

[이주영/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (3/4) |

| 이주영

이투스 온라인, 대치 명인학원, 목동 예섬학원, 은평 사과나무
수능 전 날 매우 그리울 오늘입니다.

| 한성은

5A ACADEMY

집에 가고 싶다.

hansungeun.com/texta.html - 공개 자료 페이지.

smartstore.naver.com/hansungeun - 책 파는 데.

유튜브 한성은 / 인스타 hansungeun2

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

5지선다형

1. $8^{\frac{2}{3}} \times 16^{-\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^2 + x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[2점]

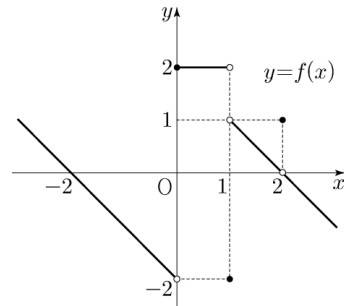
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta + 2\cos\theta = 0$ 일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(2) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad a_2 + a_3 = 12$$

일 때, $a_4 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 50 ③ 52
 ④ 54 ⑤ 56

6. 양수 a 와 음수 b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < 0) \\ ax+b & (0 \leq x < 2) \\ x-6 & (2 \leq x) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

7. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin x + 2$ 가
 $x = a$ 에서 최댓값을 갖고 $x = b$ 에서 최솟값을 갖는다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는
 직선의 y 절편은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^4 f(x)dx$ 의 최솟값은?
[3점]

(가) $f(0) = 2$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 1$ 이다.

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - 4x + a, \quad g(x) = 2x^2$$

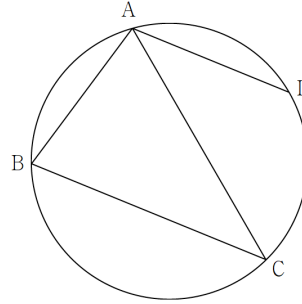
가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

10. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=6$, $\cos(\angle ACB) = \frac{\sqrt{10}}{4}$ 인
예각삼각형 ABC가 있다. 점 A를 지나고 선분 BC와
평행한 직선이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점을
D라 할 때, 선분 AD의 길이는? [4점]



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

11. 시간 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1 = t^2 - 2t, \quad v_2 = 2t$$

이다. 출발한 시간부터 두 점 P, Q의 위치가 다시 같아지는 순간까지 점 P가 움직인 거리를 a , 점 Q가 움직인 거리를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

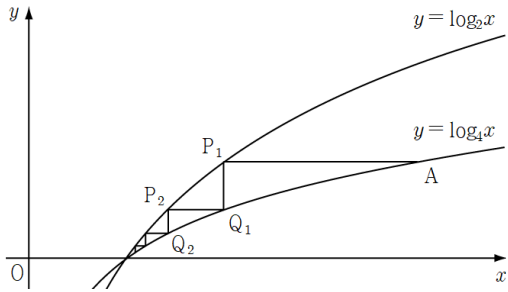
12. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) \quad 2a_4 + a_6 = 0$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^4 |a_k| = 8 + \sum_{k=1}^4 |a_{k+4}|$$

- ① 32 ② 34 ③ 36
 ④ 38 ⑤ 40

13. 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_4 x$ 와 한 점 $A(4, 1)$ 가 있다. 점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \log_4 x$ 와 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \log_4 x$ 와 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\log_2 x_n > \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 n 의 최댓값이 6이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]



- ① 28 ② 32 ③ 36
- ④ 40 ⑤ 44

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g'(|x|) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ -f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 0$
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. $f(1) > -2$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\{a_n, 2a_n\} = \{a_{2n}, a_{2n+1}\}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{15} = a_{20} + a_{25} + 5a_1$

(나) $\sum_{k=1}^{15} a_k = 40$

$\sum_{k=1}^{16} a_{2k-1}$ 의 최솟값은? [4점]

① 40

② 43

③ 46

④ 49

⑤ 52

단답형

16. 방정식 $\log_3 x + \log_2(x-2) = 3$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 12(x^3 + x^2)$ 이고 $f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{10} (2k+a+2) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - ax + b$ 는 $x = 1$ 에서 극소이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값이 10일 때, ab 의 값을 구하여라. (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

20. 모든 실수 a 에 대하여 부등식

$$\int_{a+2}^{2a} (x-k)dx \geq 0$$

이 성립할 때, k 의 값을 구하여라. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 $\log_2 m$ 이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 자연수 m 의 개수를 a_n 라 하자. $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 모든 실수 t 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{|f(x)| + |f(t)|^2} - |f(t)|}{|x - 6|}$$

의 값이 존재한다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{|f(x)| + |f(t)|^2} - |f(t)|}{|x - 2|}$$

의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 t 의 개수가 2일 때, $f(8)$ 의 값을 구하여라. [4점]

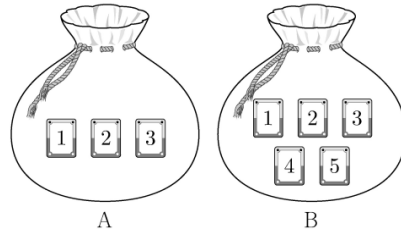
수학 영역 (확률과 통계)

5지선다형

23. 6개의 문자 a, a, b, b, c, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 50 ② 60 ③ 70
- ④ 80 ⑤ 90

24. 주머니 A에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼낼 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 주머니 B에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수의 약수일 확률은? [3점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$
- ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

25. 다항식 $(x+1)^4(x^2+1)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 10일 때, x^4 의 계수는? (단, n 은 자연수이다.) [3점]

- ① 27 ② 31 ③ 35
 ④ 39 ⑤ 43

26. 수직선의 원점에 점 P 가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 수가 6의 약수이면 점 P 를 양의 방향으로 2만큼 이동시키고, 6의 약수가 아니면 점 P 를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 4번 반복할 때, 4번째 시행 후 점 P 의 좌표를 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

27. 남자 5명, 여자 5명 중에서 5명을 임의로 선택하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

(가) 양 끝 모두에 남자가 나온다.
 (나) 여자는 1명 이상 선택한다.

- ① $\frac{55}{252}$ ② $\frac{19}{84}$ ③ $\frac{59}{252}$
 ④ $\frac{61}{252}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

28. 어느 공장에서 생산하는 연필 1개의 무게는 평균이 6g이고 표준편차가 1g인 정규분포를 따르며, 생산한 연필 4개를 묶어 1개의 세트상품을 만든다. 이 공장에서 2100개의 세트상품을 만들 때, 포함된 연필 무게의 합이 25 이상인 세트상품이 651개 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.20
1.0	0.34
1.5	0.43

- ① 0.07 ② 0.16 ③ 0.23
 ④ 0.30 ⑤ 0.41

단답형

29. 집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라. [4점]

$$f(1) \leq f(f(1)) \leq f(f(f(1)))$$

30. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $a+1 \leq b$ 일 때, $a+2 \leq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2}}{2^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

24. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x (\ln x + 1)}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ 4
④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

25. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin\frac{x}{2}$ 의

역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

26. $\overline{A_1O} = 4$ 인 선분 A_1O 를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 B_1, A_2 는

$$\sin(\angle B_1OA_1) = \sin(\angle A_2OB_1) = \frac{1}{4}$$

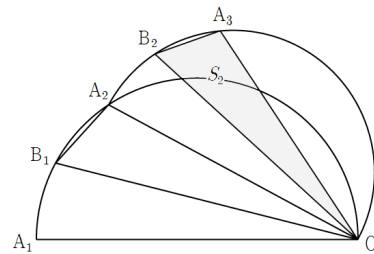
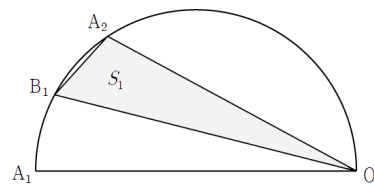
을 만족시킨다. 삼각형 B_1OA_2 의 넓이를 S_1 이라 하자. 선분 A_2O 를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 B_2, A_3 는

$$\sin(\angle B_2OA_2) = \sin(\angle A_3OB_2) = \frac{1}{4}$$

을 만족시킨다. 삼각형 B_2OA_3 의 넓이를 S_2 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 삼각형

B_nOA_{n+1} 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

(단, 모든 자연수 n 에 대하여 점 A_{n+1} 은 점 A_n 이 아니다.) [3점]



⋮

- ① $\frac{4}{3}\sqrt{15}$ ② $\frac{8}{5}\sqrt{15}$ ③ $\frac{28}{15}\sqrt{15}$
- ④ $\frac{32}{15}\sqrt{15}$ ⑤ $\frac{12}{5}\sqrt{15}$

27. 두 양수 a, b 와 함수 $f(x) = \frac{a}{x^2+1} - b$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, ab 의 값은? [3점]

(가) 함수 $g(x)$ 가 $x=k$ 에서 최대가 되도록 하는 실수 k 의 개수는 3이다.

(나) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이고 이 네 실근의 곱은 1이다.

- ① $2e^2$ ② $3e^2$ ③ $4e^2$
 ④ $5e^2$ ⑤ $6e^2$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

이다. 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) + f(x) = x$$

이고, $\int_0^1 F(x)dx = k$ 일 때, $\int_0^1 \{F(x)\}^2 dx$ 의 값을

k 로 나타낸 것은? [4점]

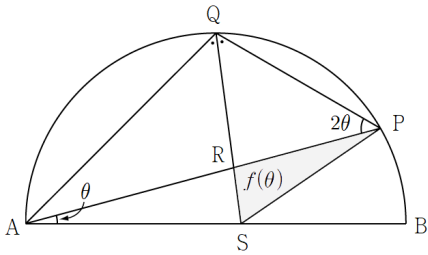
- ① $-\frac{1}{2}k^2 + \frac{3}{2}k - \frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{2}k^2 + \frac{3}{2}k - \frac{5}{24}$
 ③ $-\frac{1}{2}k^2 + \frac{5}{2}k - \frac{1}{8}$ ④ $-\frac{1}{2}k^2 + \frac{5}{2}k - \frac{5}{24}$
 ⑤ $-\frac{1}{2}k^2 + \frac{5}{2}k - \frac{7}{24}$

단답형

29. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 P, Q는 $\angle PAB = \theta$, $\angle APQ = 2\theta$ 를 만족시킨다. $\angle AQP$ 를 이등분하는 직선과 두 선분 AP, AB의 교점을 각각 R, S라 하자. 삼각형 PRS의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하면

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^2} = k$ 이다. $100k$ 의 값을 구하여라.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이다.) [4점]



30. 두 양수 a, b 와 실수 k 에 대하여 $f(x) = ax^2 + bx$ 이고

$$g(x) = \{f(x) + k\} \times e^x$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$g(x) = g'(t)(x-t) + g(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 개수가 6이 되도록 하는 k 의 값의 범위가 $2 < k < 4$ 이다. $f(4)$ 의 값을 구하여라. [4점]

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 서로 평행하지 않은 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여 두 벡터

$$3\vec{a}-2\vec{b}, \quad -6\vec{a}+k\vec{b}$$

가 서로 평행하도록 하는 실수 k 의 값은?

(단, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. 두 초점 사이의 거리가 4이고 장축의 길이와 단축의 길이의 곱이 $12\sqrt{5}$ 인 타원의 장축의 길이는?

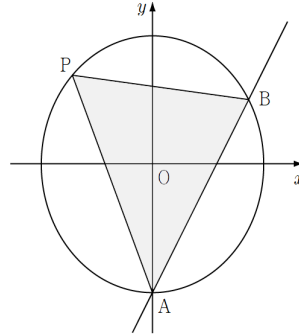
[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

25. 좌표공간의 점 $P(a, b, c)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 직선 PA와 xy 평면이 이루는 각의 크기를 θ_1 , 직선 PB와 xy 평면과 이루는 각의 크기를 각각 θ_2 라 할 때, $\tan\theta_1 = 1$, $\tan\theta_2 = 2$ 이다. $\overline{OP} = 6$ 일 때, 양수 c 의 값은? [3점]

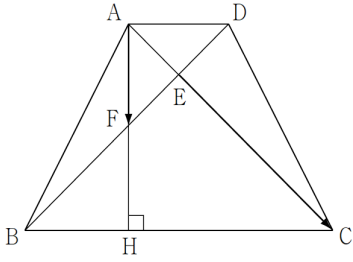
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

26. 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 직선 $y = 2x - 2$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값은? [3점]



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

27. $\overline{AD}=2$, $\overline{AB}=\overline{CD}=2\sqrt{5}$, $\overline{BC}=6$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다. 두 대각선 AC와 BD의 교점을 E, 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H, 선분 AH와 선분 BD의 교점을 F라 할 때, $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{EC}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$
- ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6

28. 좌표평면 위에 네 점 $A(-3, 0)$, $B(0, d)$, $F(\sqrt{3}, 0)$, $F'(-\sqrt{3}, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 $\overline{PF} + \overline{PF}'$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P가 선분 AB를 1:2로 내분하는 점일 때, d^2 의 값은? [4점]

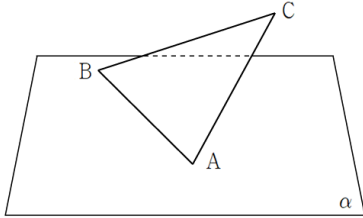
- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

단답형

29. 그림과 같이 평면 α 와 넓이가 12인 삼각형 ABC에 대하여 세 점 A, B, C에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 각각 A', B', C'이라 하자. $\overline{A'B'} = \overline{A'C'}$ 이고, 세 직선 AB, BC, CA와 평면 α 가 이루는 각의 크기를 각각 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 라 할 때,

$$\tan\theta_1 = \frac{1}{2}, \quad \tan\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad \tan\theta_3 = 1$$

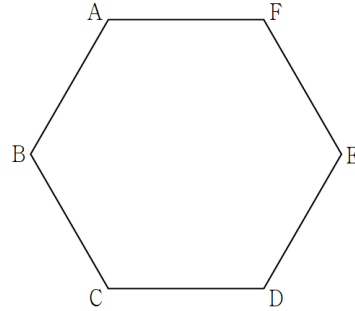
이다. 삼각형 ABC를 포함하는 평면과 평면 α 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $60\cos\theta$ 의 값을 구하여라.
(단, $\overline{AA'} < \overline{BB'} < \overline{CC'}$ 이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 한 변의 길이가 4인 정육각형 ABCDEF의 변 위를 움직이는 두 점 P, Q에 대하여, 두 점 R, S는

$$\overrightarrow{2CR} = \overrightarrow{CP}, \quad \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{SE}, \quad \overrightarrow{2RS} = \overrightarrow{BD}$$

를 만족시킨다. $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AS}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라. [4점]



[이주영/한성은 모의고사 수능 연습(3/4) 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉕	03	㉔	04	㉓	05	㉑
06	㉔	07	㉒	08	㉕	09	㉑	10	㉓
11	㉔	12	㉑	13	㉒	14	㉓	15	㉕
16	4	17	73	18	12	19	24	20	4
21	43	22	48						

〈확률과 통계〉

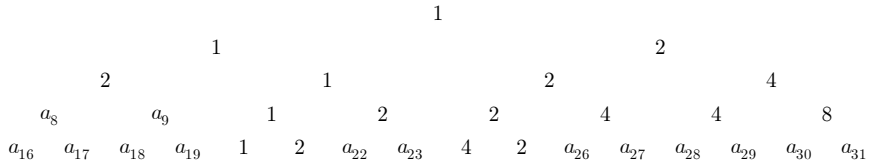
문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉕	24	㉔	25	㉒	26	㉓	27	㉑
28	㉒	29	128	30	13				

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉕	24	㉔	25	㉒	26	㉓	27	㉑
28	㉕	29	400	30	48				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉔	24	㉒	25	㉓	26	㉔	27	㉕
28	㉓	29	40	30	46				



여기까지 완성할 수 있고, $\sum_{k=1}^{16} a_{2k-1}$ 의 값은 대충 오른쪽으로 작은 것을 주는 각이다.

$$1+2+1+4+2+2+4+8+4+2+2+2+2+4+4+8$$

COMMENT 20

구간을 썰어보자. $a < 2$ 이면 $a + 2 < 2a$ 이고 $2 < a$ 이면 $a + 2 < 2a$ 이다.
 피적분함수가 $(-\infty, 4]$ 에서 0 이하 $[4, \infty)$ 에서 0 이상이면 굿이다.
 별해) 적분을 직접 계산해도 좋다. a 에 대한 이차식의 판별식이 0 이하 때려봐.

COMMENT 21

그냥 삽질 문항.
 $a_1 = 10, a_2 = 5, a_3 = 4, a_4 = 3,$
 $a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = a_9 = 2,$
 $a_{10} = \dots = a_{20} = 1$
 이다.

COMMENT 22

$f(6) \neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{|f(x)|+|f(t)|^2}-|f(t)|}{|x-6|}$ 의 값이 존재하지 않으므로 $f(6) = 0$ 이다.
 $f(t) \neq 0$ 이면 극한값이 존재하고, $f(t) = 0$ 일 때는 $f(x)$ 가 $(x-6)^2$ 을 인수로 가져야 극한값이 존재한다.
 $f(6) = 0$ 에서 $f(t) = 0$ 인 실수 t 가 존재하므로 $f(x)$ 가 $(x-6)^2$ 을 인수로 가져야 한다.
 $f(2) \neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{|f(x)|+|f(t)|^2}-|f(t)|}{|x-2|}$ 의 값이 존재하지 않으므로 $f(2) = 0$ 이다.
 $f(t) \neq 0$ 이면 극한값이 존재하고, $f(t) = 0$ 일 때는 $f(x)$ 가 $(x-2)^2$ 을 인수로 가져야 극한값이 존재한다.
 극한값이 존재하지 않는 t 값이 존재하므로 $f(x)$ 는 $(x-2)^2$ 을 인수로 가지지 않는다.
 극한값이 존재하지 않는 t 값 2개는 2와 6이고 방정식 $f(x) = 0$ 의 근은 2와 6뿐이다.
 $f(x) = (x-2)(x-6)^3$ 이므로 $f(8) = 48$ 이다.

COMMENT 확률과 통계 29

- Case1) $f(1) = 1$ 일 때, 경우의 수는 4^3 이다.
- Case2) $f(1) = 2$ 일 때,
 - Case2-1) $f(2) = 2$ 일 때, 경우의 수는 4^2 이다.
 - Case2-2) $f(2) = 3$ 일 때, 경우의 수는 2×4 이다.
 - Case2-3) $f(2) = 4$ 일 때, 경우의 수는 4이다.
- Case3) $f(1) = 3$ 일 때,
 - Case3-1) $f(3) = 3$ 일 때, 경우의 수는 4^2 이다.
 - Case3-2) $f(3) = 4$ 일 때, 경우의 수는 4이다.
- Case4) $f(1) = 4$ 일 때, 경우의 수는 4^2 이다.

COMMENT 확률과 통계 30

‘~일 때’ 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 2), (1, 3), \dots, (5, 6)$ 의 15개이므로, $P(a+1 \leq b) = \frac{15}{36}$ 이다.

두 조건을 모두 만족시키는 경우의 수는 $a=1$ 일 때 20, $a=2$ 일 때 12, $a=3$ 일 때 6, $a=4$ 일 때 2이므로,

$P(a+1 \leq b \wedge a+2 \leq c) = \frac{40}{216}$ 이다. 구하는 확률은 $\frac{4}{9}$ 이다.

COMMENT 미적분 26

직각삼각형 OA_1B_1 에서 $\overline{OB_1} = \sqrt{15}$ 이고, $\sin(\angle A_1OA_2) = \frac{\sqrt{15}}{8}$ 이므로 $\overline{OA_2} = \frac{7}{2}$ 이다.

$S_1 = \frac{7\sqrt{15}}{16}$ 이고, 등비수열 $\{S_n\}$ 의 공비는 $\left(\frac{7}{8}\right)^2$ 이다.

COMMENT 미적분 28

$$\int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 \{x - f(x)\} dx = \frac{1}{2} - F(1)$$

이므로 $F(1) = \frac{1}{2} - k$ 이다.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \{F(x)\}^2 dx &= \int_0^1 F(x)\{x - f(x)\} dx = \int_0^1 xF(x) dx - \int_0^1 F(x)f(x) dx \\ &= \int_0^1 x^2 dx - \int_0^1 xf(x) dx - \left[\frac{1}{2}\{F(x)\}^2\right]_0^1 = \frac{1}{3} - [xF(x)]_0^1 + \int_0^1 F(x) dx - \frac{1}{2}\{F(1)\}^2 \\ &= \frac{1}{3} - [xF(x)]_0^1 + \int_0^1 F(x) dx - \frac{1}{2}\{F(1)\}^2 = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} - k\right) + k - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - k\right)^2 \\ &= -\frac{1}{2}k^2 + \frac{5}{2}k - \frac{7}{24} \end{aligned}$$

COMMENT 미적분 29

삼각형 AQS에서 사인법칙을 돌리면

$$\overline{AS} = \frac{2\sin 2\theta \times \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\theta\right)} \sim 4\theta$$

이므로 삼각형 APS의 넓이는 대충 $4\theta^2$ 이다.

삼각형 APQ에서 각의 이등분선 때리면

$$\overline{AR} : \overline{RP} = \sin 2\theta : \cos 3\theta$$

이므로 $f(\theta)$ 는 대충

$$4\theta^2 \times \frac{\cos 3\theta}{\sin 2\theta + \cos 3\theta} \sim 4\theta^2$$

이다.

COMMENT 미적분 30

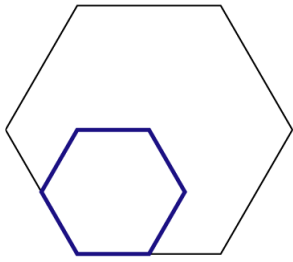
$g'(x) = 0$ 이 서로 다른 2개의 근을 가지고 $g(x) > 0$ 이다.

$f(x) + k = 0$ 의 판별식이 0보다 작으므로 $b^2 - 4ak < 0$ 이고,

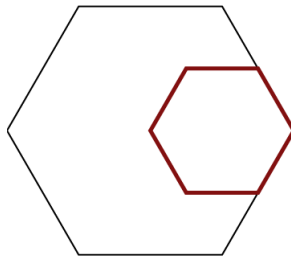
$g'(x) = \{f(x) + f'(x) + k\} \times e^x$ 에서 $f(x) + f'(x) + k = 0$ 의 판별식이 0보다 크므로 $(b+2a)^2 - 4a(b+k) > 0$ 이다.

정리하면 $\frac{b^2}{4a} < k < \frac{b^2 + 4a^2}{4a}$ 이므로 $\frac{b^2}{4a} = 2$, $\frac{b^2 + 4a^2}{4a} = 4$ 이다. $a = 2$, $b = 4$ 이므로 $f(x) = 2x^2 + 4x$ 이다.

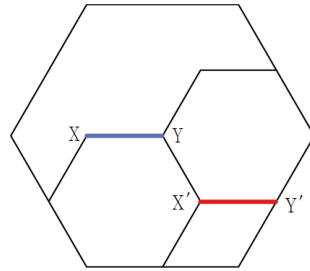
COMMENT 기하 30



[점 R의 자취]



[점 S의 자취]



점 R이 X에서 Y까지 움직일 때, 점 S는 X'에서 Y'까지 움직인다.
 $\vec{AR} \cdot \vec{AS}$ 의 최솟값은 $\vec{AX} \cdot \vec{AX}' = 18$, 최댓값은 $\vec{AY} \cdot \vec{AY}' = 28$ 이다.