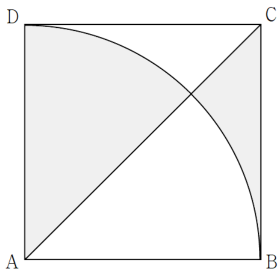
PSTP[4]

등비급수와 도형

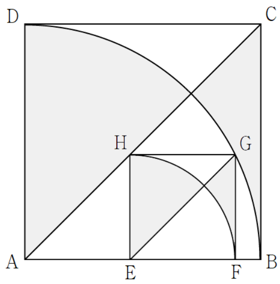
난이도 ○○●○○ 쓸모 ○●○○○

Problem 001

그림과 같이 $\overline{AB}=1$인 정사각형 ABCD가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 부채꼴 ABD와 선분 AC를 그리고 만들어진 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 AB 위의 두 점 E, F, 호 BD 위의 점 G, 선분 AC 위의 점 H를 꼭짓점으로 하는 정사각형 EFGH를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 EFGH의 내부에 ⋈ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?[1)]



R_1



R_2

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

Path Through 〉

원래는 나형에 거의 고정적으로 출제되는 초중요 문항이었으나,
올해는 삼각형 분석, 삼각함수의 극한과 도형에 밀려서 나오지 않을 듯.
하지만 내가 안 나온다고 하면 나온다. 해두자.

일단 등비급수와 도형 문항의 기본은 닮음비→넓이비→공비 찾기.

그렇게 찾은 공비 r과 첫 번째 넓이 a로 답 $\dfrac{a}{1-r}$를 쓰는 기계를 돌린다.

이 부분이 어려우면 자살이 마려워야 하고,
보통은 도형에서 어떤 길이/넓이 하나를 구하는 것이 어렵다.

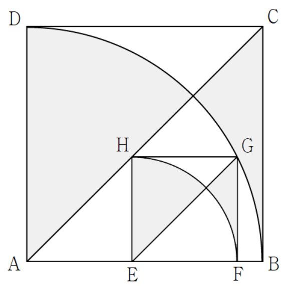
풀이의 순서는 다음과 같다.

① 원/부채꼴이 보이면 중심과 연결한다.
- 특수각이 뜰 것 같으면 찾아준다.
② 적당한 선분의 길이를 설정한다.
- 닮음 칠 것 있으면 때려준다.
③ 직각삼각형을 찾아 피타고라스로 때린다.

나머지는 기본이고 특별히 강조하고 싶은 과정은 ②이다.
애들이 이걸 못해서 못 풀더라구.

첫 번째 도형의 넓이는 $\boxed{㉠}$이다. 부채꼴 구하고 하지 마. 멀리서 보면 절반이다.

핵심이 되는 보조선은 선분 $\boxed{㉡}$이다.
⇐ ① 원 위의 점은 중심과 이어라.
② $\overline{\mathrm{EF}}$를 a라 두자. ⇐ 개중요.
$\overline{\mathrm{HE}}=a$, $\overline{\mathrm{AE}}=\boxed{㉢}$이다. 닮음인지 45°인지 썼다.
③ 직각삼각형 AFG에서 $(2a)^2+a^2=1^2$이므로
$a=\boxed{㉣}$이다.



닮음비는 $1:a$, 넓이비는 $1:a^2$, 공비는 $a^2=\boxed{㉤}$이다.

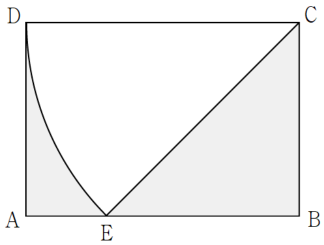
답은 $\dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{5}}$이다.

Exercise 002

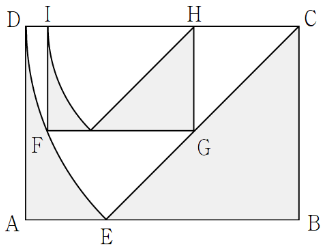
그림과 같이 $\overline{AB}=\sqrt{2}$, $\overline{AD}=1$인 직사각형 ABCD가 있다. 중심이 C이고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원이 선분 AB와 만나는 점을 E라 하고 직사각형 ABCD의 내부이면서 부채꼴 CDE의 외부인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 호 DE 위의 점 F, 선분 CE 위의 점 G, 선분 CD 위의 두 점 H, I를 꼭짓점으로 하고 $\overline{FG}:\overline{GH}=\sqrt{2}:1$인 직사각형 FGHI를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 FGHI의 내부에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?[2]



R_1



R_2

① $1-\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$ ② $\sqrt{2}-\frac{\pi}{4}$ ③ $2-\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$

④ $2\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}$ ⑤ $4-\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

Path Through 〉

$\angle DCE = 45°$ 이다. $1 : \sqrt{2}$ 에서 특수각 $45°$ 를 발견해야 한다.
첫 번째 도형의 넓이는 직사각형에서 부채꼴 빼서 $\boxed{\text{ⓑ}}$ 이다.

① 원 위의 점은 중심과 이어라.
$\Rightarrow$ 가장 중요한 보조선은 선분 $\boxed{\text{ⓢ}}$ 이다.

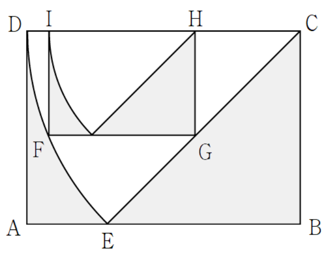
② $\overline{IF}$ 를 a 라 두자. 개중요.
$\overline{HI} = \sqrt{2}a$, $\overline{CH} = a$ 이다. 닮음인지 $45°$ 인지 썼다.

③ 직각삼각형 CIF에서 $(\sqrt{2}a + a)^2 + a^2 = (\sqrt{2})^2$ 이므로
$a^2 = \boxed{\text{ⓞ}}$ 이다.

닮음 비는 $1 : a$, 넓이비는 $1 : a^2$, 공비는 a^2 이다.

답은 $\dfrac{\sqrt{2} - \dfrac{\pi}{4}}{1 - \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}} = 2 - \dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$ 이다.

분모에서 1이 날아가고 간단하게 나오는 이유는 모르겠다. 나도 신기함.



먹고 들어가는 구간과 정적분

난이도 ○○○●○ 쓸모 ○○●○○

Problem 003

실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 상수 a와 모든 실수 x에 대하여

$$f(x+1)-f(x)=(x+a)e^x$$

을 만족시킨다. $\int_0^1 f'(x)dx=\frac{e}{e-1}$, $\int_1^2 f(x)dx=\frac{e^2}{e-1}$일 때, $\int_2^3 f(x)dx$의 값은?3)

① $\frac{2e^3-e^2}{e-1}$ ② $2e^2$ ③ $\frac{2e^3-3e^2}{e-1}$

④ e^2 ⑤ $\frac{e^3-2e^2}{e-1}$

Path Through 〉

준 식 $f(x+1)-f(x)=(x+a)e^x$을 $(*)$이라 하자.

우선 $\int_0^1 f'(x)dx$는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$이므로 $(*)$에 $x=0$을 대입한 값이다. $a=\dfrac{e}{e-1}$이다.

※ $\int_0^1 f'(x)dx$라 준 것은 부분적분 등으로 삽질하는 것을 유도한 것이다.

$(*)$과 $\int_1^2 f(x)dx$를 이용해서 $\int_2^3 f(x)dx$의 값을 구하는 계산은 몇 가지 방법이 있다.

일단 다루고 싶은 것은, x와 $(x+1)$이 먹고 들어가는 구간의 차이에 주목하는 것이다.

x가 1부터 2까지 변할 때, $(x+1)$은 $\boxed{\quad ㉡ \quad}$ 변한다는 것과

$\int_1^2 f(x)dx$를 이용해서 $\int_2^3 f(x)dx$을 구할 수 있다.

$(*)$의 양변을 1부터 2까지 정적분하면 된다.

$$\int_1^2 f(x+1)dx-\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2\left(x+\frac{e}{e-1}\right)e^x dx$$

에서 좌변의 $\int_1^2 f(x+1)dx$는 $\boxed{\quad ㉢ \quad}$가 된다. 우변은 계산하면 $\boxed{\quad ㉣ \quad}$ 나오네.

답은 $2e^2+\int_1^2 f(x)dx$이다.

추가) 마찬가지 방법으로 $\int_3^4 f(x)dx$를 구할 수 있다.

$(*)$에 정적분을 $\boxed{\quad ㉤ \quad}$ 걸어주면 되겠네.

풀이2) $(*)$을 $f(t+1)-f(t)=(t+a)e^t$라 쓰고 1부터 x까지 정적분을 걸어보자.

$$\int_1^x f(t+1)dt-\int_1^x f(t)dt=\int_1^x (t+a)e^t dx$$

에서 좌변은 $\int_2^{x+1} f(t)dt-\int_1^x f(t)dt$, 구간 정리해보면 $\int_x^{x+1} f(t)dt-\boxed{\quad ㉥ \quad}$가 된다.

$\int_x^{x+1} f(t)dt$가 딱 나오니 바로 답을 구할 수 있겠다.

풀이3) $(*)$의 양변을 적분할 수 있다. $\boxed{\quad ㉦ \quad}$를 미분하면 좌변이 나오므로

$\int_x^{x+1} f(t)dt=\left(x+\dfrac{1}{e-1}\right)e^x+C$이고, $C=0$이다. 항등식의 양 변 적분이야.

Exercise 004

$x>0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$f(x)+ef(ex)=\frac{2\ln x+1}{x}$$

을 만족시킬 때, $\int_{1}^{e^2} f(x)dx$의 값은?4)

① $\frac{1}{e}$ ② 1 ③ $1+\frac{1}{e}$

④ 2 ⑤ $2+\frac{1}{e}$

Exercise 005 2019학년도 수능 16번

$x>0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$2f(x)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)dx$의 값은?5)

① $\frac{\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$ ② $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\ln 2}{3}+1$

④ $\frac{2\ln 2}{3}+1$ ⑤ $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{3}{2}$

Path Through 〉

x가 1부터 e까지 변할 때 ex는 e부터 e^2까지 변한다.
양변에 $\boxed{\quad ◎ \quad}$ 정적분을 걸어볼까.
$f(ex)$에 e를 곱해준 것도 치환하면 없어지는 각이군.

Path Through 〉

두 가지 풀이가 가능하다.

풀이1) x 자리에 $\frac{1}{x}$를 대입하여 연립하여 $f(x)$를 구한다. $f\left(\frac{1}{x}\right)$을 소거한다.

풀이2) x가 $\frac{1}{2}$부터 2까지 변할 때, $\frac{1}{x}$은 2부터 $\frac{1}{2}$까지 변한다.

$\Rightarrow$ 양변에 $\frac{1}{2}$부터 2까지 정적분을 걸어준다.

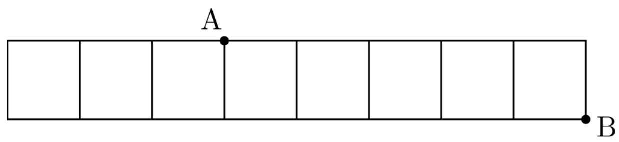
기존에 수능이 좋아하던 접근은 풀이1)이 아니라 풀이2)이다.

자동 배열되는 순열

난이도 ○○●○○ 쓸모 ○●○○○

Problem 006

아래 그림과 같은 도로망이 있다.

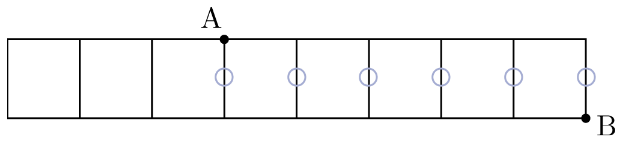


이 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 이동할 때,
한 번 지나간 점은 다시 지나가지 않는 경우의 수를 구하여라.[6)]

Path Through 〉

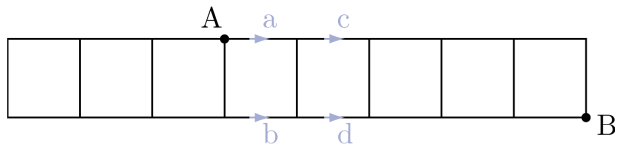
우선 왼쪽으로 이동하지 않는 경우의 수를 구하자. 두 가지로 풀어볼게.

풀이1) 세로 선을 몇 개 타는지를 생각한다.



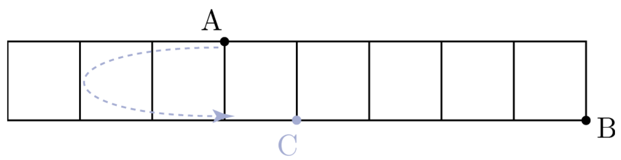
위의 동그라미 친 여섯 개의 세로 선 중 홀수 개를 건너 B지점에 도착할 수 있다.
경우의 수는 ㉠ $= 2^5$이다.

풀이2) 한 칸 오른쪽으로 진행할 때, 위 아래 선 중 어느 것을 타는지를 생각한다.



위 그림에서 a와 b 중 하나를 선택하고, c와 d 중 하나를 선택하고, … 를 통해 B지점까지의 경로를 정할 수 있다. 애네를 선택하면 경로는 자동이다. ㉡ 이네.

이제 왼쪽으로 도는 경우의 수를 생각하자. 여지가 거의 없는 것이,
아래 그림과 같이 ㄷ자 형태로 C지점까지 오는 것은 고정이다.



ㄷ자를 그릴 때 어느 세로선을 선택하는지의 경우의 수가 ㉢ 이고,
C지점에서 B지점까지 이동하는 경우의 수는 ㉣ 이다.

왼쪽으로 도는 경로의 수는 ㉤, 정답은 80이다.

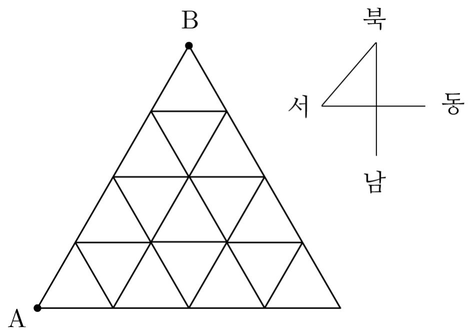
Exercise 007

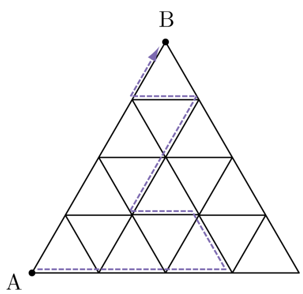
1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 구슬이 들어 있는 주머니가 있다. 세 명의 학생 A, B, C가 차례로 주머니에서 구슬을 2개씩을 꺼내어 확인한 후 다시 넣지 않는다. A가 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자 중 큰 숫자가 B가 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자 중 작은 것보다 작고, B가 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자 중 큰 숫자가 C가 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자 중 작은 것보다 작은 경우의 수는?[7)]

① 68 ② 72 ③ 76
④ 80 ⑤ 84

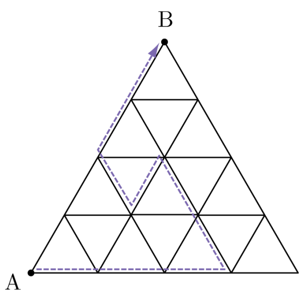
Exercise 008

오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 이동할 때, 한 번 지나간 점은 다시 지나가지 않으며 남쪽으로는 이동하지 않는 경우의 수를 구하여라.[8)] (예를 들어, [그림1]은 가능한 경로, [그림2]는 불가능한 경로이다.)





[그림1]



[그림2]

Path Through 〉

분류하기 시작하면 꽤 복잡하다. 그냥 ${}_9C_6$으로 6개 선택만 하면 끝.
선택한 6개 중 A, B, C가 무엇을 가져갈 지는 자동으로 결정된다.

이 문제 알지? $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$일 때,

$x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$를 만족하는 $f: X \to Y$의 개수는? $\boxed{\text{ㅂ}}$개

$x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$를 만족하는 $f: X \to Y$의 개수는? $\boxed{\text{ㅅ}}$개

Path Through 〉

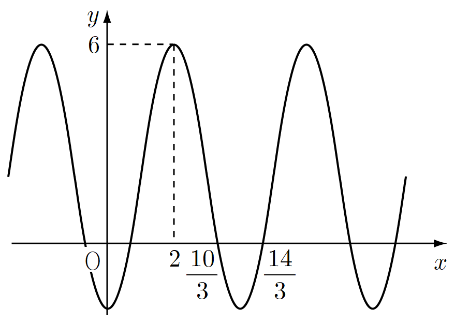
위쪽(북쪽)으로 올라갈 때 어느 길을 탈 것인지만 선택해 주면 된다.
올라가는 길을 선택하면 좌우(동서) 이동은 자동으로 결정된다.

삼각함수의 그래프와 미정계수

난이도 ○○●○○ 쓸모 ●○○○○

Problem 009

함수 $f(x)=a\sin(bx-c)+d$의 그래프가 그림과 같다. $f(x)$가 최대가 되는 가장 작은 양수는 2이며 $f(2)=6$이다. 방정식 $f(x)=0$의 양수인 근을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \cdots$ 라 하면 $\alpha_2=\dfrac{10}{3}$, $\alpha_3=\dfrac{14}{3}$이다. $a+d+\dfrac{c}{b}$의 값은?[9)]
(단, $b>0$이고, $2b \le c < 4b$이다.)



① 1　② $\dfrac{4}{3}$　③ $\dfrac{5}{3}$

④ 2　⑤ $\dfrac{7}{3}$

Path Through 〉

대칭성에 의해 $f(x)$는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$에서 최솟값을 가진다. 따라서

$f(x)$의 주기는 4이고, $b=\dfrac{\pi}{2}$이다.

함수의 최댓값 6은 $\boxed{\quad ㉡ \quad}$이고, $\dfrac{10}{3}$이 2와 4의 2 : 1 내분점이므로

$f\left(\dfrac{10}{3}\right)=\boxed{\quad ㉢ \quad}$이고 이 값이 0이다. 연립하면 $|a|=4$, $d=2$이다.

※ $\sin\dfrac{\pi}{6}$이나 $\sin\dfrac{5\pi}{6}$의 값이 $\dfrac{1}{2}$인 것과 같이 생각해보자.

c의 범위 $b\pi \le c < 2b\pi$에서 함수 $f(x)$는 함수 $a\sin bx+d$를 x축의 양의 방향으로 반주기에서 한주기 사이를 평행이동한 것이다.

$4\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)+2$는 $x=\boxed{\quad ㉣ \quad}$(단, n은 정수)에서 최대이다.
반주기 2에서 한주기 4 사이를 평행이동 해서는 $x=2$에서 최대를 얻을 수 없다.

일단 뒤집어 줘야 하므로 $a<0$이고, 평행이동은 x축의 방향으로 3만큼이네.

$\boxed{\qquad ㉤ \qquad}$이므로 $c=\dfrac{3\pi}{2}$이다.

여기서부터 어렵다.

$$a+d+\frac{c}{b}=-4+2+\frac{\frac{3\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=1$$

이다.

Exercise 010

네 양수 a, b, c, d에 대하여 함수

$$f(x)=a\cos\{b(x-c)\}+d$$

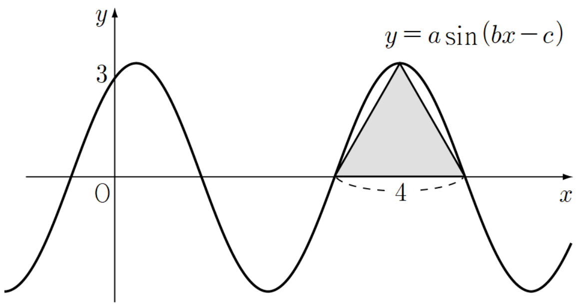
의 최솟값은 -1이다. 방정식 $f(x)=0$의 양수인 근을 작은 수부터 크기순으로 세 개를 나열한 것이 2π, 6π, 8π일 때, $\dfrac{bc}{a+d}$의 값은?[10] (단, $0<c<6\pi$이다.)

① $\dfrac{2}{9}\pi$　② $\dfrac{1}{3}\pi$　③ $\dfrac{4}{9}\pi$

④ $\dfrac{5}{9}\pi$　⑤ $\dfrac{2}{3}\pi$

Exercise 011

세 양수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=a\sin(bx-c)$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$을 지나고, 함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형에 길이 4인 정삼각형을 그림과 같이 내접시킬 수 있다. $\dfrac{a^2c}{b}$의 값은?[11] (단, $c<8b$이고, $x=0$에서 함수 $f(x)$는 증가한다.)



① 30　② 48　③ 60

④ 80　⑤ 96

Path Through 〉

$x=\pi$에서 최소, $x=4\pi$에서 최대이고, 최댓값은 3이다.

$\sin x$의 값이 $\pm\frac{1}{2}$가 될 때를 잘 생각해보자. $a=2$, $b=\frac{1}{3}$, $c=4\pi$, $d=1$이다.

Path Through 〉

최댓값은 $2\sqrt{3}$, 주기는 8이므로 $a=2\sqrt{3}$, $b=$ $\boxed{ㅂ}$ 이다.

c를 결정하는 것이 좀 빡치는데, y절편이 3을 지나야 함을 이용하되,

내려가면서 만나는 것이 아니라 올라가면서 만난다는 것에 신경써야 한다.

확률의 대칭성

난이도 ○○●○○ 쓸모 ○○●○○

Problem 012

주머니에 1부터 10까지의 숫자가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를 a, b, c, d, e라 할 때, a, b, c, d, e 중 가장 작은 자연수가 b, 가장 큰 자연수가 d일 확률은?[12)]

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$

④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

Path Through 〉

문항의 시행에 따른 전체 경우의 수는 ${}_{10}P_5 = {}_{10}C_5 \times 5!$이지만
선택된 다섯 개의 공이 어떤 것이든 배열의 순서만을 따지고 있기 때문에
전체 경우의 수를 $5!$로 두고 답을 구할 수 있다.

확률문항을 풀다보면 알게 모르게 대칭성을 쓰는 경우가 자주 있다.
너무 깊게 고민은 하지 말자. 평소에 양쪽으로 풀어보는 버릇 추천.

서로 다른 숫자가 적힌 다섯 개의 공을 일렬로 나열할 때,
가장 작은 숫자가 적힌 공이 2번째 자리에, 가장 큰 자연수가
4번째 자리에 놓일 확률을 구하면 충분하다.

분모를 $5!$으로 두고 풀어보자. 두 번째, 네 번째 자리에 오는 숫자는
정해져 있으므로 사건의 경우의 수는 $\boxed{㉠}$이다. 답은 $\dfrac{\boxed{㉠}}{5!}$이다.

특정한 다섯 개의 숫자가 각 자리에 놓일 확률을 생각해보자.
가장 작은 숫자가 적힌 공이 2번째 자리에 놓일 확률이 $\boxed{㉡}$,
이때 가장 큰 숫자가 적힌 공이 4번째 자리에 놓일 확률이 $\boxed{㉢}$이므로
답은 $\dfrac{1}{20}$이다.

뭐가 어떻게 대칭성인지를 머누 고민하지 말자.
이렇게 풀어도 된다는 삘이 빡 오면 된다고 할까.

Exercise 013

파란 공 4개, 빨간 공 4개, 흰 공 4개, 모두 12개의 공이 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 두 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 두 공의 색이 서로 다를 확률은?13)

① $\frac{4}{11}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$
④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

Exercise 014

빨간색 공 4개, 파란색 공 4개, 노란색 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
주머니에서 네 사람 A, B, C, D가 차례로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 한다.
A가 꺼낸 공과 B가 꺼낸 공의 색이 서로 같고, C가 꺼낸 공과 D가 꺼낸 공의 색이 서로 같을 확률은?14) (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

① $\frac{13}{165}$ ② $\frac{1}{11}$ ③ $\frac{17}{165}$
④ $\frac{19}{165}$ ⑤ $\frac{7}{53}$

Path Through 〉

풀이1) 분모를 ${}_{12}C_2$로 깔면, 분자는 $\boxed{\text{ㄹ}}$이다.

풀이2) 공 하나를 꺼낸 상태를 생각하자. 두 번째 공이 색이 맞을 확률은 $\frac{3}{11}$이다.

※ 색깔마다 공의 개수가 서로 같기 때문에 사용할 수 있는 풀이이다.

Path Through 〉

풀이1) 분모를 $12\times11\times10\times9$로 두고 풀어보자.

풀이2) A가 어떤 공을 꺼내든 사건이 일어날 확률이 일정하므로
분모를 $11\times10\times9$로 두고 풀 수 있다.

세는 방법은 여러 가지가 가능할 것 같다. 하나를 제시하면,

A와 C가 같은 색의 공을 꺼내는 경우의 확률 : $\boxed{\text{ㅁ}}$

A와 C가 다른 색의 공을 꺼내는 경우의 확률 : $\boxed{\text{ㅂ}}$

이다.

문제 정답

1번	③	2번	③	3번	①	4번	④	5번	②
6번	80	7번	⑤	8번	384	9번	①	10번	③
11번	④	12번	①	13번	⑤	14번	①		

박스 정답

[등비급수와 도형]

㉠ : $\frac{1}{2}$

㉡ : AG

㉢ : a

㉣ : $\frac{1}{\sqrt{5}}$

㉤ : $\frac{1}{5}$

㉥ : $\sqrt{2}-\frac{\pi}{4}$

㉦ : CF

㉧ : $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

[먹고 들어가는 구간과 정적분]

㉠ : $f(1)-f(0)$

㉡ : 2부터 3까지

㉢ : $\int_{2}^{3} f(x)dx$

㉣ : $2e^{2}$

㉤ : 2부터 3까지

㉥ : $\int_{1}^{2} f(t)dt$

㉦ : $\int_{x}^{x+1} f(t)dt$

㉧ : 1부터 e까지

[자동 배열되는 순열]

㉠ : ${}_{6}\mathrm{C}_{1}+{}_{6}\mathrm{C}_{3}+{}_{6}\mathrm{C}_{5}$

㉡ : 2^{5}

㉢ : 3

㉣ : 2^{4}

㉤ : 48

㉥ : ${}_{6}\mathrm{C}_{4}$

㉦ : ${}_{6}\mathrm{H}_{4}$

[삼각함수 그래프와 미정계수]

㉠ : $x=4$

㉡ : $|a|+d$

㉢ : $-\frac{1}{2}|a|+d$

㉣ : $4n+1$

㉤ : $f(x)=-4\sin\left\{\frac{\pi}{2}(x-3)\right\}+2$

㉥ : $\frac{\pi}{4}$

[확률의 대칭성]

㉠ : $3!$

㉡ : $\frac{1}{5}$

㉢ : $\frac{1}{4}$

㉣ : ${}_{4}\mathrm{C}_{2}\times 3$

㉤ : $\frac{3}{11}\times\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}$

㉥ : $\frac{3}{11}\times\frac{8}{10}\times\frac{3}{9}$