

PSTP<sub>[3]</sub>



로그함수의 평행이동과 점근선

난이도 ○●○○○

설명 ○●○○○

## Problem 001

함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 함수  $y = \log_2 x$ 의 그래프를  $x$ 축 또는  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 후 평행이동하여 얻을 수 있다.  $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점  $(4, 0)$ ,  $(0, 2)$ 를 지나고  $f(2) > 1$ 일 때, 곡선  $y = f(x)$ 의 점근선이 직선  $x = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라.<sup>1)</sup> (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



## Path Through >

$f(x)$ 는 두 점  $(4, 0)$ ,  $(0, 2)$ 를 지나므로 감소함수이다.

함수  $y = \log_2 x$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동 또는  $y$ 축에 대하여 대칭이동해야 한다.

이 중  $f(2) > 1$ 인 것은  한 형태이므로  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 것이다.

※ 이는 위로 볼록의 정의와 관련한다. 교과서(미적분)의 위로 볼록의 정의는, ‘함수 위의  이 함수의 아래에 존재한다.’이다.

함수  $y = \log_2 x$ 의 그래프를  $y$ 축에 대칭이동한 후  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프의 방정식은

이다.

애가  $(4, 0)$ 과  $(0, 2)$ 를 지나므로

$$0 = \log_2(a - 4) + b \dots (*)$$

$$2 = \log_2 a + b \dots (**)$$

이다. (\*)에서  $b = -\log_2(a - 4)$ , 이를 (\*\*)에 대입하면  이다.

$$\frac{a}{a - 4} = 4 \text{에서 } a = \frac{16}{3} \text{이다.}$$

곡선  $y = f(x) = \log_2(-(x - a)) + b$ 의 점근선은  이다.

※  $ab \neq 0$ 일 때, 곡선  $y = a \log_2(bx + c) + d$ 의 점근선은  이다.

어차피 진수부분이 0일 때 찾으려 하면 되겠지?



## Exercise 002

$0 < a$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = \log_2(ax - 4)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.

또, 곡선  $y = f(x)$ 의 점근선을  $l$ , 곡선  $y = g(x)$ 의 점근선을  $m$ 이라 하자.

직선  $l$ 과 곡선  $y = g(x)$ 가 만나는 점을  $A$ , 직선  $l$ 과 직선  $m$ 이 만나는 점을  $B$ ,

직선  $l$ 과  $x$ 축이 만나는 점을  $C$ 라 할 때, 점  $B$ 는 선분  $AC$ 의 중점이다.  $a$ 의 값은?2)

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3  
 ④ 4                                      ⑤ 5

## Exercise 003      2015학년도 6월 19번

$0 < a < 1 < b$ 인 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx - 1), \quad g(x) = \log_b(ax - 1)$$

이 있다. 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축의 교점이 곡선  $y = g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는  $a$ 와  $b$  사이의 관계식과  $a$ 의 범위를 옳게 나타낸 것은?3)

- ①  $b = -2a + 2 (a < a < \frac{1}{2})$       ②  $b = 2a (0 < a < \frac{1}{2})$   
 ③  $b = 2a (\frac{1}{2} < a < 1)$                       ④  $b = 2a + 1 (0 < a < \frac{1}{2})$   
 ⑤  $b = 2a + 1 (\frac{1}{2} < a < 1)$



## Path Through >

로그함수의 점근선은 대충 진수부분이 0임을 풀면 된다.

지수함수의 점근선은  $x \rightarrow \infty$  또는  $x \rightarrow -\infty$ 를 취하면 된다.

두 함수가 서로 역함수라면 점근선끼리 서로 대칭 되겠지?

$\Rightarrow$  곡선  $y = f(x)$ 의 점근선은  $x = \frac{4}{a}$ 이고 곡선  $y = g(x)$ 의 점근선은  $y = \frac{4}{a}$ 이다.

## Path Through >

곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축의 교점은  $0 = \log_a(bx - 1)$ 을 풀어  $(\frac{2}{b}, 0)$ 이다.

곡선  $y = g(x)$ 의 점근선은 진수부분이 0이 될 때를 풀어  $x = \frac{1}{a}$ 이다.

점  $(\frac{2}{b}, 0)$ 가 직선  $x = \frac{1}{a}$  위의 점이므로  $\frac{2}{b} = \frac{1}{a}$ 이다.

범위는 문제 시작할 때 줬다.  $0 < a < 1 < b$ 인데,  $b = 2a$ 이므로  $1 < 2a$ 이다.



모평균의 추정

난이도



쓸모



# Problem 004

어느 지역에서 배달 주문한 치킨의 무게는 평균이  $m$ , 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 치킨 25번을 임의로 주문하여 조사한 치킨 무게의 표본평균이  $\bar{x}_1$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이가  $\frac{2}{35}\bar{x}_1$ 이었다. 또 이 지역 치킨  $n$ 번을 임의로 주문하여 조사한 치킨 무게의 표본평균이  $\bar{x}_2$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{6}{7}\bar{x}_1 \leq m \leq \frac{13}{14}\bar{x}_1$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값을 구하여라.<sup>4)</sup> (단, 무게의 단위는 g이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$ 로 계산한다.)



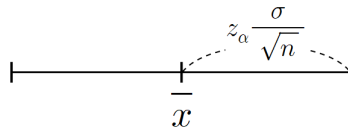
## Path Through >

모평균의 추정 공식을 외워라. 표준편차가  $\sigma$ 인 모집단에서 추출한 크기  $n$ 인 표본의 표본평균이  $\bar{x}$ 일 때, 신뢰도  $\alpha$ 로 모평균  $m$ 을 추정한 신뢰구간은

$$\boxed{\text{㉠}}$$

이다. 신뢰계수  $z_\alpha$ 는 95%일 때는  $\boxed{\text{㉡}}$ , 99%일 때는  $\boxed{\text{㉢}}$  정도를 눈치껏 쓰자.  $\bar{x}$ 를 가운데 깔아두고  $\boxed{\text{㉣}}$ 를 더하고 빼는 이미지로 기억하면 좋다.

모평균  $m$ 의 신뢰도  $\alpha\%$  신뢰구간



공부하는 것과 필요한 것에 약간의 괴리가 있다. 공부할 때는 의미와 유도과정을 이해하는 것이 좋지만, 실제 문제는 그냥 외워서 적용하는 것만으로 충분하다. 물론 의미와 유도과정을 고민하지 않으면 기억이 안착되기가 어렵다.

요즘 추정 문제는 추정을 두 번 시키더라. 첫 번째 추정에서 신뢰구간은

$$\bar{x}_1 - 2 \frac{50}{\sqrt{25}} \leq m \leq \bar{x}_1 + 2 \frac{50}{\sqrt{25}} \quad \Leftrightarrow \quad \bar{x}_1 - 20 \leq m \leq \bar{x}_1 + 20$$

이다. 신뢰구간의 길이는  $\boxed{\text{㉤}}$ 이군. 이 값이  $\frac{2}{35}\bar{x}_1$ 이므로  $\bar{x}_1 = 700$ 이다.

그리고 새로운 추정을 하는 것이다. 새로운 표본  $n$ 개를 뽑아서 추정한 신뢰구간은

$$\bar{x}_2 - 2 \frac{50}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x}_2 + 2 \frac{50}{\sqrt{n}} \quad \Leftrightarrow \quad 600 \leq m \leq 650$$

이다. 각 보니까  $\bar{x}_2 = \boxed{\text{㉥}}$ ,  $n = 16$ 이다.



## Exercise 005

어느 지역 고등학생들의 하루 자습 시간은 평균이  $m$ 분, 표준편차가  $\sigma$ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 예서와 예빈이는 이 지역 고등학생의 하루 자습 시간의 평균을 추정하려 한다. 예서가 지역 고등학생 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 자습시간의 표본평균은 112분이고, 이를 이용하여 얻은 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰 구간이  $a \leq m \leq b$ 이다. 예빈이가 지역 고등학생 중 9명을 임의추출하여 구한 하루 자습시간의 표본평균은 125분이고, 이를 이용하여 얻은 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰 구간이  $c \leq m \leq d$ 이다. 수직선 위의 두 점  $A(a)$ ,  $B(b)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:5로 내분하는 점이  $C(c)$ 일 때,  $\sigma$ 의 값을 구하여라.<sup>5)</sup> (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ ,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

## Exercise 006 2019학년도 9월 17번

어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이  $m$ , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이  $\bar{x}_1$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $80 - a \leq m \leq 80 + a$ 이었다. 또 이 고등학교 학생  $n$ 명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이  $\bar{x}_2$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값은?<sup>6)</sup> (단, 이용 시간의 단위는 시간이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.)

- ① 121                                      ② 124                                      ③ 127  
 ④ 130                                      ⑤ 133





## Path Through >

에서의 추정 :  $112 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \leq m \leq 112 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}}$

에빈이의 추정 :  $125 - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{9}} \leq m \leq 125 + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{9}}$

$a = 112 - 0.49\sigma$ ,  $b = 112 + 0.49\sigma$ 이므로 선분 AB의 2:5 내분점은  $\boxed{\text{㉔}}$ 이다.  
이 값이  $c = 125 - 0.86\sigma$ 이므로  $112 - 0.21\sigma = 125 - 0.86\sigma$ 에서  $\sigma = 20$ 이다.

## Path Through >

추정을 두 번 시키니까 꽤 틀리더라구.

첫 번째 추정의 신뢰구간은  $\bar{x}_1 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{25}} \leq m \leq \bar{x}_1 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{25}}$ 이고

이 구간이  $80 - a \leq m \leq 80 + a$ 이므로  $\bar{x}_1 = \boxed{\text{㉕}}$ ,  $a = 1.96$ 이다.

두 번째 추정의 신뢰구간은  $\bar{x}_2 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x}_2 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}}$ 이고

이 구간이  $\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$ 이므로  $\bar{x}_2 = 75$ ,  $n = 49$ 이다.



등차수열의 합과 평균

난이도



쓸모



## Problem 007

공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $d$ 의 값을 구하여라.<sup>7)</sup>

(가)  $a_1 + a_m + a_{m+1} + a_{2m} = 112$

(나)  $\sum_{k=1}^m a_{2k-1} = 648$

(다)  $\sum_{k=1}^m a_{2k} = 696$



## Path Through >

등차수열의 합은

$$(\text{평균}) \times (\text{항의 개수})$$

이다. 평균이  $\frac{(\text{합})}{(\text{항의 개수})}$  인가? 어쨌든 등차수열을 이루는 수들의 평균은

$$\frac{(\text{첫째 항}) + (\text{마지막 항})}{2}$$

로 쉽게 구할 수 있기 때문이다.

등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 + a_2 + \dots + a_l$ 을 구할 때 평균으로  $\frac{a_1 + a_l}{2}$  대신에

$$\frac{a_2 + a_{l-1}}{2}, \quad \frac{a_1 + a_2 + a_{l-1} + a_l}{4}$$

등을 이용하는 것이 가능하다. 가끔 이상한 문제 때문에.

(가)의 식에서  $2m$ 개의 숫자  $a_1, a_2, \dots, a_{2m}$ 의 평균은  $\boxed{\text{㉠}}$ 이다.

(나)의 식과 (다)의 식을 더하면  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2m} = 1344$ 이다.

위의 두 결과에서  $28 \times \boxed{\text{㉠}} = 1344$ 이므로  $m = 24$ 이다.

(나)의 급수에서 평균은  $\frac{a_1 + a_{2m-1}}{2} = a_m$ 이므로  $a_m \times m = 648$ 에서  $a_m = \boxed{\text{㉡}}$ 이고

(다)의 급수에서 평균은  $\frac{a_2 + a_{2m}}{2} = \boxed{\text{㉢}}$ 이므로  $a_{m+1} \times m = 696$ 에서  $a_{m+1} = 29$ 이다.

$d = 2$ 이군.

세 개의 미지수  $a_1, d, m$ 에 대한 방정식 3개를 연립해서 풀어도 좋다.

당신이 아름다움을 느끼는 최소한의 지성이 결여된  $\boxed{\text{㉣}}$ 라면.



## Exercise 008

공차가  $\frac{1}{3}$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 두 자연수  $l, m$ 이 다음 조건을 만족시킨다.  $\sum_{k=l}^m a_k$ 의 값을 구하여라.<sup>8)</sup>

- (가)  $m - l = 12$
- (나)  $(a_m)^2 - (a_l)^2 = 32$

## Exercise 009

공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 두 수열  $\{a_n\}$ 과  $\{S_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\frac{n \times a_{2n}}{S_n}$ 은 일정한 값을 가진다.
- (나)  $\sum_{k=1}^5 \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{10}{51}$

$a_5$ 의 값을 구하여라.<sup>9)</sup>



## Path Through >

등차수열의 간격 개념 익숙? 공차  $\frac{1}{3}$  과  $m-l=12$ 에서  $a_m - a_l = \boxed{\text{㉠}}$  가

바로 나와야 훌륭하다. 공차는 기울기  $\frac{a_m - a_l}{m-l}$  와 같다는 느낌으루다가..

(나)의 식은  $a_m + a_l = 8$ 이고 구하는 급수의 평균은 4이다.

## Path Through >

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$  이므로  $\frac{n \times a_{2n}}{S_n}$  은  $\frac{2a_{2n}}{a_1 + a_n}$  이다. 일정한 값을  $k$ 라 두면

$$2a_{2n} = k(a_1 + a_n)$$

가 모든  $n$ 에 대하여 성립한다. 다시 말해  $n$ 에 대한 항등식이다.

$$2(a_1 + (2n-1)d) = k(a_1 + a_1 + (n-1)d)$$

를  $n$ 에 대하여 정리하면  $(4d - kd)n + (2a_1 - 2d + kd - 2ka_1) = 0$ 에서

$k = \boxed{\text{㉡}}$  이고  $d = 3a$ 이다.

나머지는 뭐 대충.

$$\sum_{k=1}^5 \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \sum_{k=1}^5 \left\{ \frac{1}{S_k} - \frac{1}{S_{k+1}} \right\} = \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_6} = \frac{50}{51a}$$

이므로  $a = 5$ 이다.



조각정의된 함수의 미분가능성

난이도 ○○●○○○

설명 ○○●○○○

## Problem 010

자연수  $n$ 에 대하여 정의된 함수  $f_n(x) = |x^n + 1|$ 가 있다.

$$g(x) = af_1(x) - \sum_{k=1}^5 f_k(x)$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.<sup>10)</sup>



## Path Through >

함수  $f(x)$ 가  $x = a$ 에서 미분가능하다는 것은 가 존재한다는 것이다. 하지만 평가원/수능의 미분가능성 문제에서 이 극한식을 띄우는 경우는 거의 없다.

함수  $f(x)$ 의  $x = a$ 에서의 미분가능성은 두 미분가능한 함수  $g(x)$ ,  $h(x)$ 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & (x < a) \\ h(x) & (x \geq a) \end{cases} \text{로 표현하여,}$$

①  $g(a) = h(a)$

②

인지를 확인하여 대답한다. 99% 그렇다. 1%는 [2019학년도 6월 21번]이다.

$f_n(x)$ 는  $n$ 이 짝수일 때는  $x^n + 1$ 이 항상 양수이고,  $n$ 이 홀수일 때는  $x = -1$ 을 경계로 부호가 바뀌므로

$n$ 이 짝수일 때는  $f_n(x) = \input{text}{㉢}$ 이고,

$n$ 이 홀수일 때는  $f_n(x) = \begin{cases} -x^n - 1 & (x < -1) \\ x^n + 1 & (x \geq -1) \end{cases}$ 이다.

$g(x)$ 도 식으로 쓸 수 있겠군.

$$g(x) = \begin{cases} -a(x+1) + (x+1) - (x^2+1) + (x^3+1) - (x^4+1) + (x^5+1) & (x < -1) \\ a(x+1) - (x+1) - (x^2+1) - (x^3+1) - (x^4+1) - (x^5+1) & (x \geq -1) \end{cases}$$

이다.  $g(x) = \begin{cases} p(x) & (x < -1) \\ q(x) & (x \geq -1) \end{cases}$ 라 하면 우선  $p(-1) = q(-1)$ 이다.

애초에 절댓값 안쪽이 0이 되는 값을 기준으로 나눈 것이니까 당연하다.

인지만 체크하면 되겠다.

$$p'(-1) = -a + 1 + 2 + 3 + 4 + 5,$$

$$q'(-1) = a - 1 + 2 - 3 + 4 - 5$$

가 서로 같아야 하므로  $a = \input{text}{㉤}$ 이다.

※ 뇌가 있다면  $-(x^2+1)$ ,  $-(x^4+1)$  항을 제끼고 생각했을 것이다. 대우 명제는 ‘ $-(x^2+1)$ ,  $-(x^4+1)$  항을 제끼지 않았다면 ’이다. 참이다.



## Exercise 011

함수  $f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ a & (x \geq 2) \end{cases}$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x) + c|x - b|$$

가 임의의 실수  $x$ 에서 미분가능하다. 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값은?<sup>11)</sup>

- ①  $\frac{5}{2}$                       ② 3                      ③  $\frac{7}{2}$   
 ④ 4                      ⑤  $\frac{9}{2}$

## Exercise 012    2014학년도 수능(A형) 21번

좌표평면에서 삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서 접선이  $y$ 축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(1) = 2$   
 (나) 함수  $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은?<sup>12)</sup> (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 21                      ② 24                      ③ 27  
 ④ 30                      ⑤ 33





## Path Through >

$f(x)$ 는  $x \neq 2$ 인 모든 실수에서 미분가능  
 $c|x-b$ 는  $x=b$ 에서 미분불가능이다.

$$(미가) + (미가) = (미가)$$

$$(미가) + (미불) = \boxed{\otimes}$$

$$(미불) + (미불) = ??$$

인 것을 짚어보면  $b=2$  각이 잡힌다.

$f(x)$ 가 불연속이면 더 망하기 때문에  $a=2$ 이다.

$g(x)$ 를  $x < 2$ 일 때와  $x \geq 2$ 일 때로 나눠 써보자.

## Path Through >

거리는 절댓값.

접선의 방정식은  $y = (3t^2 + 2at + b)(x - t) + t^3 + at^2 + bt$ 이므로

점 P는  $(0, -2t^3 - at^2)$ 이고  $g(t) = |2t^3 + at^2|$ 이다.

조각정의고 나발이고 개형에서  $a=0$  딱 보이긴 하는군.



삼각함수 그래프의 교점

난이도



쓸모



# Problem 013

$0 < x \leq 5\pi$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때

$$f(x) = |n \sin x| \quad ((n-1)\pi < x \leq n\pi)$$

이다. 방정식  $f(x) = \cos x$ 의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 이다.

$$m + \sum_{k=1}^m \frac{1}{\tan \alpha_k}$$

의 값을 구하여라.<sup>13)</sup>



## Path Through >

$y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



(㉠)

$y = \cos x$ 와 겹쳐서 그려보자.  $m = \boxed{\text{㉡}}$ 이다.

$n \sin x = \cos x$ 이면  $\frac{1}{\tan x} = \boxed{\text{㉢}}$ 이다.  $\frac{1}{\tan \alpha_k}$ 은

$\sin x < 0$ 일 때  $-n$ ,  $\sin x > 0$ 일 때  $n$

이므로 그 값은 차례로 1, -2, 3,  $\boxed{\text{㉣}}$ , 5이다.



## Exercise 014

$0 \leq x \leq 4\pi$ 에서  $x$ 에 대한 방정식

$$(3\cos x - 4\sin x)(3\cos x - 4|\sin x|) = 0$$

의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 이다.  
 $m + 5\cos\alpha_1 + 5\sin\alpha_m$ 의 값을 구하여라.<sup>14)</sup>

## Exercise 015

$f(x) = 2\sin x + |\sin x|$ 에 대하여  $0 \leq x \leq 6\pi$ 에서 방정식

$$f(x) = \cos x$$

의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$$

이다.  $m + \sum_{k=1}^m \frac{1}{\tan\alpha_k}$ 의 값을 구하여라.<sup>15)</sup>



## Path Through >

세 곡선  $y = 3\cos x$ ,  $y = 4\sin x$ ,  $y = 4|\sin x|$ 를 예쁘게 그려보자.

방정식은  $0 \leq x \leq 4\pi$ 에서 모두  $\boxed{\oplus}$  개의 근을 가진다.

대충  $3\cos x = 4\sin x$ 이면  $\tan x = \frac{3}{4}$  이므로  $\sin x = \pm \frac{3}{5}$ ,  $\cos x = \pm \frac{4}{5}$  이다.

$0 < \alpha_1 < \frac{\pi}{2}$  이고  $\frac{7}{2}\pi < \alpha_m < 4\pi$  이므로  $\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \alpha_m = \boxed{\oplus}$  이다.

※  $3\cos x - 4\sin x = 0$ 의 근의 개수와  $3\cos x - 4|\sin x| = 0$ 의 근의 개수를 더하면 툇린다.

합집합의 원소의 개수이므로 교집합의 원소의 개수를 빼줘야 한다.

※ 중근의 개수가 없으면 일반적으로 문항에서 '서로 다른'을 명시해 준다.

반드시 필요한 것은 아니다. 중근을 두 개로 세지 않도록 주의.

## Path Through >

$0 \leq x < \pi$ ,  $2\pi \leq x < 3\pi$ ,  $4\pi \leq x < 5\pi$ 일 때는  $f(x) = 3\sin x$ 이고

$\pi \leq x < 2\pi$ ,  $3\pi \leq x < 4\pi$ ,  $5\pi \leq x \leq 6\pi$ 일 때는  $f(x) = \boxed{\ominus}$  이다.

열심히 그려보자.

# 문제 정답

|     |    |     |   |     |    |     |     |     |    |
|-----|----|-----|---|-----|----|-----|-----|-----|----|
| 1번  | 19 | 2번  | ㉔ | 3번  | ㉓  | 4번  | 641 | 5번  | 20 |
| 6번  | ㉔  | 7번  | 2 | 8번  | 52 | 9번  | 65  | 10번 | 9  |
| 11번 | ㉕  | 12번 | ㉔ | 13번 | 8  | 14번 | 7   | 15번 | 18 |

# 박스 정답

[로그함수의 평행이동과 점근선]

- ㉑ : 위로 볼록
- ㉒ : 임의의 두 점을 이은 선분
- ㉓ :  $y = \log_2(-(x-a)) + b$
- ㉔ :  $2 = \log_2 \frac{a}{a-4}$
- ㉕ :  $-(x-a) = 0$
- ㉖ :  $x = -\frac{c}{b}$

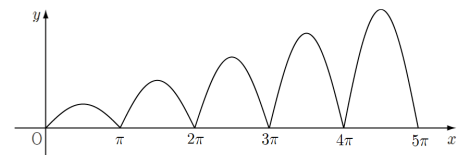
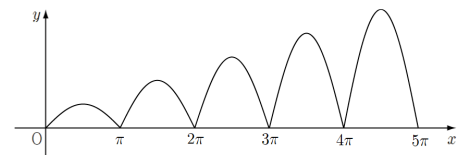
[조각정의된 함수의 미분가능성]

- ㉑ :  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
- ㉒ :  $g'(a) = h'(a)$
- ㉓ :  $x^n + 1$
- ㉔ :  $p'(-1) = q'(-1)$
- ㉕ : 9
- ㉖ : 뇌가 없다.
- ㉗ : (미불)

[모평균의 추정]

- ㉑ :  $\bar{x} - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- ㉒ : 1.96
- ㉓ : 2.58
- ㉔ :  $z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- ㉕ : 40
- ㉖ : 625
- ㉗ :  $112 - 0.21\sigma$
- ㉘ : 80

[삼각함수 그래프의 교점]

- 
- ㉑ : 
  - ㉒ : 5
  - ㉓ :  $n$
  - ㉔ : -4
  - ㉕ : 6
  - ㉖ :  $-\frac{3}{5}$
  - ㉗ :  $\sin x$

[등차수열의 합과 평균]

- ㉑ : 28
- ㉒ :  $2m$
- ㉓ : 27
- ㉔ :  $a_{m+1}$
- ㉕ : 문과
- ㉖ : 4
- ㉗ : 4