

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $3^3 \div 81^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

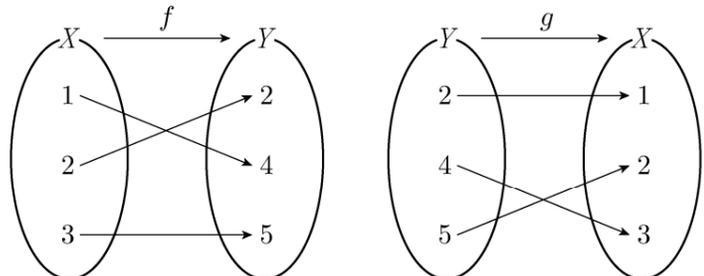
2. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{2, 3, 4\}, B = \{1, a\}$$

에 대하여  $n(A \cap B) = 1$ 이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은?  
[2점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

3. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p: |x - a| \leq 1,$$

$$q: x < 10$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값은?  
[3점]

- ① 0      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

# 2

## 수학 영역(나형)

5. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.

(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16      ② 20      ③ 24      ④ 28      ⑤ 32

6.  $\int_0^2 (3x^2 + 6x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 20      ② 22      ③ 24      ④ 26      ⑤ 28

7. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = a_3 + 8, \quad 2a_4 - 3a_6 = 3$$

일 때,  $a_k < 0$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

8. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{7}{10}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때,  $P(B^C | A^C)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

9. 정의역이  $\{x | x > a\}$ 인 함수  $y = \sqrt{2x - 2a} - a^2 + 4$ 의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

10. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\sqrt{9n^2 + 4} < \sqrt{na_n} < 3n + 2$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

11. 0이 아닌 실수  $k$ 에 대하여 함수  $y = \frac{k}{x-1} + 5$ 의 그래프가 점  $(5, 3a)$ 를 지나고 두 점근선의 교점의 좌표가  $(1, 2a+1)$ 일 때,  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12.  $\sum_{k=1}^9 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 91      ② 93      ③ 95      ④ 97      ⑤ 99

13. 확률변수  $X$ 가 평균이  $m$ , 표준편차가  $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여  $m$ 의 값을 구한 것은? [3점]

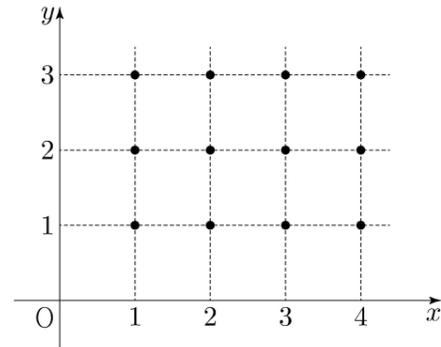
$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③ 2      ④  $\frac{9}{4}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

14. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점  $(a, b)$  중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은? [4점]

- (가)  $a, b$ 는 자연수이다.  
 (나)  $1 \leq a \leq 4, 1 \leq b \leq 3$

- ①  $\frac{41}{66}$       ②  $\frac{43}{66}$       ③  $\frac{15}{22}$       ④  $\frac{47}{66}$       ⑤  $\frac{49}{66}$



15. 함수  $f(x) = x^2 - 2x$ 에 대하여 두 곡선  $y = f(x)$ ,  
 $y = -f(x-1) - 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{5}{12}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

16. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 2$$

를 만족시킨다.  $f(1) \leq 12$ 일 때,  $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 27    ② 30    ③ 33    ④ 36    ⑤ 39

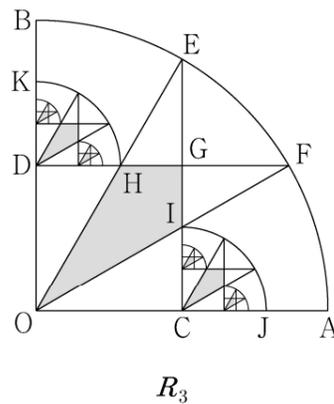
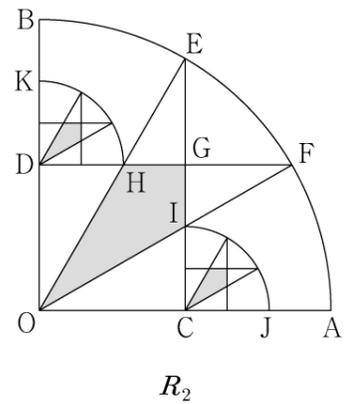
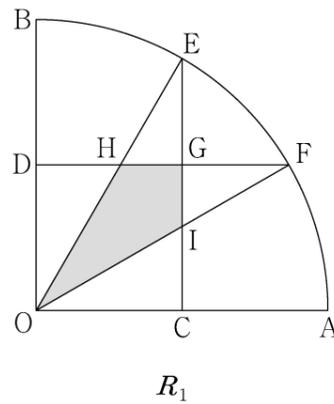
17. 함수  $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x$ 의 극댓값이 4이고  $f(-2) > 0$ 일 때,  $f(-1)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 그림과 같이 중심이  $O$ , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $OAB$ 가 있다. 선분  $OA$ 의 중점을  $C$ , 선분  $OB$ 의 중점을  $D$ 라 하자. 점  $C$ 를 지나고 선분  $OB$ 와 평행한 직선이 호  $AB$ 와 만나는 점을  $E$ , 점  $D$ 를 지나고 선분  $OA$ 와 평행한 직선이 호  $AB$ 와 만나는 점을  $F$ 라 하자. 선분  $CE$ 와 선분  $DF$ 가 만나는 점을  $G$ , 선분  $OE$ 와 선분  $DG$ 가 만나는 점을  $H$ , 선분  $OF$ 와 선분  $CG$ 가 만나는 점을  $I$ 라 하자. 사각형  $OIGH$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 중심이  $C$ , 반지름의 길이가  $\overline{CI}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $CJI$ 와 중심이  $D$ , 반지름의 길이가  $\overline{DH}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $DHK$ 를 그린다. 두 부채꼴  $CJI$ ,  $DHK$ 에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$       ②  $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$       ③  $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$   
 ④  $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$       ⑤  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

19. 함수  $f(x) = 4x^4 + 4x^3$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

20. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를  $x$ , 파란색 공의 개수를  $y$ , 노란색 공의 개수를  $z$ 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는  $x, y, z$ 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y + z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z)$ 는

$$(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$$

이다.

(i)  $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 이다.

(ii)  $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 이다.

(iii)  $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서

빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \text{} + \text{}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{110}$     ②  $\frac{27}{220}$     ③  $\frac{7}{55}$     ④  $\frac{29}{220}$     ⑤  $\frac{3}{22}$

21. 함수  $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수  $h(x)$ 가  $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면  $h'(x) = g(x)$ 이다.

ㄴ. 함수  $f(x)$ 가  $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면

$$\int_0^1 g(x) dx = -1 \text{이다.}$$

ㄷ.  $f(0) = 0$ 이면 방정식  $g(x) = 0$ 은 열린 구간  $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22.  ${}_8C_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)$ 가  $x = 2$ 에서 연속이고

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a + 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3a - 2$$

를 만족시킬 때,  $a + f(2)$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = 3n - 1$$

을 만족시킨다.  $a_3 = 4$ 일 때,  $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간은 평균이  $m$ 분, 표준편차가  $\sigma$ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점을 방문한 고객 중 64명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간의 평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq b$ 이다.  $b - a = 4.9$ 일 때,  $\sigma$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

26.  $n$ 이 자연수일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2n-1)x + n(n-1) = 0$$

의 두 근을  $\alpha_n, \beta_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{81} \frac{1}{\sqrt{\alpha_n} + \sqrt{\beta_n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$  과 직선  $y = 2x + k$  가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수  $k$  의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 네 양수  $a, b, c, k$  가 다음 조건을 만족시킬 때,  $k^2$  의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $3^a = 5^b = k^c$   
 (나)  $\log c = \log(2ab) - \log(2a + b)$

29. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.  
 (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.  
 (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 네 개의 수  $f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(-1, f(-1))$ 에서의 접선과 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선이 점  $(k, 0)$ 에서 만난다.  $f(2k)=20$ 일 때,  $f(4k)$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.