[박하나/한성은 모의고사]

대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (1/4)

한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

평가원이 아무렇게나 내니까 나도 아무렇게나.
대충 네 개쯤 만들지 않을까 싶어서 (1/4)을 넣었습니다.

hansungeun.com
 – 저자소개, 학습자료, 교재판매

CCL

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8}\times\sqrt{9}$의 값은? [2점]

① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

2. $a_5=7$이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_7의 값은? [2점]

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

3. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2+1}$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

4. 정적분 $\int_{-2}^{2}(4x^3+3x^2+2x)dx$의 값은? [3점]

① 12 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 28

5. $(2x^2+x)^4$의 전개식에서 x^6의 계수는? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

6. 부등식 $\log_2(4x-4) < 1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$를 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

7. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고

$$\mathrm{E}(2X-1)=7,\quad \mathrm{V}(2X-1)=12$$

일 때, n의 값은? [3점]

① 20 ② 18 ③ 16
④ 14 ⑤ 12

8. 함수 $y=2\cos(ax)+b$가 $x=\dfrac{\pi}{2}$에서 극솟값 0을 가질 때, $a+b$의 최솟값은? (단, $a>0$, $b>0$이다.) [3점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

9. 함수 $f(x)=x^3+x^2$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$$

의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

10. 곡선 $y=x^3+ax+b$ 위의 점 $(1,\ 2)$에서의 접선이 원점을 지난다. ab의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

11. 함수 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

12. 한 개의 주사위를 6의 약수가 세 번 나올 때까지 반복해서 던진다. 이 시행이 주사위를 5번 던져서 끝날 확률은? [3점]

① $\frac{3}{27}$ ② $\frac{14}{81}$ ③ $\frac{16}{81}$
④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{20}{81}$

13. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=f(8-x)$$

이고 $\mathrm{P}(0 \le X \le 3)=\mathrm{P}(4 \le Y \le 7)$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

14. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x}(x-t)f(t)dt=x^3+2x^2+ax+b$$

를 만족시킬 때, $f(a+b)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

15. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2}=2,\quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)-4}{x}=3$$

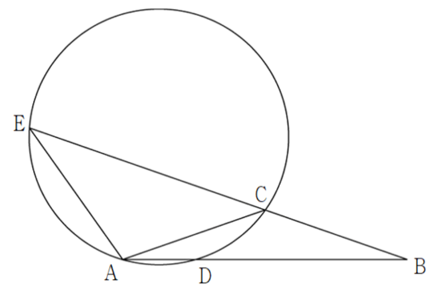
를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 그림과 같이

$$\overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{2},\quad \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CA}}=3$$

인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 1:3 내분점을 D, 세 점 A, C, D를 지나는 원이 선분 BC의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, $\sin(\angle\mathrm{EAC})$의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

17. 주머니에 1부터 16까지의 숫자가 하나씩 적혀 있는 16개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는 시행을 짝수가 적힌 공 8개를 모두 꺼낼 때까지 반복할 때 꺼낸 공의 개수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이이다.

> 확률변수 X가 가질 수 있는 최솟값은 8이고, 최댓값은 16이다. $8 \le k \le 16$인 자연수 k에 대하여 $\mathrm{P}(X=k)$를 구하자.
>
> k번째에 마지막 짝수가 적힌 공을 꺼내려면 이전 $k-1$개의 공을 꺼낼 때까지 짝수가 7개, 홀수가 $k-8$개가 나와야 하고, k번째에 짝수가 적힌 공을 꺼내야 하므로
>
> $$\mathrm{P}(X=k)=\frac{{}_{8}\mathrm{C}_{7}\times{}_{8}\mathrm{C}_{k-8}}{{}_{16}\mathrm{C}_{k-1}}\times\boxed{\text{(가)}}$$
>
> 이다. $0 \le r \le n$인 정수 r에 대하여
>
> $${}_{n}\mathrm{C}_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$
>
> 이므로
>
> $$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{k=8}^{16}k\times\mathrm{P}(X=k)\\&=\frac{8}{{}_{16}\mathrm{C}_{8}}\sum_{k=8}^{16}\boxed{\text{(나)}}\ \cdots\ (*)\end{aligned}$$
>
> 이다. $0 \le r \le n$인 정수 r에 대하여
>
> $${}_{n}\mathrm{C}_{r}+{}_{n}\mathrm{C}_{r+1}={}_{n+1}\mathrm{C}_{r+1}$$
>
> 이므로 $(*)$은
>
> $$\frac{8}{{}_{16}\mathrm{C}_{8}}\times\boxed{\text{(다)}}=\frac{136}{9}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $\dfrac{a\times f(15)}{g(15)}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{17}{9}$ ② $\dfrac{19}{9}$ ③ $\dfrac{7}{3}$ ④ $\dfrac{23}{9}$ ⑤ $\dfrac{25}{9}$

18. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 4번 반복할 때, 꺼낸 공에 적힌 수를 차례대로 a, b, c, d라 하자. $a<b<c$일 때 $d<c$일 확률은? [4점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{7}{12}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{3}{4}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

19. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=2x-\int_0^2 |f(t)|dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 |f(t)|dt$의 값은 a 또는 b이다. ab의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

20. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$에 대하여 함수 $g(t)$는

$$g(t)=\frac{f(t)}{t}\ \ (t>0)$$

이다. 함수 $g(t)$가 $t=2$에서 최솟값 1을 가질 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -3

21. 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$에 가장 가까운 정수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $a_2=1$, $a_3=2$이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_7=3$

ㄴ. $a_k=4$인 자연수 k의 개수는 8이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{20} a_n=60$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\log_3 54-\dfrac{1}{\log_2 3}$의 값을 구하여라. [3점]

23. 삼각형 ABC가

$$\overline{\mathrm{AB}}=5,\quad \overline{\mathrm{AC}}=7,\quad \cos(\angle\mathrm{BAC})=\frac{3}{5}$$

를 만족시킬 때, $\overline{\mathrm{BC}}^2$의 값을 구하여라. [3점]

24. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때 문자 a끼리는 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라. [3점]

25. 첫째항이 14인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_5 = S_{10}$$

일 때, S_3의 값을 구하여라. [3점]

26. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-1)f(x) = x^3 + 2x - a$$

를 만족시킨다. $a \times f(1)$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.) [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_{2k} = n(n+1), \quad \sum_{k=1}^{2n} a_k = 2n(n+1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{6} a_{2k-1}$의 값을 구하여라. [4점]

28. 0 이상 네 정수 a, b, c, d가

$$(a+b+c)(a+b+d) = 40$$

를 만족시킨다. a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하여라. [4점]

29. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 모든 함수 $f: A \to A$ 중에서 임의로 하나를 선택하고,

$$g(1) \le g(2) \le g(3)$$

를 만족시키는 모든 함수 $g: A \to A$ 중에서 임의로 하나를 선택하여 합성함수 $h=g \circ f$를 만들 때, 함수 h가

$$h(1) \le h(2) \le h(3)$$

을 만족시킬 확률은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 양수 a에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le a) \\ f(x-a)+f(a) & (x > a) \end{cases}$$

는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$가 $x=\alpha$에서 극솟값을 가지고 $x=\beta$에서 극댓값을 가지며 $g(\alpha)=g(\beta)$인 두 실수 α, β가 존재한다.

$\displaystyle\int_0^{2a} g(x)dx=32$일 때, $g(8)$의 값을 구하여라. [4점]

[박하나/한성은 모의고사]

수능(나형) 연습(1/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	①	02	③	03	①	04	②	05	⑤
06	②	07	③	08	①	09	④	10	②
11	②	12	③	13	④	14	⑤	15	③
16	⑤	17	①	18	④	19	③	20	⑤
21	⑤	22	3	23	32	24	60	25	36
26	15	27	42	28	90	29	451	30	8

COMMENT 12

주사위를 한 번 던져서 6의 약수가 나오는 사건을 ○, 6의 약수가 나오지 않는 사건을 ×라 하자.

주사위를 한 번 던져서 ○가 나올 확률은 $\frac{2}{3}$, ×가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이다. 시행이 5번에 끝나는 경우의 수는

○○××○　　○×○×○　　○××○○　　×○○×○　　×○×○○　　××○○○

의 6가지이다. 맨 뒤의 ○는 고정이고 앞의 네 자리는 ○, ○, ×, ×의 배열.

위의 여섯 가지 사건 각각의 확률은 모두 $\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2$이다. 답은 $6\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2$이다.

COMMENT 16

방멱 $\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{BE}}$ 때리면 $\overline{\mathrm{EC}}=5$이다.

삼각형 ACE에서 사인법칙을 돌리자. $\sin(\angle\mathrm{AEC})=\sin(\angle\mathrm{CDB})=\frac{1}{\sqrt{3}}$이다.

참고) 삼각형 ABE에서 $\overline{\mathrm{AE}}$를 구하고 삼각형 ACE에서 코사인 돌려도 가능.

COMMENT 17

$\frac{1}{17-k}$,　${}_{k}\mathrm{C}_{8}$,　${}_{17}\mathrm{C}_{8}$

COMMENT 18

$a<b<c$를 만족시키는 경우의 수와 $a<b<c$이며 $d<c$를 만족시키는 경우의 수를 c의 값에 따라 분류하여 나열하면,

Case1) $c=3$일 때 3개, 0개　　Case2) $c=4$일 때 9개, 3개
Case3) $c=5$일 때 18개, 12개　　Case4) $c=6$일 때 30개, 30개

이다. 구하는 확률은 $\frac{0+3+12+30}{3+9+18+30}$이다.

COMMENT 19

$\int_0^2 |f(t)|dt=k$라 하자. $f(x)=2x-k$이고 $\int_0^2 |2t-k|dt=k$이다.

$k<4$일 때와 $k\ge 4$일 때로 나눠서 다뤄줘야겠군.

Case1) $k<4$일 때, $\int_0^{\frac{k}{2}}(-2t+k)dt+\int_{\frac{k}{2}}^{2}(2t-k)dt=k$에서 $k=2$이다.

Case2) $k\ge 4$일 때, $\int_0^2(-2t+k)dt=k$에서 $k=4$이다.

COMMENT 20

함수 $g(t)$는 원점과 점 $(t,\ f(t))$ 사이의 기울기이다.
곡선 $y=f(x)$는 $x=2$에서 기울기 1인 직선과 접해야 한다.
따라서 $f(2)=2$이고 $f'(2)=1$이다.

COMMENT 21

기역 : $2<\sqrt{7}<3$이고, $2.5<\sqrt{7}$이다. 제곱해봐.

니은 : $3.5<\sqrt{k}<4.5$에서 $12.25<k<20.25$이다.

디귿 : $a_k=m$이려면 $m-\frac{1}{2}<\sqrt{k}<m+\frac{1}{2}$에서 $m^2-m+\frac{1}{4}<k<m^2+m+\frac{1}{4}$이므로

$a_k=m$인 k는 m^2-m+1에서 m^2+m까지 $2m$개다. 따라서 a_n은 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, …로 간다.

COMMENT 28

40은 1×40 또는 2×20 또는 4×10 또는 5×8로 나타난다.

Case1) $a+b+c=1$이고 $a+b+d=40$ $\Rightarrow$ $(a,\ b,\ c)$를 결정하면 $d=c+39$로 자동 결정이다. ${}_3H_1$가지.

Case2) $a+b+c=2$이고 $a+b+d=20$ $\Rightarrow$ $(a,\ b,\ c)$를 결정하면 $d=c+18$로 자동 결정이다. ${}_3H_2$가지.

Case3) $a+b+c=4$이고 $a+b+d=10$ $\Rightarrow$ $(a,\ b,\ c)$를 결정하면 $d=c+6$로 자동 결정이다. ${}_3H_4$가지.

Case4) $a+b+c=5$이고 $a+b+d=8$ $\Rightarrow$ $(a,\ b,\ c)$를 결정하면 $d=c+3$로 자동 결정이다. ${}_3H_5$가지.

나머지는 대칭으로 2배 때려준다.

COMMENT 29

전체 경우의 수 : f는 3^3가지, g는 ${}_3H_3$가지가 가능하므로 270가지이다.

사건의 경우의 수 :

Case1) 함수 g의 치역의 원소의 개수가 1일 때 : 27×3

Case2) 함수 g의 치역의 원소의 개수가 2일 때 : 15×6

Case3) 함수 g의 치역의 원소의 개수가 3일 때 : 10×1

※ Case2의 15를 구하는 것이 상당히 노가다성이다. 꼼꼼하게 쨰려보자.

COMMENT 30

미분가능 조건에서 $f(0)=0,\ f'(0)=f'(a)$이다.

$\Rightarrow$ 점 $\left(\frac{a}{2},\ f\left(\frac{a}{2}\right)\right)$는 함수 $f(x)$의 [수2에서는 이름을 말할 수 없는 그것]이다. ㅂㄱㅈ.

극대 극소 조건에서 $f(0)$와 $f(x)$의 극솟값이 서로 같아야 한다. 열심히 째려보자.

$f(x)=x\left(x-\frac{3}{4}a\right)^2$이다. 적분값을 끼얹으면 $f(x)=x(x-3)^2$이다.

$\Rightarrow$ 대칭성을 활용하면 적분 계산이 필요하지 않다.