

원포인트 개념주입 A
미분법



개념1

⇒ $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ (오일러수, 자연대수)

※ $\log_e x = \ln x$ 라 나타내고 이를 자연로그라 한다.

✓ e 로 수렴시키는 요령

- ① $(1+0)^\infty$ 꼴인지를 확인한다.
- ② 0과 ∞ 가 서로 역수가 되도록 맞춰준다.

001.

다음을 구하여라.1)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{2x}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{x}}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{3x}}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$

(6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x}$

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{-\frac{3}{x}}$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+10x)^{\frac{1}{x}}$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x^2)^{\frac{1}{x^2}}$

(10) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

002.

다음을 구하여라.2)

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x}{5}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1}\right)^x$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^{3x}$

003.

모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{f(n)} = e^3$$

이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$ 의 값을 구하여라.3)



개념2

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

$\Rightarrow f(x) \rightarrow 0$ 일 때, $e^{f(x)} - 1$ 모양을 찾아준다.

(대충 $e^{f(x)} - 1$ 을 $f(x)$ 로 취급해도 좋다.)

004.

다음을 구하여라.⁴⁾

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x^2 - x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2 + 2x} - 1}{x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 2^x}{x}$$

005.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + a}{3x} = b$ 를 만족시키는 상수 a, b 에 대하여

$a + b$ 의 값은? ⁵⁾

$$\textcircled{1} -\frac{2}{3} \quad \textcircled{2} -\frac{1}{3} \quad \textcircled{3} 0$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{3} \quad \textcircled{5} \frac{2}{3}$$

006.

함수 $f(x) = \ln \sqrt{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x}$ 의 값은? ⁶⁾

$$\textcircled{1} \frac{1}{2} \quad \textcircled{2} 1 \quad \textcircled{3} \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{4} 2 \quad \textcircled{5} \frac{5}{2}$$

007.

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{ax} & (x > 0) \\ \frac{2x^2 + 1}{x - 1} & (x \leq 0) \end{cases}$ 가 실수 전체의

집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.⁷⁾



개념3

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a}$$

$\Rightarrow f(x) \rightarrow 0$ 일 때, $\ln(1+f(x))$ 모양을 찾아준다.
(대충 $\ln(1+f(x))$ 을 $f(x)$ 로 취급해도 좋다.)

008.

다음을 구하여라.⁸⁾

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\ln(1+x^2)}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{1 - e^{x^2}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{x \ln(1+x)}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1+4x)}{2x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1-3x)}{x}$$

009.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+cx)}{e^{ax+b}-1} = 5$ 를 만족시키는 상수 a, b, c 에

대하여 $\frac{b+c}{a}$ 의 값을 구하여라.⁹⁾ (단, $a \neq 0$)

010.

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(a+3x)}{x} & (x \neq 0) \\ b & (x = 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서

연속일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?¹⁰⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

011.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x+1} \left(\ln \frac{x^2-x-1}{x^2} \right)$ 의 값을 구하여라.¹¹⁾



개념4

✓ 무한대로 가는 놈을 찾아준다.

012.

다음을 구하여라.¹²⁾

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 4^x}{3^x + 5^x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 2^{2x+1}}{3^x + 4^{x+1}}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x + 5^{-x}}{5^x - 5^{-x}}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3^x - 2^x)^{\frac{1}{x}}$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (4^x + 3^x)^{\frac{1}{x}}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_4 4x$

(7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \frac{1}{x}$

(8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_2 x + 1}{\log_4 x}$

013.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a \cdot 3^{x+1} + 2}{3^{x-1} - 4} = 18$ 일 때,

상수 a 의 값을 구하여라.¹³⁾

014.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{\log(ax + 1) - \log(x - 1)\} = 2$ 를 만족시키는

상수 a 의 값을 구하여라.¹⁴⁾



개념5

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx}(e^x) = e^x, \quad \frac{d}{dx}(a^x) = \ln a \cdot a^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}, \quad \frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$$

015.

함수 $f(x) = (6x^2 + 2)e^x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은?15)

- ① 1 ② 2 ③ e
④ 8 ⑤ $6e + 2$

016.

곡선 $f(x) = a^{3x}$ ($a > 0, a \neq 1$) 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 미분계수가 e 일 때, 실수 a 의 값을 구하여라.16)

017.

함수 $f(x) = x \ln x + x^3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-2h)}{h}$ 의 값은?17)

- ① $3e$ ② e^2 ③ 6
④ 9 ⑤ 12

018.

함수 $f(x) = \begin{cases} \ln ax & (x < 1) \\ be^{x-1} & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 모든 양수 x 에서

미분가능할 때, ab 의 값은?18) (단, $a > 0$)

- ① e ② $2e$ ③ $3e$
④ e^2 ⑤ e^3



개념6

⇒ 사인, 코사인의 덧셈정리

$$\textcircled{1} \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{2} \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{3} \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\textcircled{4} \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

019.

$\sin 15^\circ$ 의 값은? ¹⁹⁾

$$\textcircled{1} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{3} \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

020.

$\sin\alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ 의 값은? ²⁰⁾

(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

$$\textcircled{1} \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$$

$$\textcircled{2} \frac{2 - \sqrt{3}}{6}$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{2} - 1}{3}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{3} - 1}{3}$$

021.

$\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{3}{2}$ 일 때,
 $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값을 구하여라. ²¹⁾

022.

$\triangle ABC$ 에서 $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos B = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ 일 때,

$\sin C$ 의 값은? ²²⁾

$$\textcircled{1} \frac{1}{5}$$

$$\textcircled{2} \frac{2}{5}$$

$$\textcircled{3} \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{4} \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{5} 1$$



개념7

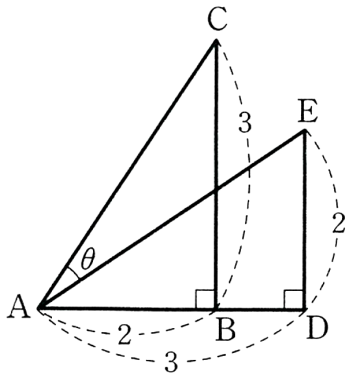
⇒ 탄젠트의 덧셈정리

$$\textcircled{1} \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\textcircled{2} \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

023.

그림과 같이 빗변이 아닌 두 변의 길이가 각각 2, 3인 두 직각삼각형 ABC와 ADE가 있다. $\angle CAE = \theta$ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하여라.²³⁾



024.

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cot\beta = -\frac{3}{4}$ 일 때, $\tan(\alpha - \beta)$ 의 값을 구하여라.²⁴⁾ (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$)

025.

두 직선 $mx - y - 1 = 0$, $3x - y + 2 = 0$ 이 이루는 예각의 크기가 45° 일 때, 양수 m 의 값을 구하여라.²⁵⁾



개념8

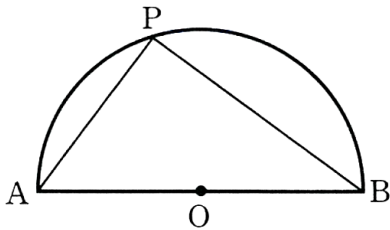
⇒ 삼각함수의 합성

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha) \quad \left(\text{단, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

※ 해 뒤라.

026.

AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P를 잡을 때, $\overline{AP} + 2\overline{BP}$ 의 최댓값은?26) (단, $\overline{AB} = 1$)



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

027.

함수 $f(x) = 2 + 3\sin x + 4\cos x$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?27)

- ㄱ. 최댓값은 7이다.
 ㄴ. 주기는 2π 이다.
 ㄷ. $f(x)$ 가 최대일 때의 x 값에 대하여 $\tan x = \frac{3}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념9

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow f(x) \rightarrow 0$ 일 때, $\sin f(x)$, $\tan f(x)$, $1 - \cos f(x)$ 모양을 찾아준다.

028.

다음을 구하여라.²⁸⁾

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 2x}$
- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} 2x \cot x$
- (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{\sin^2 x}$
- (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \tan 2x}{\sin(x^2)}$
- (7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$
- (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos x}$
- (9) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}$
- (10) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$

029.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{x^2} = 8$ 을 만족시키는 양수 k 의 값을 구하여라.²⁹⁾

030.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + b}{\cos x - 1} = 1$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라.³⁰⁾

031.

등식 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b}{\sin x} = 1$ 을 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.³¹⁾



개념10

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx} \sin x = \cos x, \quad \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

032.

함수 $f(x) = x \sin x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi + 2h) - f(\pi - h)}{h}$$

의 값을 구하여라.³²⁾

033.

함수 $f(x) = \begin{cases} ax + b & (-1 < x < 0) \\ \sin x & (0 \leq x < 1) \end{cases}$ 가 $x = 0$ 에서

미분가능하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.³³⁾

034.

함수 $f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & (x \geq 0) \\ e^{2x+3} & (x < 0) \end{cases}$ 이

모든 실수 x 에 대하여 미분가능할 때,

$\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.³⁴⁾ (단, $ab \neq 0$)



개념11

$$\Rightarrow \text{몫의 미분법} : \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1}{g(x)} \right\}' = -\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

035.다음 함수의 도함수를 구하여라.³⁵⁾

(1) $y = x^{-1}$

(2) $y = -\frac{1}{x^3}$

(3) $y = 3x^3 + \frac{2}{x^5}$

(4) $y = \frac{x^2 - 6}{x^4}$

(5) $y = \frac{1}{(3-x)^4}$

(6) $y = \left(x - \frac{2}{x}\right)^2$

036.함수 $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x}$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값을 구하여라.³⁶⁾**037.** $f(0) = 1$ 을 만족시키는 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x) = \frac{1}{1 - xf(x)}$ 일 때, $g'(0)$ 의 값은?³⁷⁾



개념12

⇒ 합성함수의 미분법 : $\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

038.

다음 함수의 도함수를 구하여라.³⁸⁾

(1) $y = (2x + 3)^4$

(2) $y = (2x^3 + x^2)^4$

(3) $y = (5x^3 + 2)^{10}$

(4) $y = 3(-x^2 + x)^4$

(5) $y = (x^2 + 2)^3(x - 2)$

(6) $y = (2 - x^2)^3(3 - x)$

039.

$f(2) = 4$, $f'(2) = -2$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = \{f(x)\}^3$ 의 $x = 2$ 에서의 접선의 방정식을 구하여라.³⁹⁾

040.

$f(1) = 3$, $f'(1) = 2$ 일 때, 함수

$$g(x) = \{2 - 3f(x)\}^3$$

에 대하여 $g'(1)$ 의 값을 구하여라.⁴⁰⁾



개념13

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \text{일 때, } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

041.

매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, \quad y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.⁴¹⁾

042.

매개변수 θ 로 나타낸 곡선

$$x = \theta - \sin\theta, \quad y = 1 - \cos\theta$$

에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 에 대응되는 점에서의 접선의 방정식을 구하여라.⁴²⁾

043.

매개변수로 나타내어진 함수

$$x = \frac{2}{3}t^3 - 8t, \quad y = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 6t$$

에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.⁴³⁾



개념14

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx}f(y) = f'(y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

$\Rightarrow f(x, y) = 0$ 의 꼴로 주어진 함수를 음함수라 한다.

y 를 x 의 함수로 보고 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구할 수 있다.

044.

곡선 $x^3 - y^3 + axy + b = 0$ 위의 점 $(0, -1)$ 에서의 $\frac{dy}{dx}$ 의 값이 2일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?⁴⁴⁾

- ① -6 ② -3 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 6

045.

곡선 $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = xy$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.⁴⁵⁾

046.

곡선 $3x^2 + y^2 - 5xy - 13 = 0$ 이 기울기가 1인 직선과 두 점 P, Q에서 접한다. 선분 PQ의 길이는?⁴⁶⁾

- ① $\sqrt{10}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$
- ④ 8 ⑤ $3\sqrt{10}$



개념15

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (\sin x)' &= \cos x, & (\cos x)' &= -\sin x \\ (\tan x)' &= \sec^2 x, & (\cot x)' &= -\csc^2 x \\ (\sec x)' &= \sec x \tan x, & (\csc x)' &= -\csc x \cot x \\ \Leftrightarrow (e^x)' &= e^x, & (a^x)' &= \ln a \cdot a^x \\ (\ln x)' &= \frac{1}{x}, & (\log_a x)' &= \frac{1}{\ln a \cdot x} \end{aligned}$$

※ 밑과 지수에 미지수가 있거나 너무 곱해 놓으면 로그 취해본다.

047.

다음을 미분하여라.⁴⁷⁾

(1) $y = \cos x - \sqrt{3} \sin x$

(2) $y = 2 \tan x - \cos x$

(3) $y = x \sin x$

(4) $y = \tan^2 x \sec x$

(5) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

(6) $y = \frac{\sin x}{x \cos x}$

(7) $y = \sin 2x$

(8) $y = \sin(x^2)$

(9) $y = \cos^2 x$

(10) $y = \sin(\cos x)$

048.

다음을 미분하여라.⁴⁸⁾

(1) $y = 2e^x$

(2) $y = 3 \log x + 2^x$

(3) $y = x^2 e^x$

(4) $y = x \ln x$

(5) $y = 3^{2x+3}$

(6) $y = \frac{x}{\ln x}$

(7) $y = (\log_2 x)^4$

(8) $y = x e^{\sin x}$

(9) $y = e^{3x} \cos 2x$

(10) $y = \cos(\ln x^2)$



개념16

⇒ 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(x) = g(x)$ 이고 $f(a) = b$ 이면 $g'(b) = \frac{1}{f'(a)}$ 이다.

⇒ $f^{-1} = g$ 일 때, $f(g(x)) = x$ 혹은 $g(f(x)) = x$ 를 이용하여 $g'(x)$ 를 알 수 있다.

049.

$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $g'(4)$ 의 값은? ⁴⁹⁾

050.

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(6)$ 의 값은? ⁵⁰⁾

051.

함수 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 5x - 2$ 일 때, $f(x)$ 의 역함수 $y = g(x)$ 의 $x = 3$ 에서의 접선의 방정식을 구하여라. ⁵¹⁾

052.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 1$ 을 만족시킬 때, $g'(2)$ 의 값을 구하여라. ⁵²⁾



개념17

⇒ 함수 $y=f(x)$ 를 두 번 미분한 함수를 $f(x)$ 의 이계도함수라 하고

$f''(x)$ 나 $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ 로 나타낸다.

⇒ $y=f(x)$ 의 위로 볼록/아래로 볼록이 바뀌는 점을 $y=f(x)$ 의 변곡점이라 한다.

053.

함수 $f(x) = a \sin x + b \cos x + cx$ 가 $x = \frac{4}{3}\pi$ 에서
극대이고 $(\pi, -\pi)$ 가 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점일 때,
상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.⁵³⁾

054.

함수 $f(x) = (1 + \cos x)\sin x$ 에 대하여 구간 $(0, \pi)$ 에서
곡선 $y=f(x)$ 의 극점의 개수는 m 개, 변곡점의
개수는 n 개다. $2m+3n$ 의 값은?⁵⁴⁾

055.

곡선 $y = \ln x + x^2$ 의 변곡점에서의 이 곡선에
접하는 직선의 기울기는?⁵⁵⁾

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
- ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$



개념18

- $\Leftrightarrow y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ 이다.
 $\Rightarrow y=f(x)$ 에 기울기가 m 인 접선을 구하기 위해서는 $f'(x)=m$ 을 풀어야 한다.
 \Rightarrow 곡선 밖의 점 P 에서의 접선을 구할 때는 곡선 위의 임의의 점 A 에서의 접선을 구하고 이 직선이 P 를 지난다는 사실을 이용하여 A 를 구한다.

056.

곡선 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + 3\cos x$ 위의 점 $(\frac{\pi}{3}, 3)$ 에서의 접선의 y 절편을 구하여라.⁵⁶⁾

057.

곡선 $y = x^2 e^{3x}$ 위의 점 $(-1, \frac{1}{e^3})$ 을 지나고 이 점에서의 접선과 수직인 직선의 y 절편은?⁵⁷⁾

- ① $\frac{1}{e^3} - e^3$ ② $-\frac{2}{e^3}$ ③ 0
 ④ $\frac{2}{e^3}$ ⑤ $\frac{1}{e^3} + e^3$

058.

함수 $f(x) = x^3 + x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 x 좌표가 2인 점에서의 접선의 방정식을 구하여라.⁵⁸⁾

059.

원점에서 곡선 $y = e^{-x+a}$ 에 그은 접선이 점 $(1, -1)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값은?⁵⁹⁾

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

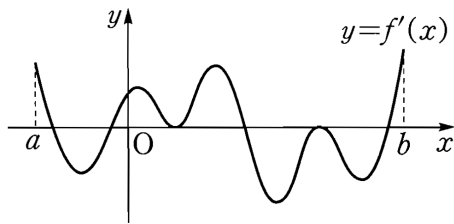


개념19

- ⇒ a 주변의 모든 x 에 대하여 $f(a) > f(x)$ 이면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대라 한다.
- ⇒ a 주변의 모든 x 에 대하여 $f(a) < f(x)$ 이면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소라 한다.
- ※ 미분가능한 함수에서 극대/극소이면 미분계수가 0이다.
- ※ 미분계수가 0이어도 극대/극소가 아닐 수 있다.

060.

구간 $[a, b]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $y=f(x)$ 가 극대가 되는 점의 개수와 극소가 되는 점의 개수는?60)



061.

함수 $f(x) = \frac{ax}{x^2+4}$ 는 $x = \alpha$ 에서 극댓값, $x = \beta$ 에서 극솟값을 갖는다. 이때 $\alpha - \beta$ 의 값은?61) (단, $a > 0$)

① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

062.

$0 < x < \pi$ 일 때, 함수 $f(x) = \sin^3 2x$ 가 극대 또는 극소가 되는 점의 개수는?62)

① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 6 ⑤ 8



개념20

- ⇒ 구간 (a, b) 의 모든 x 에 대하여 $f''(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 (a, b) 에서 아래로 볼록이다.
 ⇒ 구간 (a, b) 의 모든 x 에 대하여 $f''(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 (a, b) 에서 위로 볼록이다.
 ※ $x = a$ 의 전후에서 $f''(x)$ 의 부호가 바뀌면, $(a, f(a))$ 를 $f(x)$ 의 변곡점이라 한다.

063.

곡선 $y = x + 2\sin x (0 < x < 2\pi)$ 가 아래로 볼록한 구간은?63)

- ① $(0, \frac{\pi}{2})$ ② $(0, \pi)$ ③ $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
 ④ $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ⑤ $(\pi, 2\pi)$

064.

$x > 0$ 에서 정의된 다음 함수 $y = f(x)$ 중에서 임의의 a, b 에 대하여

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) > \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

를 만족시키는 함수는?64)

- ① $f(x) = x^2$ ② $f(x) = x^3$ ③ $f(x) = \frac{2}{x}$
 ④ $f(x) = 4^x$ ⑤ $f(x) = \log x$

065.

$0 < x < 1$ 에 속하는 임의의 실수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 부등식 $f(b) \leq f'(a)(b-a) + f(a)$ 를 만족시키는 함수를 보기에서 모두 고르면?65)

$$\text{㉠. } f(x) = \sin x$$

$$\text{㉡. } f(x) = x \ln x$$

$$\text{㉢. } f(x) = xe^{-x}$$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



개념21

$y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프로부터 $f(x) \pm g(x)$ 나 $f(x)g(x)$ 의 그래프 등을 알 수 있다.

① 특히, $f(x) \pm g(x)$ 의 도함수는 $f'(x) \pm g'(x)$ 이다,

② $f(x)g(x)$ 의 그래프를 그릴 때는, 0이나 1이 되는 점에 주목해 본다.

✓ 더해진 함수의 기울기는 원래 함수들의 기울기들의 합이다.

066.

그래프 그려보세요.⁶⁶⁾

(1) $y = x + \frac{1}{x}$

(2) $y = \sin x + \cos x$

(3) $y = x + \sin x$

(4) $y = \sqrt{x} + \sqrt{10-x}$

(5) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

(6) $y = xe^x$

(7) $y = \sin x \cdot \cos x$

(8) $y = \frac{1}{\sin x}$

067.

함수 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ ($-1 < x < 1$)에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?⁶⁷⁾

ㄱ. $f(x)$ 는 $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 에서 극값을 가진다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$ 이다.

ㄷ. $y = f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 변곡점을 가진다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념22

✓ 최대최소 문제 : 잘 푼다.

068.

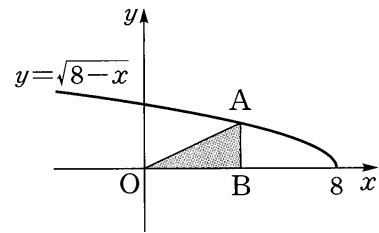
구간 $[0, 2\pi]$ 에서 함수 $f(x)=2\sin x-x$ 는 $x=a$ 일 때 최댓값 b 를 갖는다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하여라.⁶⁸⁾

069.

함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln kx$ 의 최솟값이 $-\frac{1}{4}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.⁶⁹⁾

070.

곡선 $y=\sqrt{8-x}$ 위의 점 $A(a, \sqrt{8-a})$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하자. 원점 O 와 두 점 A, B 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.⁷⁰⁾ (단, $0 < a < 8$)





개념23

✓ 방정식, 부등식 문제 : 잘 푼다.

071.

방정식 $e^{2x} = \frac{2}{\sqrt{e}}x + k$ 가 오직 한 개의 실근을

가질 때, 실수 k 의 값은?71)

- ① $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ② $\frac{3}{2\sqrt{e}}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{e}}$
 ④ \sqrt{e} ⑤ $2\sqrt{e}$

072.

$0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $x + 2\sin x - k = 0$ 이

서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의

범위가 $\alpha < k < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?72)

- ① π ② 2 ③ $2\sqrt{3}$
 ④ 2π ⑤ 5

073.

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $e^x - 3x \geq k$ 가
 성립할 때, 실수 k 의 최댓값을 구하여라.73)

074.

$0 < x < \frac{\pi}{4}$ 일 때, 부등식 $\tan 2x > ax$ 를 만족시키는

실수 a 의 최댓값은?74)

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



개념24

⇒ 수직선 위를 움직이는 점 P의 위치가 $x(t)$ 일 때,

- ① 점 P의 속도 $v(t) = x'(t)$
- ② 점 P의 가속도 $a(t) = x''(t)$

075.

좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $x = 2t$, $y = t - \frac{1}{3}t^3$ 으로 나타내어진다. 속력이 $\sqrt{13}$ 일 때의 시각을 구하여라.⁷⁵⁾

076.

좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $x = \sqrt{2}t$, $y = t^2 - t$ 로 주어질 때, 속력이 최소일 때의 점 P의 위치를 구하여라.⁷⁶⁾

077.

좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $x = t^2 + 8t$, $y = at^3 - 3t$ 일 때, 시각 $t = 1$ 에서 가속도의 크기가 $2\sqrt{10}$ 이다. 양수 a 의 값은?⁷⁷⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



저 영감이야. 이번엔 실수 없이 하자구.

[미분법A]

- 1) (1) $e^{\frac{1}{2}}$ (2) e^3
(3) $e^{\frac{2}{3}}$ (4) e^{-1}
(5) e^2 (6) e^{-2}
(7) $e^{-\frac{3}{2}}$ (8) e^{10}
(9) e^2 (10) e^{-1}

- 2) (1) $e^{\frac{1}{5}}$ (2) e
(3) e^2 (4) $e^{-\frac{3}{2}}$

3) 3

- 4) (1) 1 (2) $\frac{3}{2}$
(3) -2 (4) 2
(5) 2 (6) $\ln 3$
(7) $\ln 25$ (8) $\ln 3$

5) ②

6) ④

7) -2

- 8) (1) 1 (2) $\frac{2}{3}$
(3) $\frac{1}{e}$ (4) 2
(5) -2 (6) 2
(7) $\frac{2}{\ln 3}$ (8) $-\frac{3}{\ln 3}$

9) 5

10) ④

11) -2

- 12) (1) 0 (2) $-\frac{1}{2}$
(3) -1 (4) 3
(5) 4 (6) $-\infty$
(7) $-\infty$ (8) 2

13) 2

14) 100

15) ②

16) $e^{\frac{1}{3}}$

17) ⑤

18) ①

19) ①

20) ①

21) $\frac{1}{4}$

22) ③

23) $\frac{5}{12}$

24) $-\frac{24}{7}$

25) $\frac{1}{2}$

26) ③

27) ⑤

28) (1) 2 (2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$ (4) 2

(5) 1 (6) 6

(7) 2 (8) 2

(9) 1 (10) $\frac{1}{2}$

29) 4

30) -1

31) 1

32) -3π

33) 1

34) $\frac{1}{2}$

35) (1) $-\frac{1}{x^2}$ (2) $\frac{3}{x^4}$

(3) $9x^2 - \frac{10}{x^6}$ (4) $-\frac{2}{x^3} + \frac{24}{x^5}$

(5) $\frac{4}{(3-x)^5}$ (6) $2\left(x - \frac{2}{x}\right)\left(1 + \frac{2}{x^2}\right)$

36) $-\frac{5}{2}$

37) 1

38) (1) $8(2x+3)^3$

(2) $4(2x^3+x^2)^3(6x+2x)$

(3) $150x^2(5x^3+2)^9$

(4) $12(-x^2+x)^3(-2x+1)$

(5) $6x(x^2+2)^2(x-3) + (x^2+2)^3$

(6) $-6x(2-x^2)^2(3-x) - (2-x^2)^3$

39) $y = -96x + 256$

40) -882

41) 6

42) $y = x - \frac{\pi}{2} + 2$

43) $-\frac{1}{8}$

44) ⑤

45) $-\frac{35}{4}$

46) ③

47) (1) $-\sin x - \sqrt{3} \cos x$

(2) $2\sec^2 x + \sin x$

(3) $\sin x + x \cos x$

(4) $2\tan x \sec^3 x + \tan^3 x \sec x$

(5) $\frac{-2\cos x}{(1 + \sin x)^2}$

(6) $\frac{x - \sin x \cos x}{(x \cos x)^2}$

(7) $2\cos 2x$

(8) $2x \cos x^2$

(9) $-2\cos x \sin x$

(10) $-\cos(\cos x) \sin x$

48) (1) $2e^x$

(2) $\frac{3}{\ln 10 \cdot x} + \ln 2 \cdot 2^x$

(3) $2xe^x + x^2e^x$

(4) $1 + \ln x$

(5) $2\ln 3 \cdot 3^{2x+3}$

(6) $\frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

(7) $\frac{4(\log_2 x)^3}{\ln 2 \cdot x}$

(8) $e^{\sin x} + x \cos x \cdot e^{\sin x}$

(9) $3e^{3x} \cos 2x - 2e^{3x} \sin 2x$

(10) $-\frac{2}{x} \sin(\ln x^2)$

49) $\frac{1}{6}$

50) $\frac{1}{13}$

51) $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$

52) 1

53) -3

54) 5

55) ⑤

56) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi + 3$

57) ①

58) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

59) ②

60) 극소 2개, 극대 2개

61) ⑤

62) ②

63) ⑤

64) ⑤

65) ④

66) (잘생김)

67) ②

68) $\sqrt{3}$

69) e

70) $\frac{16\sqrt{6}}{9}$

71) ②

72) ④

73) $3 - 3\ln 3$

74) ④

75) 2

76) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

77) ①