

[ H ] Hilbert Space  
CLAVIS 미니모의고사  
2회차

CLAVIS EDU  
SOOHAN

## 2

## 수학 영역

1. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는?<sup>1)</sup>

(가)  $1 \leq a < b \leq 20$

(나)  $a$ 와  $b$ 는 모두 144의 양의 약수이다.

(다)  $\log_2 a - \log_2 b$ 는 정수이다.

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
 ④ 16                      ⑤ 18

2. 그림과 같이 A, A, A, B, B, C, C, D, D의 문자가 적혀 있는 카드가 9장이 있다. 이 9장의 카드 중에서 4장을 택해 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하여라.<sup>2)</sup>  
 (단, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)



3. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 동경  $OP_n$ 이 나타내는 각의 크기는  $\frac{n\pi}{12}$ 이다.  
 (나)  $a_n = \overline{OP_n}$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_2 = 1, a_6 = 2$ 인 등비수열이다.

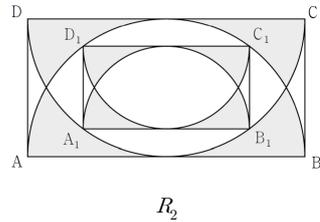
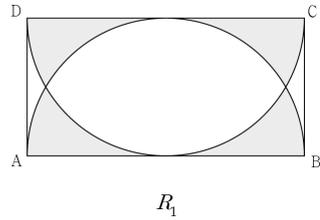
점  $P_{26}$ 의  $y$ 좌표는?3) (단,  $O$ 는 원점이다.)

- ① -64                      ② -32                      ③ -16  
 ④ 32                        ⑤ 64

4. 그림과 같이  $\overline{AB}=2, \overline{AD}=1$ 인 직사각형  $ABCD$ 에서 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원과 선분  $CD$ 를 지름으로 하는 원을 그리고 두 원 중 하나의 내부와 직사각형의 내부의 공통부분인  $\text{◀▶}$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 호  $CD$  위의 두 점  $A_1, B_1$ 과 호  $AB$  위의 두 점  $C_1, D_1$ 을 꼭짓점으로 하고  $\overline{A_1B_1}:\overline{A_1D_1}=2:1$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 을 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에  $\text{◀▶}$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?4)



- ①  $\frac{25}{16} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$     ②  $\frac{25}{18} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$     ③  $\frac{5}{4} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$   
 ④  $\frac{25}{22} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$     ⑤  $\frac{25}{24} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

5. 어느 탈모치료 병원 환자의 머리카락 가닥 수는 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원 환자 16명을 임의추출하여 머리카락 가닥 수를 조사한 표본평균이  $\bar{x}_1$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $741.2 \leq m \leq 858.8$ 이었다. 또 이 병원 환자  $n$ 명을 임의추출하여 머리카락 가닥 수를 조사한 표본평균이  $\frac{21}{20}\bar{x}_1$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$a \leq m \leq 891.6$$

$n + \sigma$ 의 값을 구하여라.<sup>5)</sup> (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ ,  $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.)

6. 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 두 함수

$$f(x) = e^{-|x-2|} + k, \quad F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

와 임의의 실수  $t$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(t)$ 는

$$\frac{1}{2}F(t) = F(g(t))$$

를 만족시킨다.  $g'(4) = \frac{1}{4}$ 일 때,  $k$ 의 값은  $a - be^{-2}$ 이다.

$60(a+b)$ 의 값을 구하여라.<sup>6)</sup> (단,  $k$ 는 양의 상수이고,  $a, b$ 는 유리수이다.)

<정답>

- |      |        |        |
|------|--------|--------|
| 1. ③ | 2. 216 | 3. ④   |
| 4. ① | 5. 156 | 6. 180 |