

제 2 교시

수학 영역(나형)

5 지 선 다 형

1. $\log_2 24 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 실수 x 에 대하여 명제

‘ $x - 2 = 0$ 이면 $x^2 - ax + a = 0$ 이다.’

가 참일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다섯 개의 문자 a, a, a, b, b 를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 두 사건 A, B 는 서로 배반이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A^c \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 함수 $f(x) = \frac{4}{2x-7} + a$ 의 정의역과 치역이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

7. 같은 종류의 공 6개를 남김없이 서로 다른 3개의 상자에 나누어 넣으려고 한다. 각 상자에 공이 1개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\int_{-3}^3 (x^3 + 4x^2)dx + \int_3^{-3} (x^3 + x^2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

8. $m \leq 135$, $n \leq 9$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{2m} \times \sqrt{n^3}$ 의 값이 자연수일 때, $m+n$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 97 ② 102 ③ 107 ④ 112 ⑤ 117

9. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 이차방정식 $a_n x^2 + 2a_{n+1}x + a_{n+2} = 0$ 의 두 근이 $-1, b_n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ -1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

10. 좌표평면에서 연립부등식 $\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$ 이 나타내는 영역을 S 라 하자. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 과 영역 S 가 만나는 점 중 y 좌표가 정수인 모든 점들의 x 좌표와 y 좌표의 합을 a_n 이라 하자. $a_{10} - a_5$ 의 값은? [3점]

① 300 ② 305 ③ 310 ④ 315 ⑤ 320

11. 확률변수 X 가 정규분포 $N(5, 2^2)$ 을 따를 때, 등식

$$P(X \leq 9 - 2a) = P(X \geq 3a - 3)$$

을 만족시키는 상수 a 에 대하여

$P(9 - 2a \leq X \leq 3a - 3)$ 의 값을 오른쪽

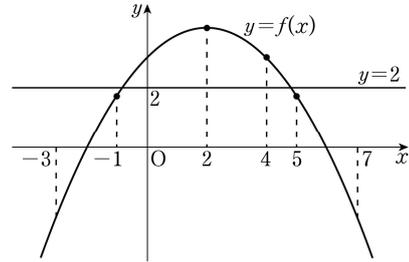
표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745 ② 0.8664 ③ 0.9104 ④ 0.9544 ⑤ 0.9876

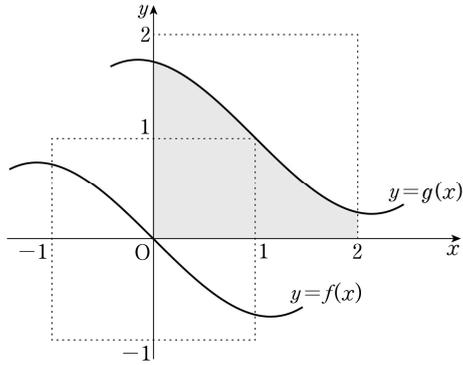
12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 2$ 가 그림과 같다.



열린 구간 $(-3, 7)$ 에서 부등식 $f'(x)\{f(x)-2\} \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? (단, $f'(2)=0$) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13 그림은 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 인 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 함수 $y=g(x)$ 의 그래프이다. $\int_0^2 g(x)dx$ 의 값은? [3점]



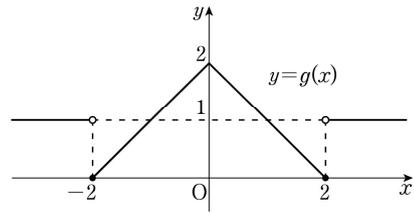
- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

14. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} -|x|+2 & (|x| \leq 2) \\ 1 & (|x| > 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $y=f(x-a)g(x)$ 의 그래프가 한 점에서만 불연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① -16 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ -1



15. A, B, C 세 사람이 한 개의 주사위를 각각 5번씩 던진 후 다음 규칙에 따라 승자를 정한다.

- (가) 1의 눈이 나온 횟수가 세 사람 모두 다르면, 1의 눈이 가장 많이 나온 사람이 승자가 된다.
 (나) 1의 눈이 나온 횟수가 두 사람만 같다면, 횟수가 다른 나머지 한 사람이 승자가 된다.
 (다) 1의 눈이 나온 횟수가 세 사람 모두 같다면, 모두 승자가 된다.

A와 B가 각각 주사위를 5번씩 던진 후, A는 1의 눈이 2번, B는 1의 눈이 1번 나왔다. C가 주사위를 3번째 던졌을 때 처음으로 1의 눈이 나왔다. A 또는 C가 승자가 될 확률은?

[4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{13}{18}$ ③ $\frac{7}{9}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

16. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 두 실근 α, β 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\alpha - \beta| = 10$
 (나) 두 점 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$ 사이의 거리는 26이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차는? [4점]

- ① $12\sqrt{2}$ ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ $24\sqrt{2}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S_n 은 n 에 대한 이차식이다.
- (나) $S_{10} = S_{50} = 10$
- (다) S_n 은 $n = 30$ 에서 최댓값 410을 갖는다.

50보다 작은 자연수 m 에 대하여 $S_m > S_{50}$ 을 만족시키는 m 의

최솟값을 p , 최댓값을 q 라 할 때, $\sum_{k=p}^q a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 39 ② 40 ③ 41 ④ 42 ⑤ 43

18. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 적힌 수를 더하는 시행을 반복한다. 꺼낸 공은 다시 넣지 않으며, 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 짝수이거나 꺼낸 공에 적힌 수를 차례로 더하다가 그 합이 짝수가 되면 이 시행을 멈추기로 한다. 시행을 멈출 때까지 꺼낸 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 모든 공의 크기와 재질은 서로 같다.)

첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수일 때, 꺼낸 공에 적힌 모든 수의 합이 짝수가 되려면 그 이후 시행에서 홀수가 적힌 공이 한 번 더 나와야 한다. 이때 짝수가 적힌 공은 4개이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값 중 가장 큰 값을 m 이라 하면 $m = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(i) $X=1$ 인 경우
 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 짝수이므로 $P(X=1) = \frac{4}{9}$

(ii) $X=2$ 인 경우
 첫 번째와 두 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 모두 홀수이므로
 $P(X=2) = \frac{{}_5P_2}{{}_9P_2} = \frac{5}{18}$

(iii) $X=k$ ($3 \leq k \leq m$)인 경우
 첫 번째와 k 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수이고,
 두 번째부터 $(k-1)$ 번째까지 꺼낸 공에 적힌 수가 모두 짝수이므로 $P(X=k) = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{{}_9P_k}$

따라서 $E(X) = \sum_{i=1}^m \{i \times P(X=i)\} = 2$

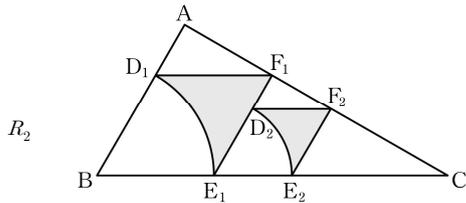
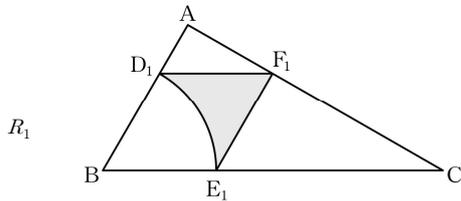
위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 할 때, $a+f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 246 ② 248 ③ 250 ④ 252 ⑤ 254

19. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 삼각형 ABC가 있다. 사각형 $D_1BE_1F_1$ 이 마름모가 되도록 세 선분 AB, BC, CA 위에 각각 점 D_1, E_1, F_1 을 잡고, 마름모 $D_1BE_1F_1$ 의 내부와 중심이 B인 부채꼴 BE_1D_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 사각형 $D_2E_1E_2F_2$ 가 마름모가 되도록 세 선분 F_1E_1, E_1C, CF_1 위에 각각 점 D_2, E_2, F_2 를 잡고, 마름모 $D_2E_1E_2F_2$ 의 내부와 중심이 E_1 인 부채꼴 $E_1E_2D_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮ ⋮

- ① $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$
- ② $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$
- ③ $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$
- ④ $\frac{2(3\sqrt{3}-\pi)}{3}$
- ⑤ $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

집합 X 의 임의의 두 원소 a, b 에 대하여
 $f(a) \geq b$ 이면 $f(a) \geq f(b)$
 이다.

$f(1) = 3$ 일 때, $f(2) + f(4)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 뿐이다.
- (나) 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 -4 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $f'(\alpha)=0$
 - ㄴ. $\beta=\alpha+3$
 - ㄷ. $f(0)=16$ 이면 $\alpha^2+\beta^2=18$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x)=10x^2+12x$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 1이 아닌 두 양수 a, b 가 $\log_a b=3$ 을 만족시킬 때, $\log \frac{b}{a} \times \log_a 100$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - x}{x - 5} = 8 \text{ 일 때, } f(7) \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

25. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A 는 다음 조건을 만족시킨다.

m 이 집합 A 의 원소이면, m^2 의 일의 자릿수와 n^2 의 일의 자릿수가 같아지는 m 이 아닌 자연수 n 이 집합 A 에 존재한다.

예를 들면, 2가 집합 A 의 원소이면 2^2 의 일의 자릿수와 8^2 의 일의 자릿수가 같으므로 8도 집합 A 의 원소이다.

공집합이 아닌 집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 흰 공 4개, 검은 공과 파란 공이 각각 2개씩, 빨간 공과 노란 공이 각각 1개씩 총 10개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 5개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공의 색이 3종류인 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공은 구별하지 않는다.) [4점]

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-3}{x} = 0$
- (나) 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-1$ 의 교점의 개수는 2이다.

28. 식문화 체험의 날에 어느 고등학교 전체 학생을 대상으로 점심과 저녁 식사를 제공하였다. 모든 학생들은 매 식사 때마다 양식과 한식 중 하나를 반드시 선택하였고, 전체 학생의 60%가 점심에 한식을 선택하였다.

점심에 양식을 선택한 학생의 25%는 저녁에도 양식을 선택하였고, 점심에 한식을 선택한 학생의 30%는 저녁에도 한식을 선택하였다.

이 고등학교 학생 중에서 임의로 선택한 한 명이 저녁에 양식을 선택한 학생일 때, 이 학생이 점심에 한식을 선택했을 확률은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 짝수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (a_n \text{ 이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{ 이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 = 5$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

30. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = g(0)$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{x-a} = 0$

(다) $\int_0^a \{g(x) - f(x)\} dx = 36$

$3 \int_0^a |f(x) - g(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 (표기)했는지 확인하시오.