

원포인트 개념주입 A
수열의 극한



개념1

- ⇒ 수렴 : n 이 무한히 커질 때, a_n 이 어떤 유한확정값 α 에 한없이 가까워진다.
- ⇒ 발산 : 수렴하지 않는다.

001.

다음 수열의 수렴/발산을 조사하고 수렴하면 그 극한값을 구하여라.¹⁾

- (1) $\{3n - 7\}$
- (2) $\{5 - n^2\}$
- (3) $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$
- (4) $\{(-1)^{2n+1}\}$
- (5) $\left\{100 - \frac{1}{n}\right\}$

002.

다음 수열의 수렴/발산을 그래프를 이용하여 조사하여라.²⁾

- (1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- (2) $-1, 1, -1, 1, \dots$
- (3) $-1, -2, -3, -4, \dots$
- (4) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
- (5) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$



개념2

- ✓ 부정형 : $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty$ 꼴 (어떻게 될지 모른다.)
- ⇒ $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 : 차수와 최고차항의 계수비교
- ⇒ $\infty - \infty$ 꼴 : 차수가 다르거나 최고차항의 계수가 다르면 답을 그냥 알 수 있다.
차수와 최고차항의 계수가 같으면 유리화

003.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{2n^2 - n + 3}$ 의 값은?3)

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

004.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 2}{3n - 2} = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?4)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

005.

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - n})$ 의 값을 구하여라.5)

006.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100}{\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n}}$ 의 값은?6)

- ① 10 ② 20 ③ 25
- ④ 40 ⑤ 50

007.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 22} - n}{n - \sqrt{n^2 - 20}}$ 의 값은?7)

- ① $-\frac{11}{5}$ ② $-\frac{11}{10}$ ③ 0
- ④ $\frac{11}{10}$ ⑤ $\frac{11}{5}$



개념3

- ⇒ 수렴할 때는 더하기, 빼기, 곱하기, 나누기가 가능하다.
- ※ 0으로 나누는 것은 불가.
- ⇒ 모든 n 에 대하여 $a_n < b_n$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이다. (등호 조심!)

008.

수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+3)a_n = 4$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+5)a_n$ 의 값은?⁸⁾

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

009.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 4, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^3+1} = 6$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{(2n-1)^2}$ 의 값을 구하여라.⁹⁾

010.

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{3n^2-2}{n^2+2} < a_n < \frac{3n^2}{n^2+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.¹⁰⁾



개념4

수열 $a_n = a_1 r^{n-1}$ ($a_1 > 0$)은 $-1 < r \leq 1$ 일 때 수렴한다.

✓ 등비수열이 포함된 부정형의 극한값을 구할 때는 밑의 크기를 비교한다.

011.

수열 $\left\{ \frac{(2x+1)^n}{4^{n+1}} \right\}$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의

개수는?11)

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

012.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2}}{2^{n+1} - 4^n}$ 의 값은?12)

- ① -16 ② -4 ③ -2
- ④ -1 ⑤ 0

013.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}{3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$ 의 값은?13)

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{14}{15}$ ③ 1
- ④ $\frac{15}{14}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

014.

첫째항이 3, 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{a_{2n}}$ 의 값을

구하여라.14)

015.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^n}{r^n + 1}$ 의 값은 $|r| < 1$ 일 때 a ,

$r = 1$ 일 때 b , $|r| > 1$ 일 때 c 이다.

$a + b + c$ 의 값을 구하여라.15)



개념5

$$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k$$

급수를 구할 때는, ① S_n (부분합)을 구하고 ② $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

016.

$\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots$ 의 값은?16)

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2

017.

$\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \frac{1}{8^2-1} + \dots$ 의 값을 구하여라.17)

018.

첫째항이 4이고 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 의 값을 구하여라.18)



개념6

$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.

019.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a_n + 1}{a_n - 3} = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라. 19)

020.

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 7$ 이고,

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 5S_n}{7a_n + 2S_n}$ 의 값은? 20)

- ① -5 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 7



개념7

$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_1 r^{n-1} (a_1 > 0)$ 는 $-1 < r < 1$ 일 때, $\frac{a_1}{1-r}$ 로 수렴한다.

021.

급수

$$(1-x) + (1-x)^3 + (1-x)^5 + \dots$$

이 수렴할 때, 실수 x 의 값의 범위를 구하여라.²¹⁾

022.

등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{9}{5}$, $a_2 = -2$ 일 때,

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공비의 합을 구하여라.²²⁾

023.

등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = -2, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 12$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ 의 값은?²³⁾

- ① -48 ② -42 ③ -36
- ④ -30 ⑤ -24



$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \beta$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \alpha + \beta$ 이다.

개념8

$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c\alpha$ 이다.

024.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ 이고, $\sum_{n=1}^{\infty} (2b_n - 3a_n) = 10$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값을 구하여라.24)

025.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3^n}{12^{n+1}}$ 의 값은?25)

- ① $-\frac{1}{12}$ ② $-\frac{1}{144}$ ③ 1
- ④ $\frac{1}{144}$ ⑤ $\frac{1}{12}$



매생이 전복죽
(Every life is ruined)

SW

SW CONFERENCE CENTER

[수열의 극한A]

- 1) (1) 발산
(2) 발산
(3) 수렴
(4) 수렴
(5) 수렴
- 2) (1) 0으로 수렴
(2) 발산
(3) 발산
(4) 1로 수렴
(5) 0으로 수렴
- 3) ③
- 4) ④
- 5) $\frac{1}{4}$
- 6) ⑤
- 7) ④
- 8) ⑤
- 9) 6
- 10) 3
- 11) ①
- 12) ①
- 13) ①
- 14) 6
- 15) $\frac{3}{2}$
- 16) ②
- 17) $\frac{1}{2}$
- 18) $\frac{1}{2}$
- 19) $-\frac{1}{2}$
- 20) ②
- 21) $0 < x < 2$
- 22) $\frac{7}{3}$
- 23) ⑤
- 24) 11
- 25) ②