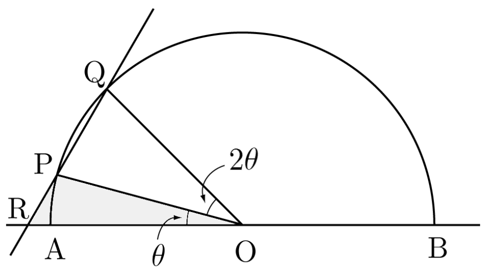
PSTP [2]

직각삼각형의 발견

난이도 ○○●○○ 쓸모 ○○○●○

Problem 001

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 반원 위의 두 점 P, Q가 $\angle \mathrm{AOP} = \theta$, $\angle \mathrm{POQ} = 2\theta$를 만족한다. 직선 AB와 직선 PQ의 교점을 R라 할 때, 삼각형 OPR의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은?[1] (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{6}$)

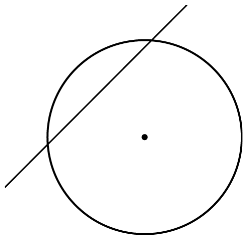


① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{1}{2}$　③ 1

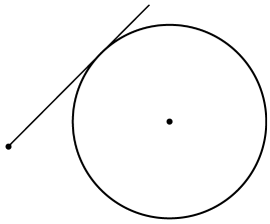
④ 2　⑤ 4

Path Through 〉

이등변삼각형, 원의 현, 원의 접선이 보이면 무조건적으로 다음의 보조선과 직각 표시를 하자.

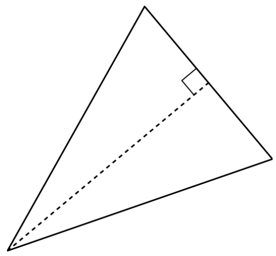


(ㄱ)

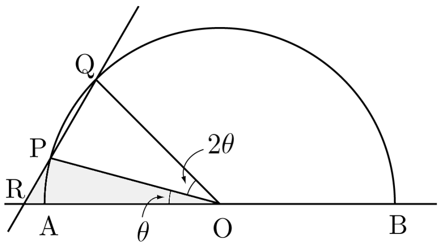


(ㄴ)

사인법칙, 코사인법칙이 들어 왔지만 직각삼각형을 발견하는 것은 여전히 중요하다. 특히 요즘 문제는 아래 방향으로 수선을 '내리는' 문제는 쉽기 때문에 수선을 위로 '올린다.' 그게 그거가 아니고, 잘 안 보인다. 직각삼각형도 빗변을 x축과 평행하게 준다든가..



이등변삼각형 OPQ의 보조선은 정해져 있다.



(ㄷ)

선분 PQ의 중점을 H이라 하자.
그리고 두 직각삼각형 POH, ROH를 째려보자.

직각삼각형 POH에서 $\overline{\mathrm{OH}}=$ ㉣ , $\overline{\mathrm{PH}}=\sin\theta$이다.
직각삼각형 ROH에서 $\overline{\mathrm{RH}}=$ ㉤ 이다.

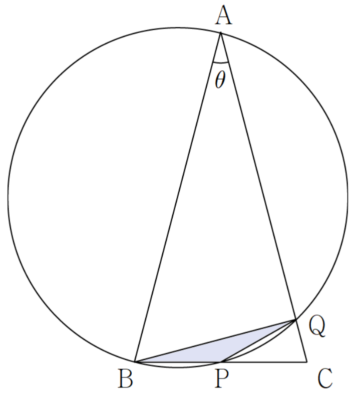
$S(\theta)=\frac{1}{2}\cos^2\theta\tan2\theta-\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta$이고,

$$\lim_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{\theta}=\lim_{\theta\to0+}\left\{\frac{1}{2}\cos^2\theta\times\frac{\tan2\theta}{\theta}-\frac{1}{2}\cos\theta\times\frac{\sin\theta}{\theta}\right\}$$

이므로 답은 $\frac{1}{2}$이다.

Exercise 002

그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=2$이고 $\angle BAC=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 지름의 양 끝으로 하는 원을 그렸을 때, 변 BC, AC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은?[2)]

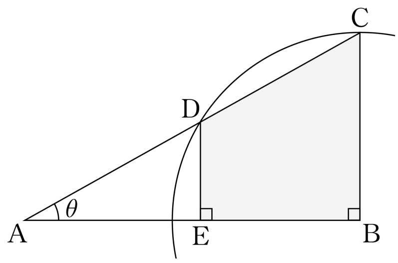


① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1
④ 2　⑤ 4

Exercise 003 2019년 10월

그림과 같이 빗변 AC의 길이가 1이고 $\angle BAC=\theta$인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 점 C가 아닌 점을 D라 하고, 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 사각형 BCDE의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때,

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은?[3)] (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1
④ 2　⑤ 4

Path Through 〉

선분 AB가 원의 지름이므로 $AP \perp BP$이다.
게다가 이등변삼각형이래. 반 가르자.

점 P가 선분 BC의 중점이고 $\overline{BP}=2\sin\frac{\theta}{2}$이다.

각을 최대한 표시해보자.

$$\angle BQA = 90^\circ,\ \angle ABQ = \frac{\pi}{2}-\theta,\ \angle PBQ = \frac{\theta}{2},\ \angle PQB = \frac{\theta}{2}$$

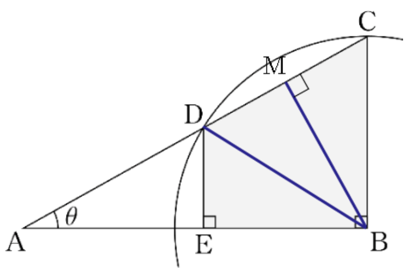
이므로 삼각형 PBQ도 이등변삼각형이군. BQ를 밑변으로 보면

$$S(\theta) = \frac{1}{2}\times 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\times 2\sin^2\frac{\theta}{2}$$

이다. $S(\theta)\sim\frac{\theta^3}{2}$이므로 $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}=\frac{1}{2}$이다.

Path Through 〉

원 위의 점이므로 중심과 연결, 현의 수직이등분선에 의해



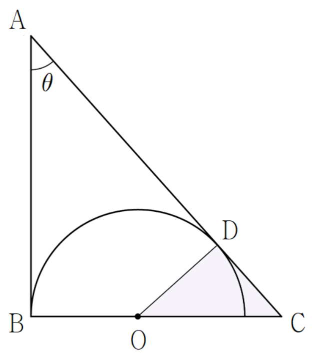
과 같은 보조선은 당연한 감각.
두 삼각형 BCM과 BDM이 합동인 것을 째려보면
모든 각이 표시된다. 나머지는 대충 뭐.

원 밖의 점과 새부리

난이도 ○○●○○ 쓸모 ○○○●○

Problem 004

그림과 같이 $\overline{AC}=1$, $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC가 있다. 중심 O가 변 BC 위에 있고 두 직선 AB, AC에 동시에 접하는 반원과 변 AC가 접하는 점을 D라 하자. $\angle BAC=\theta$일 때, 삼각형 OCD의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은?[4)]

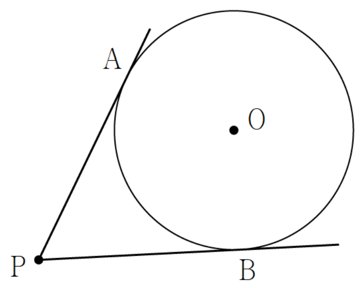


① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

Path Through 〉

중심이 O인 원 O와 원 밖의 점 P에 대하여 점 P를 지나고 원 O에 접하는 두 접선의 접점을 A, B라 하자. 일단 적당히 보조선을 그어보자.



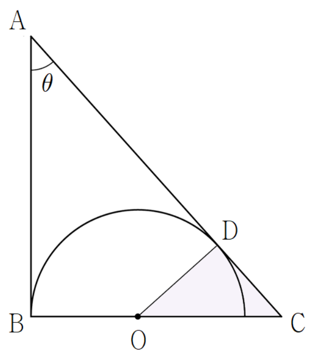
(㉠)

여기서 두 직각삼각형 POA와 POB는 서로 합동이다. 아래 사실들을 꼼꼼하게 확인하자.

1. $\angle$PAO와 $\angle$PBO는 ㉡ 이다.
2. $\overline{\text{PA}} = \overline{\text{PB}}$
3. $\angle$APO = ㉢ $\Rightarrow$ 특히 잘 빠트림.

새의 부리처럼 생겼으니 새부리라 부르도록 하자.

풀이) 보조선은 당연히 아래와 같다.



(㉣)

새부리에 주목하자. $\angle \text{OAB} = \dfrac{\theta}{2}$이고, $\overline{\text{BO}} = \overline{\text{DO}}$이다.

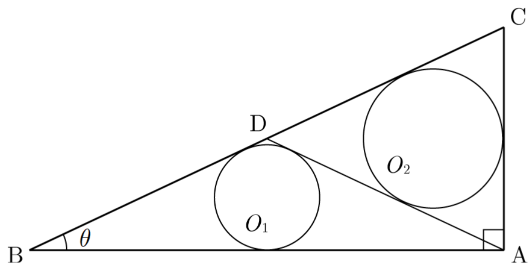
$\overline{\text{AB}} = \cos\theta$이고, 직각삼각형 ABO에서 $\overline{\text{BO}} =$ ㉤ 이다.

직각 ODC 보여? $\angle \text{COD} = \theta$이므로 $\overline{\text{CD}} = \overline{\text{DO}} \times$ ㉥ 이다.

$S(\theta) = \dfrac{1}{2} \times \overline{\text{DO}} \times \overline{\text{CD}} = \dfrac{1}{2}\cos^2\theta \times \tan^2\dfrac{\theta}{2} \times \tan\theta$에서 답은 $\dfrac{1}{8}$이다.

Exercise 005

$\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\angle\mathrm{CAB}=\dfrac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 D라 하자. $\angle\mathrm{ABC}=\theta$라 하고, 삼각형 ABD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r_1(\theta)$, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r_2(\theta)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta\to0+}\frac{r_1(\theta)\{\tan\theta-r_2(\theta)\}}{\theta^3}$의 값은?[5)]



① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{1}{2}$　③ 1
④ 2　⑤ 4

Path Through 〉

$r_1(\theta)$를 구하는 두 가지 방법

방법1) 머리 쓰기 싫을 때는 삼각형의 넓이로.

$\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{2}{\cos\theta}$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}=\dfrac{1}{\cos\theta}$이므로

삼각형 ABD의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{\cos\theta}\times2\times\sin\theta$이다.

이 값이 $\dfrac{1}{2}\times r_1(\theta)\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{DA}})$이므로 $r_1(\theta)=\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$이다.

방법2) 머리 쓰고 싶을 때는 새부리로

원 O_1과 선분 AB의 접점을 M이라 하자. $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\dfrac{r_1(\theta)}{\tan\frac{\theta}{2}}$이므로

$r_1(\theta)=\tan\dfrac{\theta}{2}\sim\dfrac{\theta}{2}$이다.

마찬가지 방법으로 $r_2(\theta)=\tan\theta\times\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\theta}{2}\right)$이다.

$$\tan\theta-r_2(\theta)=\tan\theta\times\left\{1-\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right\}=\tan\theta\times\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1+\tan\frac{\theta}{2}}\sim\theta^2$$

이군요.

합성함수를 이용한 역함수의 미분법

난이도 ○○○●○ 쓸모 ○○●○○

Problem 006

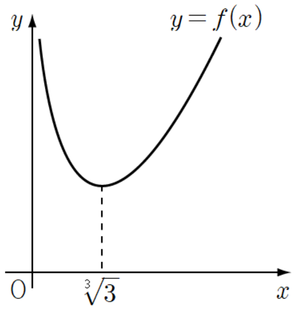
$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=x^2+\dfrac{6}{x}$이 있다. 양의 실수 t에 대하여 정의된 함수 $g(t)$를 다음과 같이 정의한다.

> $g(t)$는 x에 대한 부등식
> $f(x) \le f(t)$
> 를 만족하는 x의 최댓값이다.

$g'(2)-5g'(1)$의 값을 구하여라.[6)] (단, k는 상수이다.)

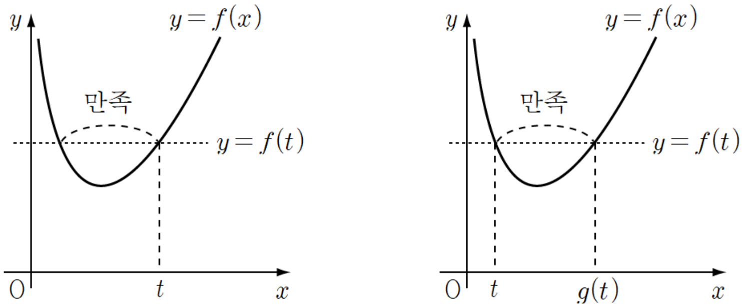
Path Through 〉

$y=f(x)$의 개형은 다음과 같다. (스케일 무시)



간단한 쪽부터 살펴보자.

[그림1]이 $t \geq \sqrt[3]{3}$일 때이다. $g(t)=$ ㉠ 이므로 $g'(2)=$ ㉡ 이다.



[그림1] [그림2]

[그림2]가 $t \leq \sqrt[3]{3}$일 때의 상황이다. $g(t)$는 식

㉢ … (*)

를 만족한다. (*)에 $t=1$을 대입해 $g(1)=2$임을 알 수 있다. 항등식 (*)의 양변을 미분하면

㉣

이다. $t=1$을 대입하면 $g'(1)=$ ㉤ 이다. 답은 9여.

(㉥) 함수 $f(x)$의 $x \geq \sqrt[3]{3}$인 부분의 역함수를 $h(x)$라 하자.
$t \leq \sqrt[3]{3}$일 때, $g(t)=h(f(t))$임을 이용하여 $g'(1)$의 값을 구하여라.

Exercise 007

함수 $f(t)$는 함수 $y=x^3$의 그래프와 직선 $y=-x+t$의 교점의 x좌표이다.

합성함수 $g(x)=(f\circ f)(x)$에 대하여 $\dfrac{1}{g'(10)}$의 값을 구하여라.7)

Exercise 008 2016학년도 수능 21번

$0<t<41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t),\ t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t),\ t)$라 하자.

$$h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$$

라 할 때, $h'(5)$의 값은?8)

① $\dfrac{79}{12}$ ② $\dfrac{85}{12}$ ③ $\dfrac{91}{12}$

④ $\dfrac{97}{12}$ ⑤ $\dfrac{103}{12}$

Path Through 〉

$\{f(t)\}^3 = -f(t)+t$에서 $f(t)$는 함수 $h(t)=t^3+t$의 역함수이다.
$h(1)=2$, $h(2)=10$이므로 $f(10)=2$, $f(2)=1$이고 $g(10)=1$이다.

$h'(1)=4$, $h'(2)=13$이고 $g'(10)=f'(10)\times f'(2)=\dfrac{1}{h'(2)}\times\dfrac{1}{h'(1)}$이다.

Path Through 〉

$P(x)=x^3+2x^2-15x+5$라 하자. $\Leftarrow$ 풀이의 가장 중요한 부분.

$h'(t)=\{f(t)-g(t)\}+t\{f'(t)-g'(t)\}$에서 $f(5)$, $g(5)$는 그냥 나온다.

$f'(5)$와 $g'(5)$를 구해야 하는데,
<u>항등식 $P(f(t))=t$와 $P(g(t))=t$를 미분해보자.</u>

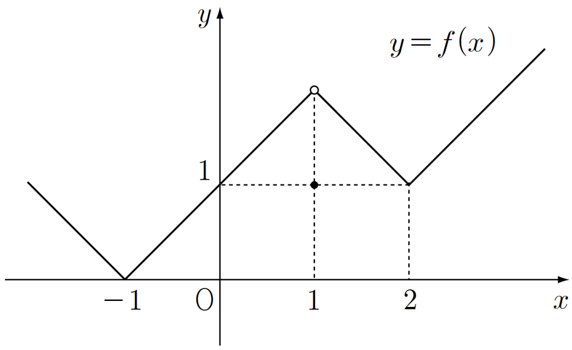
역함수로 다루는 것도 가능하지만 헷갈리기 조음.

인수를 곱해 연속/미분가능한 함수 만들기

난이도 ○●○○○ 쓸모 ○○●○○

Problem 009

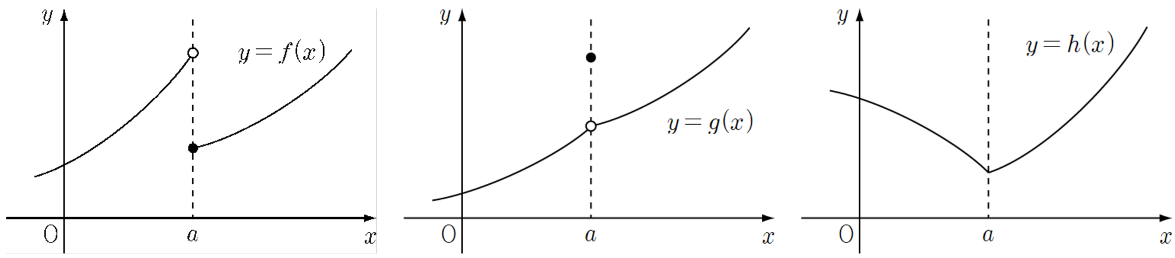
함수 $f(x)=\begin{cases} |x+1| & (x<1) \\ 1 & (x=1) \\ |x-2|+1 & (x>1) \end{cases}$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $g(4)$의 값을 구하여라.[9)]



Path Through 〉

$x=a$에서 좌극한, 우극한이 존재하고 불연속인 함수에 $(x-a)$를 곱하면 연속이 되고, (거의) 미분은 가능하지 않다. $(x-a)^2$을 곱하면 미분가능이 된다. 구체적으로 살펴보자.

다음과 같은 그래프를 가지는 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 있다.



1. 함수 $(x-a)f(x)$는 $x=a$에서 연속이고 미분가능하지 않다.
   $\Rightarrow$ $(x-a)f(x)$의 함숫값, 극한값은 모두 $\boxed{\text{㉠}}$이다. 연속이네.
   $\Rightarrow$ $x=a$에서 함수 $P(x)$의 미분가능성은 극한 $\boxed{\quad\text{㉡}\quad}$의 존재 확인이다.
   $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{(a+h-a)f(a+h)}{h}=\lim_{h\to0}f(a+h)$라 없당.

2. 함수 $(x-a)^2f(x)$는 $x=a$에서 $\boxed{\text{㉢}}$하다.

3. 함수 $(x-a)g(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다.
   $\Rightarrow$ 당연히 연속이기도 하다.
   $\Rightarrow$ 보통 $f(x)$와 같은 형태를 좋아하기 때문에 $g(x)$와 같은 형태는 익숙하지 않다.

4. 함수 $(x-a)h(x)$는 $x=a$에서 $\boxed{\text{㉣}}$하다.

이제 문제를 째려보자. $g(x)$는 $(x+1)$, $(x-1)$, $(x-2)$를 인수로 가져야 한다.
$g(x)=\boxed{\quad\text{㉤}\quad}$이므로 $g(4)=30$이다.

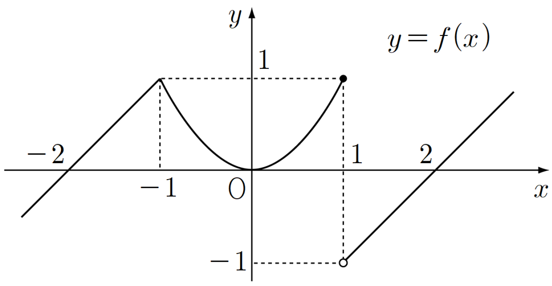
※ 엄밀하게는 위의 1. 2. 3. 4.와 필요한 명제의 방향이 반대이다.
$g(-1)=0$, $g(1)=0$, $g(2)=0$임을 보여야 한다. 확인해보자.

$g(-1)=b$라 가정하자. $f(x)g(x)=\begin{cases}(-x-1)g(x) & (x\le -1)\\ (x+1)g(x) & (-1<x<1)\\ \cdots & (\cdots)\end{cases}$이다.

함수 $f(x)g(x)$의 $x=-1$에서 좌미분계수는 $-b$, 우미분계수는 b인데 이 값들이 같아야 하므로 $b=0$이다. 나머지는 마찬가지로.

Exercise 010

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le -1) \\ x^2 & (-1<x\le 1) \\ x-2 & (x>1)\end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)f(x-1)$이 불연속인 x값의 개수를 a, 미분가능하지 않은 x값의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?[10)]



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

Exercise 011　2018년 대구11월 29번

각 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{3}x & (x<3) \\ x^2-6x+10 & (x\ge 3)\end{cases},$$

$$g(x)=f(x-m)+n$$

이다. 함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수에 대하여 미분가능할 때, 두 상수 m, n의 곱 mn의 값을 구하여라.[11)] (단, $m<0$)

Path Through 〉

두 함수 $f(x)$, $f(x-1)$의 그래프를 그리고 문제가 될 수 있는 x값

-1,　0,　1,　2

에서 각각 어떤 형태끼리 곱해지는지 살펴보자.

$x=-1$, $x=0$, $x=1$에서는 미분가능,
$x=2$에서는 연속이며 미불가능이 뜬다.

Path Through 〉

함수 $y=f(x)$의 그래프를 그려보자. 예쁜 일대일 대응이다.
함수 $f(x)$는 $x=3$에서, 함수 $g(x)$는 $x=3+m$에서 미분불가능하다.

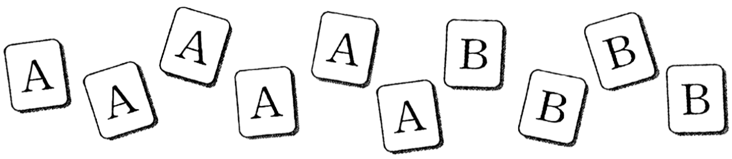
함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하기 위해서는
$g(3)=0$, $f(3+m)=0$이 되어야 한다.

묶음 단위로 관찰하기

난이도 ○○○●○ 쓸모 ○●○○○

Problem 012

A, A, A, A, A, A, B, B, B, B의 문자가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 문자열 'BA'가 두 번 나타나도록 나열되는 경우의 수는?[12] (예를 들어 AAABABBAAB는 조건을 만족시킨다.)



① 60 ② 72 ③ 84
④ 90 ⑤ 108

Path Through 〉

풀이1) A를 여러 개 나열한 것을 $(\cdots A \cdots)$라 나타내면
'BA'가 두 번 나타내는 배열은 다음이 가능하다.

Case1) $(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)$
Case2) $(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)$
Case3) $(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)$
Case4) $(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)(\cdots A \cdots)(\cdots B \cdots)$

Case1)을 세자. 앞의 $(\cdots A \cdots)$에 써진 A의 개수를 x, 두 번째 $(\cdots A \cdots)$에
써진 A의 개수를 y, 마지막 $(\cdots A \cdots)$에 써진 A의 개수를 z라 하면,
$x+y+z=6$, (단, x, y, z는 1 이상의 정수)
를 만족하므로 ${}_3H_3=10$이다.

앞의 $(\cdots B \cdots)$에 써진 B의 개수를 k, 뒤의 $(\cdots B \cdots)$에 써진 B의 개수를 l라 하면,
$k+l=4$, (단, k와 l는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$)
를 만족하므로 ${}_2H_2=3$이다.

※ 물론 얘는 $\boxed{\quad ㉡ \quad}$의 세 가지이므로 중복조합을 띄울 것 까지는 없다.

두 경우의 수의 곱이므로 Case1)의 경우의 수는 30이다.

마찬가지로 Case2), Case3), Case4)의 경우의 수는

Case2) $\#(x+y+z=6)\times\#(k+l+m=4)={}_3H_1\times{}_3H_3=30$
Case3) $\#(x+y=6)\times\#(k+l=4)=\boxed{\quad ㉢ \quad}=15$
Case4) $\#(x+y=6)\times\#(k+l+m=4)={}_2H_4\times{}_3H_1=15$

이다. 전체 경우의 수는 90이다.

풀이2) B를 깔아두고 생각하자.

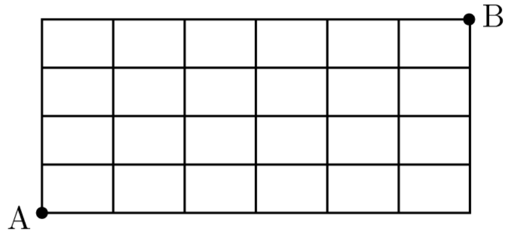
$(\cdots A \cdots)B(\cdots A \cdots)B(\cdots A \cdots)B(\cdots A \cdots)B(\cdots A \cdots)$

에서 $(\cdots A \cdots)$에 써진 A의 개수를 앞에서부터 a, b, c, d, e라 하면,
$a+b+c+d+e=6$이고, a는 0 이상의 정수, b, c, d, e 중 2개가 0이다.

b, c, d, e 중 0이 되는 2개를 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_2$이다. 만약 b, c가 0이라면
$a+d+e=6$, (단, d, e는 $\boxed{\quad ㉣ \quad}$)
이므로 경우의 수는 ${}_3H_4$이다. 답은 ${}_4C_2\times{}_3H_4=90$이다.

Exercise 013

그림과 같이 직사각형 모양의 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 갈 때, 진행 방향을 4번 바꾸는 경우의 수를 구하여라.[13] (단, 진행 방향을 바꾼다는 것은 도로의 교차점에서 좌회전 또는 우회전을 한다는 것이다.)



Exercise 014

각각 A, B가 적혀 있는 두 종류의 흰 색의 카드와 C가 적혀 있는 파란 색의 카드가 있다. 이 3종류의 카드 중 중복을 허락하여 6장을 뽑아 일렬로 나열할 때, 카드 색의 변화가 2번 일어나는 경우의 수를 구하여라.[14] (단, 카드 색의 변화라는 것은 흰 색 카드 다음에 파란 색 카드가 놓이거나, 파란 색 카드 다음에 흰 색 카드가 놓이는 것을 의미한다.)

Path Through 〉

출발을 오른쪽으로 하냐 위쪽으로 하냐에 따라 분류한다.

Case1) $(\cdots\rightarrow\cdots)(\cdots\uparrow\cdots)(\cdots\rightarrow\cdots)(\cdots\uparrow\cdots)(\cdots\rightarrow\cdots)$는 ${}_3\mathrm{H}_3\times{}_2\mathrm{H}_2$가지이다.
오른쪽 배치는 $[a+b+c=6$이고 a, b, c는 1 이상의 정수$]$의 ${}_3\mathrm{H}_3$ 경우,
위쪽 배치는 $[x+y=4$이고 x, y는 1 이상의 정수$]$의 ${}_2\mathrm{H}_2$ 경우이다.

Case2) $(\cdots\uparrow\cdots)(\cdots\rightarrow\cdots)(\cdots\uparrow\cdots)(\cdots\rightarrow\cdots)(\cdots\uparrow\cdots)$는 ${}_2\mathrm{H}_4\times{}_3\mathrm{H}_1$가지이다.

Path Through 〉

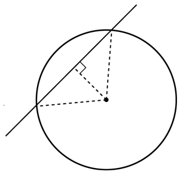
흰 색이 1장, 2장, 3장, 4장, 5장인 경우로 분류.
삽질이 약간 들어오는군.

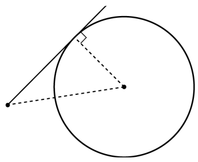
문제 정답

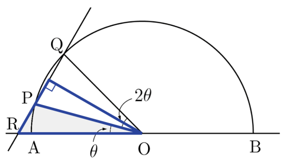
1번	②	2번	②	3번	④	4번	⑤	5번	②
6번	9	7번	52	8번	④	9번	30	10번	①
11번	30	12번	④	13번	45	14번	248		

박스 정답

[직각삼각형의 발견]

㉠ : 

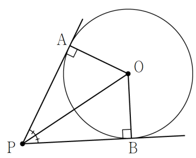
㉡ : 

㉢ : 

㉣ : $\cos\theta$

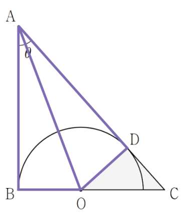
㉤ : $\cos\theta \times \tan 2\theta$

[원 밖의 점과 새부리]

㉠ : 

㉡ : 직각

㉢ : $\angle \mathrm{BPO}$

㉣ : 

㉤ : $\cos\theta \tan\dfrac{\theta}{2}$

㉥ : $\tan\theta$

[합성함수를 이용한 역함수의 미분법]

㉠ : t

㉡ : 1

㉢ : $t^2 + \dfrac{6}{t} = \{g(t)\}^2 + \dfrac{6}{g(t)}$

㉣ : $2t - \dfrac{6}{t^2} = 2g(t)g'(t) - \dfrac{6g'(t)}{\{g(t)\}^2}$

㉤ : $-\dfrac{8}{5}$

㉥ : $g'(t) = h'(f(t))f'(t)$이고

$g'(1) = h'(f(1))f'(1)$이다.

$f(1) = 7$이고 $h'(7) = \dfrac{1}{f'(2)}$이다.

따라서 $g'(1) = \dfrac{f'(1)}{f'(2)} = -\dfrac{8}{5}$이다.

[인수를 곱해 연속/미분가능 만들기]

㉠ : 0

㉡ : $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{P(a+h) - P(a)}{h}$

㉢ : 미분가능

㉣ : 미분가능

㉤ : $(x+1)(x-1)(x-2)$

[묶음 단위로 관찰하기]

㉠ : 1 이상의 정수

㉡ : (1, 3), (2, 2), (3, 1)

㉢ : ${}_2H_2 \times {}_2H_4$

㉣ : 1 이상의 정수