

두 타원이 점  $(3, 0)$ 을 초점으로 공유하므로

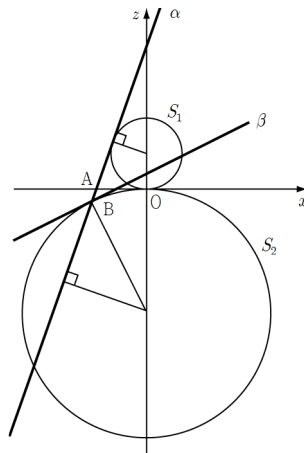
$\overline{AF} = \overline{AF'}$ 이면 두 타원의 장축의 길이가 서로 같아야 한다.

## COMMENT 기하 29

$z$ 축과 점  $A$ 를 포함한 평면은 다음과 같다.



[그림1]



[그림2]

[그림1]에서 평면  $\alpha$ 가  $z$ 축과 만나는 점의 좌표를  $a$ 라 하자.  $\overline{OA} = 2\sqrt{2}$ 이고,

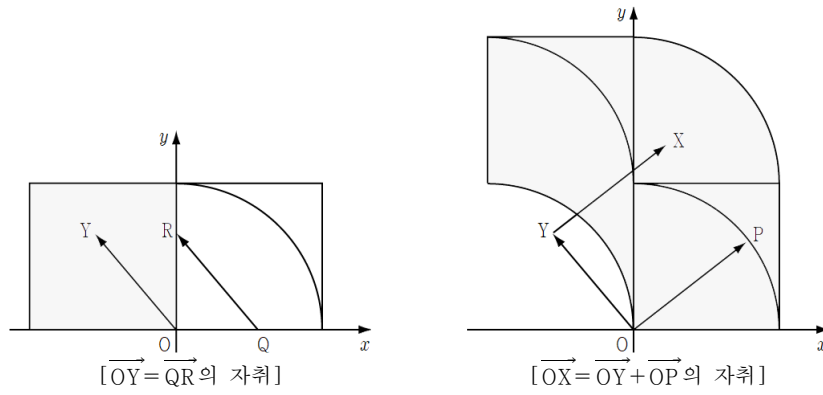
삼각형을 쪼개보면  $(a-2):2 = \sqrt{a^2 + (2\sqrt{2})^2}:2\sqrt{2}$ 이므로  $a = 8$ 이다.

[그림2]에서 구  $S_2$ 의 중심에서 평면  $\alpha$ 까지의 거리는 5이다. 답을 쳐서 구할 수 있다.

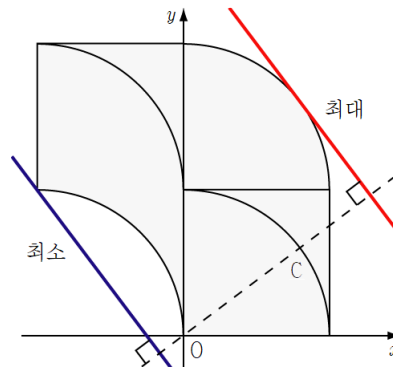
원  $C$ 의 넓이는  $24\pi$ 이고 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하면  $\cos\theta = \frac{5}{7}$ 이다.

## COMMENT 기하 30

$\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{OY}$ 라 할 때, 점 Y가 나타내는 영역과 점 X가 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.



$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OX}$ 의 최댓값과 최솟값은 다음 그림과 같이 얻을 수 있다.



최대일 때는  $\overrightarrow{OZ} = (0, 5) + (4, 3)$ 일 때, 최소일 때는  $\overrightarrow{OZ} = (-5, -5)$ 일 때이다.