[권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (1/4) |

권구승 (서울대)

대찬학원(분당), 미래탐구(목동), 이투스앤써

공부든 뭐든 여러분 나이에 몰입할 대상이 있는 건 좋은 거 같아.
지금 시점에선 그게 공부면 좋고. 해보니 나쁘지 않더라.

한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY

내일부터 열심히. 후회 남지 않도록.

hansungeun.com/texta.html – 공개 자료 페이지.
smartstore.naver.com/hansungeun – 책 파는 데.
유튜브 한성은 / 인스타 hansungeun2

CCL

– 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
– 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

5지선다형

1. 32×2^{-3}의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 12

2. 함수 $f(x)=x^3+5x-1$에 대하여 $f'(0)$의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

3. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_4=a_2+6$

일 때, a_{10}의 값은? [2점]

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

4. 두 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2,\ \log_9 a)$, $(3,\ \log_3 b)$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a\neq 1$) [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

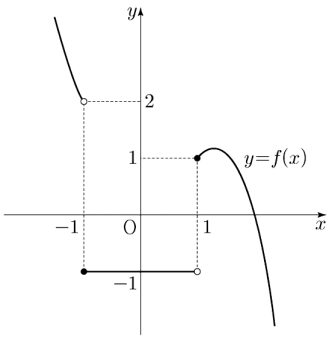
5. 곡선 $y=12x(x-1)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 10 ② 8 ③ 6
④ 4 ⑤ 2

6. 곡선 $y=2x^3-x$에 접하고 기울기가 5인 접선 중 제2사분면을 지나는 직선의 y절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{h\to 0+}\{f(h-1)+f(h+1)\}$의 값은? [3점]

① 3 ② 2 ③ 1
④ 0 ⑤ −1

8. x에 대한 삼차방정식 $x(x-6)^2-k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 최댓값은? [3점]

① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

9. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n}=2a_n+1 \\ a_{2n+1}=a_n+2 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4+a_5=18$일 때, $a_{14}+a_{15}$의 값은? [4점]

① 18 ② 21 ③ 24
④ 27 ⑤ 30

10. 자연수 n이 $2 \le n \le 10$일 때, x에 대한 방정식

$$x^n=-n^2+15n-50$$

이 적어도 하나의 실근을 갖고, 모든 실근의 합이 0 이하가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 32 ② 30 ③ 28
④ 26 ⑤ 24

11. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{2}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{a_{n+2}}$$

를 만족시킬 때, 다음은 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_i a_{i+1}=(n-1)a_1 a_n \quad \cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=2$일 때 (좌변)=(우변)$=a_1a_2$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_i a_{i+1}=(k-1)a_1 a_k$$

이다. $n=k+1$일 때

$$\sum_{i=1}^{k} a_i a_{i+1}=(k-1)a_1 a_k+a_k a_{k+1} \quad \cdots \ (**)$$

이다. 한편 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_{n+2}}-\frac{1}{a_{n+1}}$$

이므로 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$은 등차수열이다. 이 수열의 공차를 d라 하자. 등식 $(**)$의 우변에서

$$(k-1)a_1a_k+a_ka_{k+1}=a_1a_ka_{k+1}\left\{\frac{k-1}{a_{k+1}}+\frac{1}{a_1}\right\}$$

$$=a_1a_ka_{k+1}\left\{(k-1)\left(\frac{1}{a_k}+d\right)+\left(\frac{1}{a_k}-\boxed{\text{(가)}}\times d\right)\right\}$$

$$=a_1a_ka_{k+1}\left\{\frac{k-1}{a_k}+\frac{1}{a_k}\right\}$$

$$=\boxed{\text{(나)}}\times a_1a_{k+1}$$

이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$이라 할 때, $f(7)+g(6)$의 값은? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

12. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=t^2-2t, \quad x_2=2t+a$$

이다. 점 P의 속도가 4일 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는 8이다. 양수 a의 값은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

13. 두 곡선 $y=|\log_2 x|$과 $y=2^{-x}$이 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

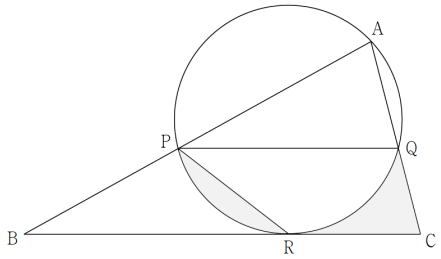
ㄱ. $2y_2 < 1 < 2y_1$

ㄴ. $x_2 < x_1 + 1$

ㄷ. $\sqrt{2} < 8y_1y_2 < 3$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=2$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{4}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P, 선분 AC 위의 점 Q에 대하여 직선 PQ는 직선 BC와 평행하며 세 점 A, P, Q를 지나는 원이 직선 BC와 점 R에서 접한다. 두 선분 CQ, CR과 호 QR로 둘러싸인 부분과 선분 PR과 호 PR로 둘러싸인 부분인 모양의 도형의 넓이는? [4점]



① $\frac{2\sqrt{15}}{27}$ ② $\frac{\sqrt{15}}{9}$ ③ $\frac{4\sqrt{15}}{27}$
④ $\frac{5\sqrt{15}}{27}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{15}}{9}$

15. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)}, \quad b_n = 2 + \sum_{k=1}^{n} (-1)^k a_k$$

이다. $100b_m$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은? [4점]

① 180 ② 170 ③ 160
④ 150 ⑤ 140

단답형

16. 함수 $2\sin x + 3$의 최댓값을 구하여라. [3점]

17. 함수

$$f(x) = \log_2(2x + k)$$

가 닫힌구간 [0, 14]에서 최솟값 2, 최댓값 M을 갖는다. $k + M$의 값을 구하여라. [3점]

18. 반지름의 길이가 10인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{4}{5}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하여라. [3점]

19. 함수 $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+9}-3}{x-4}$에 대하여 $\lim_{x\to\infty} f(x)=a$, $\lim_{x\to 4} f(x)=b$일 때, $3ab$의 값을 구하여라. [3점]

20. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$|a_8|-|a_4|=8$

이다. $\sum_{n=1}^{10}|a_n|$의 값을 구하여라. [4점]

21. $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 $g(2)=0$이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt=(x-2)g(x)$$

를 만족시킨다. $f(3)$의 값을 구하여라. [4점]

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x)=(x-1)(x-3),\quad g(x)=\int_0^x f(t)dt$$

에 대하여 연속함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\{h(x)\}^2=\{g(x)\}^2$이다.
(나) 함수 $h(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a가 존재한다.
(다) 임의의 실수 k에 대하여 방정식 $h(x)=k$의 실근이 존재한다.

$|h'(-1)+h'(2)+h'(4)|$의 값을 구하여라. [4점]

수학 영역(확률과 통계) 9

5지선다형

23. 6개의 문자 a, a, b, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 48 ② 52 ③ 56
④ 60 ⑤ 64

24. 다항식 $(1+x)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 45일 때, 자연수 n의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

25. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따르고

$$\frac{\mathrm{P}(X=1)}{\mathrm{P}(X=0)}=9, \quad \sigma(2X-1)=4$$

일 때, n의 값은? [3점]

① 18 ② 15 ③ 12
④ 9 ⑤ 6

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 1이 적혀 있는 카드와 2가 적혀 있는 카드가 이웃하거나 2가 적혀 있는 카드와 3이 적혀 있는 카드가 이웃할 확률은? [3점]

① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{17}{30}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{19}{30}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

27. 이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	b	1

이산확률변수 Y가 갖는 값은 1, 3, 5이고

$$\mathrm{P}(Y=2i-1)=a\times\mathrm{P}(X=i)+b \quad (i=1,\ 2,\ 3)$$

일 때, $\mathrm{E}(3Y+1)$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 17 ② 15 ③ 13
④ 11 ⑤ 9

28. D고등학교 학생들의 하루 공부 시간은 평균이 10분, 표준편차가 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 임의로 선택한 D고등학교 학생 한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상이거나, D고등학교 학생 중 4명을 임의추출하여 구한 하루 공부 시간의 표본평균이 12분 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

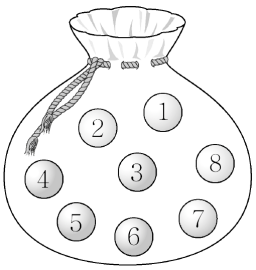
z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① 0.1104 ② 0.2346 ③ 0.3426
④ 0.4204 ⑤ 0.5796

12 수학 영역(확률과 통계)

단답형

29. 주머니에 숫자 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 8개가 들어 있다. A가 이 주머니에서 2개의 공을 임의로 꺼내고, B가 남아 있는 6개의 공 중에서 2개의 공을 임의로 꺼낸다. 이 시행에서 A가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 4의 배수일 때, B가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 검은색 볼펜 3자루, 파란색 볼펜 1자루, 빨간색 볼펜 1자루, 노란색 볼펜 1자루가 있다. 이 6자루의 볼펜을 4명의 회사원에게 남김없이 나누어줄 때 각 회사원이 적어도 1개의 볼펜을 받는 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

수학 영역(미적분) 13

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{4x}{e^{4x} - e^{2x}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 5$일 때,

$\lim_{n \to \infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + 5n^2}{a_n^2 + n^2}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25. $\int_1^e \frac{\ln x - 1}{x^2} dx$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$

④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

26. 좌표평면 위를 움직이는 점 P(x, y)의 시각 t에서의 위치가

$x = t - \sin t,\ y = t - \cos t$

일 때, π초 후의 점 P의 속력은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2

④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

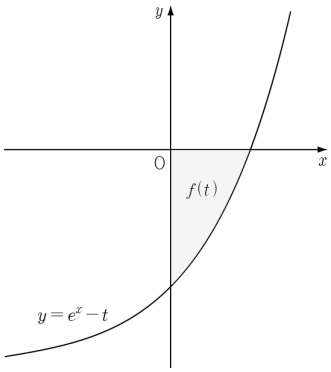
27. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2\times\left(\frac{x}{3}\right)^{2n+1}-1}{\left(\frac{x}{3}\right)^{2n}+3}$$

에 대하여 $f(k)=-\frac{1}{3}$을 만족시키는 정수 k의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

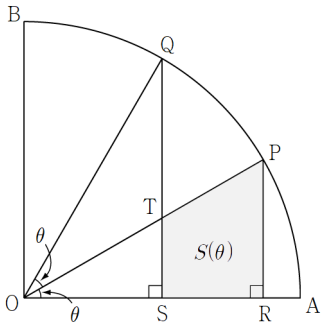
28. 1보다 큰 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^x-t$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(t)$라 하자. $f'(e)$의 값은? [4점]



① 1 ② $\sqrt{e}$ ③ e
④ $e\sqrt{e}$ ⑤ e^2

단답형

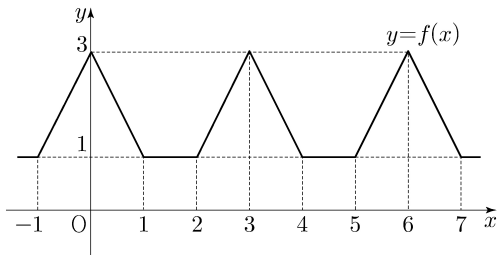
29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. $\angle POA = \angle POQ = \theta$인 호 AB 위의 두 점 P, Q에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 각각 R, S, 두 직선 OP, QS의 교점을 T, 사각형 SRPT의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$일 때, $60a$의 값을 구하여라. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$는 $0 \le x \le 3$일 때 $f(x) = |x-1| + |x-2|$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3) = f(x)$를 만족시킨다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$는

$$g(x) = \lim_{h \to 0} \left| \frac{f(\log_2(x+h)) - f(\log_2(x-h))}{2h} \right|$$

$x = a$에서 불연속인 a의 값 중에서 열린구간 $(1, 100)$에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, …, a_n(n은 자연수)라 할 때, $n + 32\sum_{k=1}^{n} \{\ln 2 \times g(a_k)\}$의 값을 구하여라. [4점]



수학 영역(기하) 17

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(3, 1)$, $\vec{b}=(2, 0)$에 대하여 $2\vec{a}-\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

24. 좌표공간의 세 점

$O(0, 0, 0)$, $A(2, 2, 4)$, $B(a, 1, -1)$

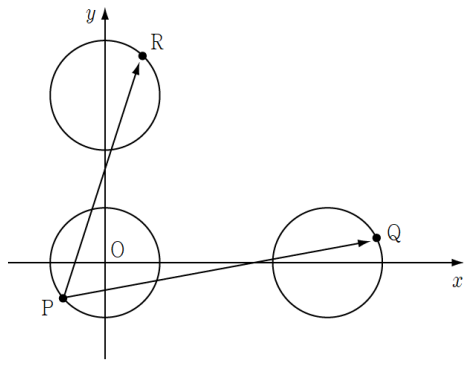
이 있다. $\overline{OA}=2\overline{OB}$일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{8}=1$의 한 초점을 중심으로 하고 쌍곡선의 점근선에 접하는 원의 넓이는? [3점]

① 11π ② 10π ③ 9π
④ 8π ⑤ 7π

26. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직이는 점 P, 원 $(x-4)^2+y^2=1$ 위를 움직이는 점 Q, 원 $x^2+(y-3)^2=1$ 위를 움직이는 점 R에 대하여 $|\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{PR}|$의 최댓값은? [3점]



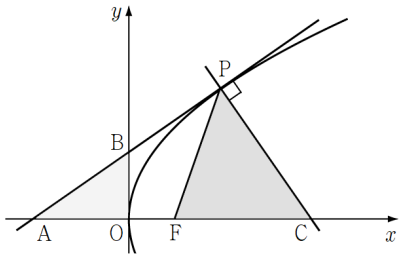
① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

27. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$의 한 초점을 $F(c, 0)(c>0)$라 하고, 이 타원이 x축과 만나는 점 중에서 x좌표가 음수인 점을 A, y축과 만나는 점 중에서 y좌표가 양수인 점을 B라 하자. $\angle AFB=\frac{\pi}{3}$이고 삼각형 AFB의 넓이가 $3\sqrt{3}$일 때, c^2의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 그림과 같이 초점이 $F(p, 0)$인 포물선 $y^2=4px$와 포물선 위의 점 P가 있다. 포물선 $y^2=4px$의 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 P를 지나고 접선과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자. 두 삼각형 OAB와 FPC의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $S_1 : S_2 = 1 : 3$이고 $\overline{AB}=2\sqrt{6}$일 때, p의 값은? (단, p는 양수이다.) [4점]



① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$

④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

단답형

29. $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 선분 BC, AC의 중점을 각각 Q, R라 하자. $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}=10$이고 삼각형 PQR의 넓이가 $3\sqrt{3}$일 때, $\overline{AC}^2$의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB}<\overline{BC}$이다.) [4점]

30. 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 θ인 두 평면 α, β와 평면 α 위의 정삼각형 ABC가 있다. 세 점 A, B, C의 평면 β 위로의 정사영을 각각 A′, B′, C′라 할 때, 세 점 A′, B′, C′가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{A'C'}=\overline{B'C'}=4\sqrt{2}$
(나) 두 점 A′, B′로부터 직선 l에 이르는 거리가 각각 $\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$이다.

점 C로부터 직선 l에 이르는 거리를 d라 할 때, $d\times\sin\theta$의 값을 구하여라. [4점]

[권구승/한성은 모의고사 수능 연습(1/4) 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	③	03	①	04	③	05	⑤
06	④	07	④	08	④	09	②	10	①
11	②	12	②	13	⑤	14	③	15	①
16	5	17	9	18	16	19	2	20	150
21	12	22	12						

〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	④	24	②	25	①	26	③	27	⑤
28	④	29	12	30	388				

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	②	24	⑤	25	①	26	④	27	⑤
28	①	29	90	30	33				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	②	25	④	26	⑤	27	④
28	②	29	52	30	4				

COMMENT 11

$f(k)=k-1$, $g(k)=k$

COMMENT 13

기역 : 곡선 $y=2^{-x}$가 $x=1$과 만나는 점의 y좌표가 $\frac{1}{2}$이다.

니은 : 점 (x_1, y_1)은 직선 $y=x$ 위의 점이다. 점 (x_2, y_2)는 (x_1+1, y_1)의 왼쪽의 왼쪽 아래에 있다.

디귿 : 직선 $y=x$와 점 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$과 점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$를 지나는 직선의 교점이 $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$이므로 $x_1=y_1<\frac{3}{4}$이다.

왼쪽 : $2^{-\frac{5}{2}}<2^{-x_1}\times 2^{-x_2}$에서 $x_1+x_2<\frac{5}{2}$이다. $x_2<x_1+1$이므로 $x_1<\frac{3}{4}$이면 각이다. ㅇㅋ

오른쪽 : $y_2<\frac{1}{2}$이므로 $y_1<\frac{3}{4}$이면 각이다. ㅇㅋ

COMMENT 14

삼각형 ABC에서 코사인 돌리면 $\overline{BC}=4$이다.

$\overline{BP}=4t$, $\overline{CQ}=2t$라 두자. 방멱 돌리면 $\overline{BR}=4\sqrt{t}$, $\overline{CR}=2\sqrt{t}$이므로 $t=\frac{4}{9}$이다.

$\overline{BR}:\overline{CR}=2:1$이므로 AR은 각 BAC의 이등분선이다. $\overline{PR}=\overline{QR}$이고 색칠한 도형의 넓이는 $\frac{4\sqrt{15}}{27}$이다.

COMMENT 15

$a_n=\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}$이고 b_n은 $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{7}{8}$, …이다.

$100b_m$이 100 이하의 자연수가 되려면 분모가 짝수인 100의 약수가 되어야 한다.

가능한 분모는 2, 4, 10, 20, 50, 100이고 m은 1, 3, 9, 19, 49, 99이다.

COMMENT 20

$a_8-a_4=24$이다. 째려보면 $a_8=16$, $a_4=-8$이다.

COMMENT 21

준 식에 $x=1$을 대입하면 $g(1)=0$이다.

양 변을 미분하면 $f(x)=g(x)+(x-2)g'(x)$이고 여기에 $x=1$을 대입하면 $g'(1)=0$이다.

$g(x)=(x-1)^2(x-2)$이다. $\int_1^x f(t)dt=(x-1)^2(x-2)^2$의 양 변을 미분하면

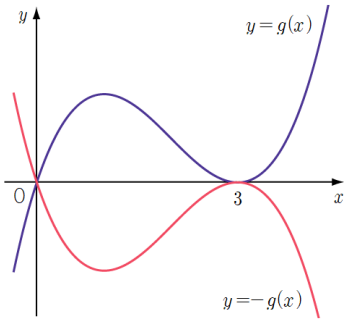
$f(x)=2(x-1)(x-2)^2+2(x-1)^2(x-2)=2(x-1)(x-2)(2x-3)$

이다.

COMMENT 22

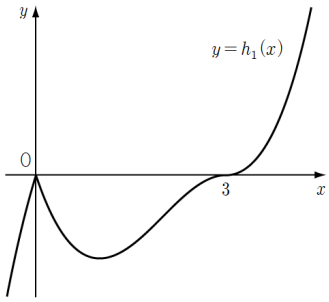
$g(x)$는 $\frac{1}{3}x(x-3)^2$이다.

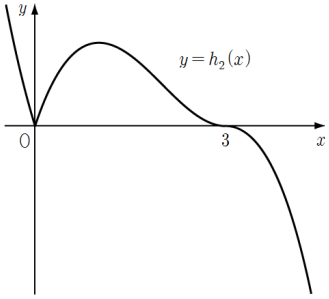
(가)에서 $h(x)$는 $g(x)$ 또는 $-g(x)$이다. 여기서 잘 읽어줘야 하는데,
$h(x)$가 각각의 실수 x에 대하여 $g(x)$ 또는 $-g(x)$이다.
그리고 $h(x)$가 연속함수이므로 $g(x)=0$의 두 근인 0과 3에서만
$g(x)$ 또는 $-g(x)$를 갈아탈 수 있다.



(나)의 조건을 만족시키기 위해서는 $x=0$에서 곡선을 갈아타야 하고,
(다)의 조건을 만족시키기 위해서는 $x=3$에서 곡선을 다시 갈아타야 한다.

가능한 $h(x)$의 그래프는 다음의 두 가지이다.





마지막은

$h'(-1)=\pm f(-1)$, $h'(2)=\mp f(2)$, $h'(4)=\pm f(4)$

로 계산해야 간지. $|h'(-1)+h'(2)+h'(4)|=|\pm f(-1)\mp f(2)\pm f(4)|=12$이다.

COMMENT 확률과 통계 28

한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상일 확률은 $P(Z\geq 0.5)=0.31$이고
표본평균 $\overline{X}$는 $N(10,\ 2^2)$을 따르므로 $\overline{X}\geq 12$일 확률은 $P(Z\geq 1)=0.16$이다.
여사건 돌려서 $1-(1-0.31)(1-0.16)$ 해도 좋고, $0.31+0.16-0.31\times 0.16$ 해도 좋다.

COMMENT 확률과 통계 29

$P(\text{A가 4의 배수})=\frac{1}{2}$이고, $P(\text{A가 4의 배수}\cap\text{B가 홀수})=\frac{1}{7}$이다. 여사건을 이용하여 구하는 확률은

$$1-P(\text{B가 홀수}|\text{A가 4의 배수})=1-\frac{P(\text{A가 4의 배수}\cap\text{B가 홀수})}{P(\text{A가 4의 배수})}=\frac{5}{7}$$

이다.

COMMENT 확률과 통계 30

검은색이 아닌 색 볼펜을 몇 명에게 나눠주는지로 분류하자.

Case1) 모든 색 볼펜을 한 명에게 줄 때 : 회사원 선택 4가지, 검은색 나눠주는 방법 $1(={}_4H_0)$가지.

Case2) 색 볼펜을 두 명에게 줄 때 : 색 볼펜 분할 3가지, 회사원 선택 4×3가지, 검은색 나눠주는 방법 $4(={}_4H_1)$가지.

Case2) 색 볼펜을 세 명에게 줄 때 : 회사원 선택 $4\times 3\times 2$가지, 검은색 나눠주는 방법 $10(={}_4H_2)$가지.

COMMENT 미적분 29

$\overline{OS}=\cos 2\theta$이므로 $\overline{TS}=\cos 2\theta\times\tan\theta$이다. $\overline{PR}=\sin\theta$이고 $\overline{RS}=\cos\theta-\cos 2\theta$이므로

사다리꼴 SRPT의 넓이는 $\frac{\sin\theta+\cos 2\theta\tan\theta}{2}(\cos\theta-\cos 2\theta)$이다.

$\frac{\sin\theta+\cos 2\theta\tan\theta}{2}$는 대충 $\frac{\theta+\theta}{2}=\theta$이고 $\cos\theta-\cos 2\theta=(1-\cos 2\theta)-(1-\cos\theta)$는 대충 $\frac{1}{2}(2\theta)^2-\frac{1}{2}\theta^2=\frac{3}{2}\theta^2$이다.

COMMENT 미적분 30

함수 $f(t)$가 $t=\log_2 x$에서 미분가능할 때,

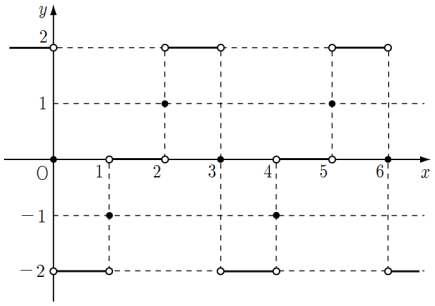
$$\frac{f(\log_2(x+h))-f(\log_2(x-h))}{2h}=\frac{f(\log_2(x+h))-f(\log_2(x-h))}{\log_2(x+h)-\log_2(x-h)}\times\frac{\log_2(x+h)-\log_2(x-h)}{2h}$$

에서

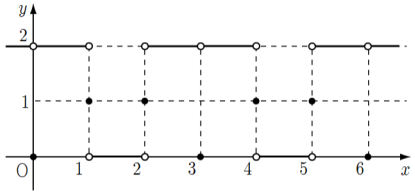
$\frac{f(\log_2(x+h))-f(\log_2(x-h))}{\log_2(x+h)-\log_2(x-h)}$는 $f'(\log_2 x)$로, $\frac{\log_2(x+h)-\log_2(x-h)}{2h}$는 $\frac{1}{\ln 2\times x}$로 수렴한다.

$f(t)$가 미분가능하지 않을 때는 $f'(\log_2 x)$ 대신 그거 있잖아, 대칭미분계수, 그걸로 수렴한다.

우선 $f(x)$의 대칭미분계수의 그래프는 [그림1]과, 절댓값 때린 것은 [그림2]와 같다.



[그림1]



[그림2]

절댓값을 대충 밖으로 뺄 수 있고, $g(x)$는 $\log_2 x$의 값이 정수일 때 불연속이다.
$x=a$에서 불연속인 a의 값은 $\log_2 a=1$, $\log_2 a=2$, $\log_2 a=3$, $\log_2 a=4$, …일 때이므로
열린구간 $(1, 100)$에는 $a_1=2$, $a_2=4$, $a_3=8$, $a_4=16$, $a_5=32$, $a_6=64$의 여섯 개가 존재한다.

$g(a_1)=\dfrac{1}{\ln 2\times 2}$, $g(a_2)=\dfrac{1}{\ln 2\times 4}$, $g(a_3)=0$, $g(a_4)=\dfrac{1}{\ln 2\times 16}$, $g(a_5)=\dfrac{1}{\ln 2\times 32}$, $g(a_6)=0$이다.

구하는 값은 $6+32\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{32}\right)=33$이다.

COMMENT 기하 28

$\mathrm{P}(a, b)$라 하면 $\mathrm{A}(-a, 0)$, $\mathrm{B}\left(0, \dfrac{b}{2}\right)$이고, $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{FC}}=a+p$이다.

$S_1=\dfrac{ab}{4}$, $S_2=\dfrac{(a+p)b}{2}$이므로 $S_1:S_2=1:3$에서 $a=2p$이다. 나머지는 대충.

COMMENT 기하 29

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면 세 삼각형 APR, BQP, CRQ의 넓이는 각각 $\dfrac{1}{6}S$, $\dfrac{1}{3}S$, $\dfrac{1}{4}S$이다.

삼각형 PQR의 넓이는 $\dfrac{1}{4}S=3\sqrt{3}$이므로 삼각형 ABC의 넓이는 $12\sqrt{3}$이다.

$\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\vec{c}$라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\left(\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}\right)-\dfrac{2}{3}\vec{a}=-\dfrac{1}{6}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$, $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=-\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$이므로

$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\left(-\dfrac{1}{6}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}\right)\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}\right)=\dfrac{1}{9}|\vec{a}|^2-\dfrac{5}{12}\vec{a}\cdot\vec{c}+\dfrac{1}{4}|\vec{c}|^2$이다.

아, 귀찮아. $|\vec{a}|=a$, $|\vec{c}|=c$라 하면 ABC의 넓이 $\dfrac{1}{2}ac\times\sin\dfrac{\pi}{3}$에서 $ac=48$이고 $\vec{a}\cdot\vec{c}=ac\times\cos\dfrac{\pi}{3}$이므로 $4a^2+9c^2=720$이다.

이럴 때는 상수소거각인데, $4a^2+9c^2=15ac$이므로 $4a=3c$, $c=8$, $a=6$이다.

COMMENT 기하 30

$\overline{\mathrm{A'C'}}=\overline{\mathrm{B'C'}}$이므로 두 직선 AC와 BC가 직선 l과 이루는 각의 크기는 서로 같다.
직선 AB는 l과 평행이거나 수직인데, (나)를 째려보니 수직이다. 두 직선 AC와 BC가
직선 l과 이루는 각의 크기는 $\dfrac{\pi}{6}$이다. 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a라 하자.

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\times\cos\theta\right)^2}=4\sqrt{2},\quad a\times\cos\theta=2\sqrt{5}$$

를 연립하여 풀면 $a=6$, $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$이다.