

[권구승/한성은 모의고사]

| 3월 모의고사(가형) 연습 (2/2) |

| 권구승

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써,
보통 학생의 수능 1등급, 권구승입니다.

| 한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY
[권구승/한성은 제1회 16번]의 어떤 선생님은 바로 접니다. 수업 직전에 미쳐버리지요.
hansungeun.com
- 저자소개, 학습자료, 교재판매

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역(가형)

1

5지선다형

1. $2^{-1} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 - 5}{n^3 + n^2 - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

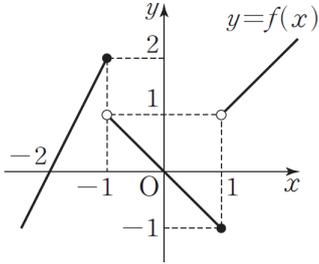
$a_2 + a_5 + a_8 = 21$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(가형)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(-x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6. 두 양수 a, b 가

$$\log_3(a+b)=2, \quad \log_2 a + \log_2 b = 3$$

을 만족시킬 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① 61 ② 63 ③ 65
 ④ 67 ⑤ 69

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 2)^2 = 20, \quad \sum_{k=1}^5 \{a_k(a_k + 3)\} = 60$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① -50 ② -55 ③ -60
 ④ -65 ⑤ -70

8. 부등식 $(\log_2 2x)(\log_2 4x) \leq 12$ 를 만족시키는

모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 10 ② 14 ③ 18
 ④ 22 ⑤ 26

9. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 16$ 이고 $a_3 a_5 = 16$ 일 때, $a_1 a_8$ 의 값은? [3점]

- ① $16\sqrt{2}$ ② 16 ③ $8\sqrt{2}$
 ④ 8 ⑤ $4\sqrt{2}$

10. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < k) \\ 28 - f(x) & (x \geq k) \end{cases}$$

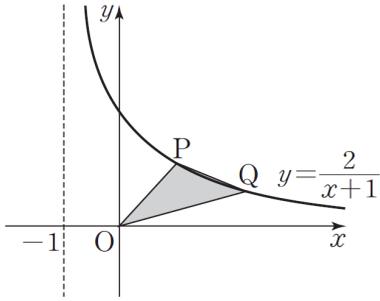
라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -12 ③ -14
 ④ -16 ⑤ -18

4

수학 영역(가형)

11. 곡선 $y = \frac{2}{x+1}$ ($x > -1$) 위의 두 점 $P(1, 1)$,
 $Q\left(t, \frac{2}{t+1}\right)$ ($t > 1$)에 대하여 삼각형 OQP의 넓이를 $S(t)$ 라
 하자. $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{S(t)}{t-1}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

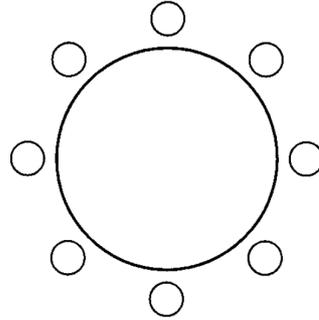


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

12. x 에 대한 이차방정식 $3x^2 + 4x - 8 = 0$ 의 두 실근이
 $\frac{1}{\sin\theta}$, $\frac{1}{\cos\theta}$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의
 두 실근은 $\sin\theta$, $\cos\theta$ 이다. $|a| + |b|$ 의 값은?
 (단, a , b 는 상수이다.) [3점]
- ① $\frac{15}{16}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{13}{16}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

13. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 여섯 개를 택해 일렬로 나열하여 여섯 자리의 자연수를 만든다. 만의 자리와 백의 자리의 수는 짝수이고 일의 자리의 수는 홀수인 자연수의 개수는? [3점]
- ① 1350 ② 1400 ③ 1450
 ④ 1500 ⑤ 1550

14. 그림과 같은 원형의 탁자에 네 쌍의 부부 8명이 둘러앉을 때, 부부끼리는 서로 마주보도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 24 ② 36 ③ 48
 ④ 72 ⑤ 96

15. 지수함수 $y = a^x$ ($a > 1$)의 그래프 위의 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A', B'라 하자. 점 A가 선분 OB의 중점이고 사각형 AA'B'B의 넓이가 6일 때, a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

16. 첫째항이 1인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m+k} = 4 \sum_{k=1}^m a_k a_{k+1}$$

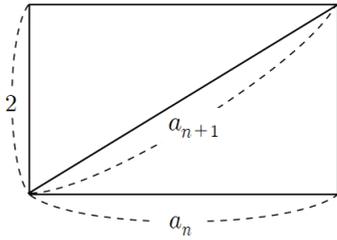
이코 $\sum_{k=1}^m a_k a_{2m-k} = 80$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

17. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 다음을 만족시킨다.

가로와 세로의 길이가 a_n , 세로의 길이가 2인 직사각형의 대각선의 길이는 a_{n+1} 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [4점]



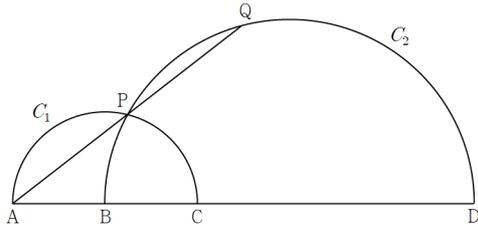
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
- ④ 2 ⑤ 4

18. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=x$ 과 함수 $y=\tan x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$
- ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

19. 한 직선 위에 순서대로 놓인 네 점 A, B, C, D는 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=2$, $\overline{CD}=6$ 을 만족시킨다. 선분 AC를 지름으로 하는 반원 C_1 의 호와 선분 BD를 지름으로 하는 반원 C_2 의 호가 만나는 점을 P, 직선 AP와 반원 C_2 가 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$
- ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

20. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & (\sin x \geq \cos x) \\ \cos x & (\sin x < \cos x) \end{cases}$$

에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+p)$ 를 만족시키는 최소의 양수 p 의 값은 2π 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{64} f\left(\frac{n\pi}{4}\right) = 16 + 8\sqrt{2}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양의 상수 a 에 대하여

$$f'(x) = 6(x-a)(x-3a)$$

인 함수 $f(x)$ 와 $g'(x) = \begin{cases} f'(x) & (f'(x) \leq 0) \\ 0 & (f'(x) > 0) \end{cases}$ 인

함수 $g(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

(가) $f(0) = g(0)$

(나) $f(4a) = g(4a) + 16$

$\int_0^{4a} \{f(x) - g(x)\} dx$ 의 값은? [4점]

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

단답형

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-2)f(x) = x^2 - 6x + a$$

를 만족시킨다. $a + f(2)$ 의 값을

구하여라. (단, a 는 상수이다.) [3점]

23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

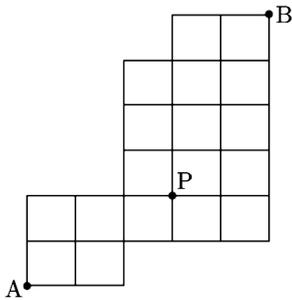
$$a_n + b_n = 2n + 3$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 45$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 집합 $X = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라. [3점]

X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

25. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하여라. [3점]



26. 함수 $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x$ ($0 < x < 61$)에 대하여 $y = f(x)$ 의

그래프와 직선 $y = \frac{3}{4}$ 이 만나는 모든 점의 x 좌표를

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \quad (x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n)$$

이라 할 때, $n + x_{n-1} + x_n$ 의 값을 구하여라. [4점]

27. 두 함수

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}, \quad g(x) = \frac{1}{2}|x|$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라. [4점]

28. A, A, A, B, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 이웃하지 않게 나열되는 경우의 수를 구하여라. [4점]

29. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 함수 $f(x) = |x-5| + |x-15|$ 에 대하여

$$\sum_{k=6}^{10} f(a_k) = 50, \quad \sum_{k=11}^{15} f(a_k) = 100$$

이다. $f(a_1)$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 최고차항의 계수가 k 인 사차함수 $f(x)$ 와 $g(x) = |x|$ 는 다음을 만족시킨다.

(가) x 에 대한 방정식 $f(x) = g(x)$ 는

$-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, a$ 의 세 근만을 가진다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

$60(k+a)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 양수이다.) [4점]

[3월 모의고사 연습(2/2)]
가형 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉑	03	㉓	04	㉓	05	㉕
06	㉓	07	㉓	08	㉑	09	㉔	10	㉒
11	㉕	12	㉒	13	㉔	14	㉓	15	㉑
16	㉒	17	㉔	18	㉔	19	㉓	20	㉕
21	㉔	22	6	23	95	24	125	25	135
26	151	27	13	28	96	29	28	30	110

COMMENT 14

남자 A의 위치를 고정시키자. 아내의 위치는 맞은 편으로 정해진다.
나머지 6명을 배열하는 경우의 수는 $3! \times 2^3$ 이다.

COMMENT 15

$A(t, a^t)$ 라 하자. $B(2t, a^{2t})$ 이므로 $a^{2t} = 2a^t$ 에서 $a^t = 2$ 이다.
사다리꼴 넓이 췌려보면 $ta^t = 4$ 이다. $t=2, a=\sqrt{2}$ 이다.

COMMENT 16

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m+k} = \frac{r^m (r^{2m} - 1)}{r^2 - 1} \text{ 이고 } \sum_{k=1}^m a_k a_{k+1} = \frac{r (r^{2m} - 1)}{r^2 - 1} \text{ 이므로 } r^{m-1} = 4 \text{ 이다.}$$

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{2m-k} = m(r^{2m-2}) \text{ 이다. (} k \text{값과 관계없이 } a_k a_{2m-k} \text{는 } r^{2m-2} \text{이다.)}$$

COMMENT 17

수열 $\{a_n^2\}$ 은 등차수열이다. $a_n^2 = 4n$ 이므로 $a_n = 2\sqrt{n}$ 이다.

$$a_n (a_{n+1} - a_n) = 2\sqrt{n} (2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n}) = \frac{4\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

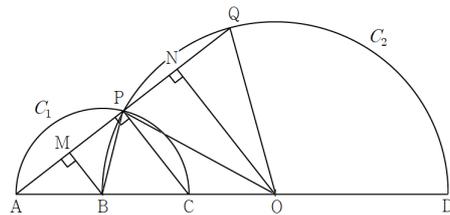
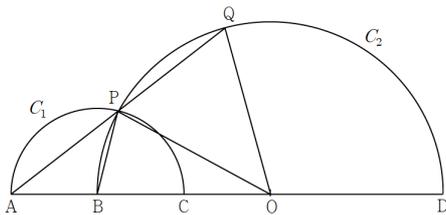
COMMENT 18

그래프 그려보자. $n\pi < a_n < \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ 이다.

COMMENT 19

선분 BD의 중점을 O라 하자. 삼각형 OBP에서 $\cos(\angle POB) = \frac{7}{8}$ 이다.

삼각형 POA에서 $\overline{AP} = \sqrt{10}$ 이다. 삼각형 AOQ에서 $\overline{AQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.



다른 풀이 : 오른쪽 그림에서 닮음 치고 두 삼각형 AMB, PNO에서 피타고라스.

COMMENT 20

니은 : $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 이다.

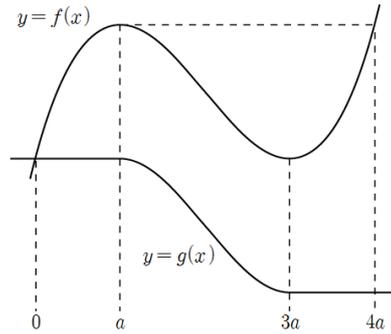
디귤 : $+\frac{\sqrt{2}}{2}+1+\frac{\sqrt{2}}{2}+0+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+0+\frac{\sqrt{2}}{2}+1$ 이 여덟 개.

COMMENT 21

두 함수의 개형과 삼차함수의 성질을 살펴보면
함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차이가 8이다.

도함수의 넓이 $\frac{6}{6}(2a)^3 = 8$ 에서 $a = 1$ 이다.

구하는 정적분은 직접 계산해도 좋지만,
잘 오려서 붙여보면 직사각형 몇 개로 계산된다.

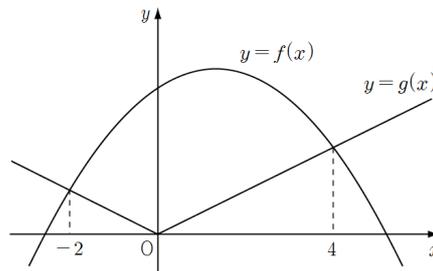


COMMENT 26

$$n = 31, x_{n-1} + x_n = 120$$

COMMENT 27

$$\int_{-2}^4 \left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}\right) dx - \int_{-2}^0 \left(-\frac{1}{2}x\right) dt - \int_0^4 \frac{1}{2}x dx$$



COMMENT 28

(전체 배열) - (A 이웃) - (B 이웃) + (A 이웃 \cap B 이웃)

$$= \frac{7!}{3!2!} - \left(\frac{4!}{2!} \times 5 + \frac{4!}{2!} \times 5 \times 4\right) - \frac{6!}{3!} + (3! \times 4 + 3! \times 4 \times 3)$$

※ $\frac{4!}{2!} \times 5$ 는 A가 모두 이웃하는 경우의 수, $\frac{4!}{2!} \times 5 \times 4$ 는 A 중 2개만 이웃하는 경우의 수이다.

COMMENT 29

$f(x)$ 의 최솟값이 10인데 $f(a_6) + f(a_7) + f(a_8) + f(a_9) + f(a_{10}) = 50$ 이므로 $f(a_6) = f(a_7) = \dots = f(a_{10}) = 10$ 이다.

따라서 $5 \leq a_6, a_{10} \leq 15$ 이고 이를 만족하려면 공차는 1 또는 2다.

공차가 1이면 $\sum_{k=11}^{15} f(a_k)$ 의 값이 개 크더라도 $a_{11} = 16, a_{12} = 17, \dots, a_{15} = 20$ 이고 $f(a_{11}) = 12, f(a_{12}) = 14, \dots, f(a_{15}) = 20$ 으로

100에 미치지 못한다. 따라서 공차는 2이고 $f(a_{13}) = 20$ 이다. (엄밀하게는 $a_{11} < 15$ 인 경우를 따로 고려해 줘야 함. 될 수 없다.)

$f(a_{13}) = 20$ 이면 $a_{13} = 20$ 이다. $a_1 = -4$ 이고 $f(a_1) = 28$ 이다.

COMMENT 30

$f(x)$ 가 $y = x$ 와 두 점에서 만나므로

$$f(x) - x = k \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 (x - \alpha)^2$$

라 둘 수 있다.

[방정식 $f(x) = -x$ 가 $-\frac{1}{3}$ 을 중근으로 가진다.]

를 풀면 $k = \frac{1}{6}, a = \frac{5}{3}$ 이다.

