제 2 교시

# 수학 영역 (가형)

5지선다형

1. $\log_3 9$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $(2^3 \times 2)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

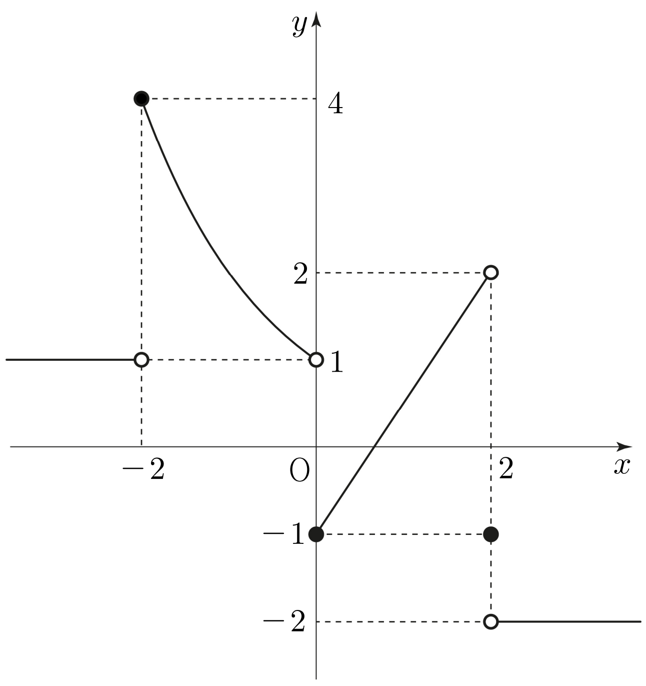
3. $\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ $\pi$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.




$\lim_{x \to -2+} f(x) + \lim_{x \to 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10}(2a_n - b_n) = 7, \ \sum_{n=1}^{10}(a_n + b_n) = 5$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}(a_n - 2b_n)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여 $\angle \mathrm{BAC} = \frac{\pi}{4}$ 일 때, 선분 BC 의 길이는? [3점]

① $3\sqrt{2}$ ② $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

8. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ 이고 $\tan\theta=\frac{3}{4}$ 일 때,
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+2\sin(\pi-\theta)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=6,\ a_{n+1}=a_n+3^n\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

일 때, $a_4$ 의 값은? [3점]

① 39 ② 42 ③ 45 ④ 48 ⑤ 51

10. $-3\le x\le 3$ 에서 함수 $f(x)=\log_2(x^2-4x+20)$ 의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 두 곡선 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y=\left(\frac{1}{9}\right)^x$ 이 직선 $y=9$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

12. 다항함수 $f(x)$ 가

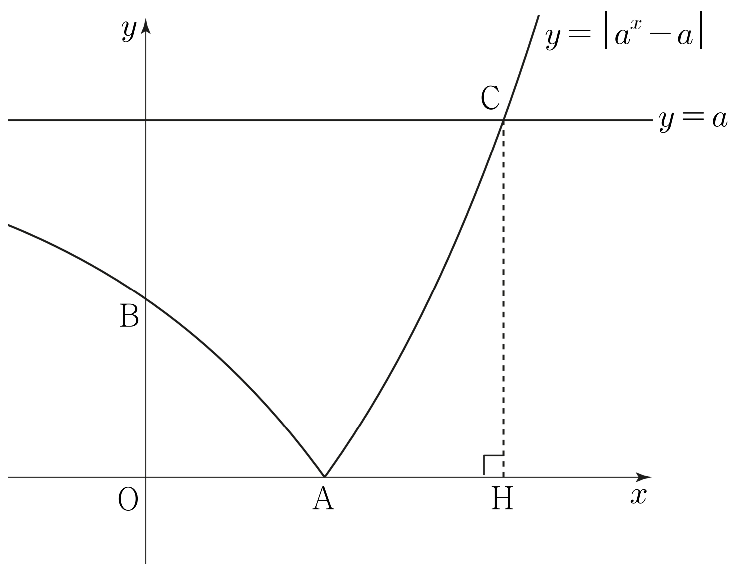
$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-3x^2}{x}=10,\ \lim_{x\to 1}f(x)=20$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 상수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $y=\left|a^x-a\right|$의 그래프가 $x$축, $y$축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $y=a$와 만나는 점을 C라 하고, 점 C에서 $x$축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{AH}}=1$일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$　④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$




14. 첫째항과 공차가 모두 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 세 항 $a_2$, $a_5$, $a_{14}$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\dfrac{a_{23}}{a_3}$의 값은? [4점]

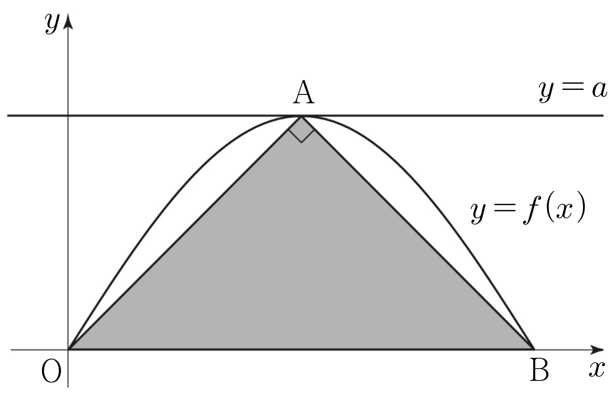
① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

15. 그림과 같이 두 양수 $a$, $b$에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin bx \quad \left(0 \le x \le \frac{\pi}{b}\right)$$

의 그래프가 직선 $y=a$와 만나는 점을 A, $x$축과 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 B라 하자.

$\angle \mathrm{OAB}=\dfrac{\pi}{2}$인 삼각형 OAB의 넓이가 4일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]




① $1+\dfrac{\pi}{6}$ ② $2+\dfrac{\pi}{6}$ ③ $2+\dfrac{\pi}{4}$

④ $3+\dfrac{\pi}{4}$ ⑤ $3+\dfrac{\pi}{3}$

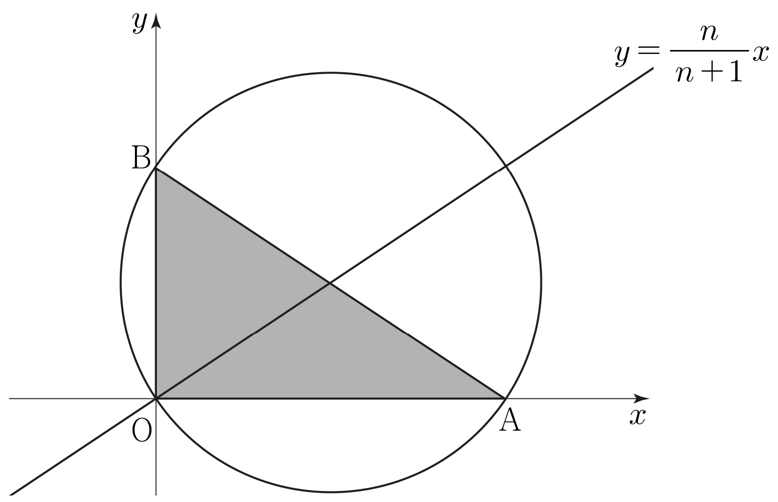
16. 자연수 $n$에 대하여 $0<x<n\pi$일 때,

방정식 $\sin x=\dfrac{3}{n}$의 모든 실근의 개수를 $a_n$이라 하자.

$\displaystyle\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값은? [4점]

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

17. 그림과 같이 자연수 $n$에 대하여 중심이 직선 $y=\dfrac{n}{n+1}x$ 위에 있는 원이 원점을 지난다. 이 원이 $x$축과 만나는 점 중에서 $x$좌표가 양수인 점을 A, $y$축과 만나는 점 중에서 $y$좌표가 양수인 점을 B라 하자.
$\overline{\mathrm{OB}}=2n$이고 삼각형 OAB의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{S_n}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]




① $\dfrac{5}{11}$ ② $\dfrac{6}{11}$ ③ $\dfrac{7}{11}$ ④ $\dfrac{8}{11}$ ⑤ $\dfrac{9}{11}$

18. 일반항이 $a_n=n^2$인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합을 $S_n$이라 하자.
다음은 모든 자연수 $n$에 대하여

$$(n+1)S_n-\sum_{k=1}^{n}S_k=\sum_{k=1}^{n}k^3 \quad \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

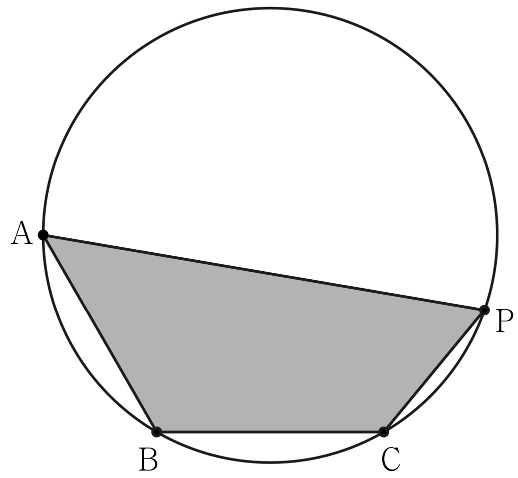
(i) $n=1$일 때,
(좌변)$=2S_1-S_1=1$, (우변)$=1$이므로
$(*)$이 성립한다.
(ii) $n=m$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면
$(m+1)S_m-\displaystyle\sum_{k=1}^{m}S_k=\sum_{k=1}^{m}k^3$이다.
$n=m+1$일 때 $(*)$이 성립함을 보이자.
$(m+2)S_{m+1}-\displaystyle\sum_{k=1}^{m+1}S_k$
$=\boxed{(가)}\,S_{m+1}-\displaystyle\sum_{k=1}^{m}S_k$
$=\boxed{(가)}\,S_m+\boxed{(나)}-\displaystyle\sum_{k=1}^{m}S_k$
$=\displaystyle\sum_{k=1}^{m+1}k^3$이다.
따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 식은 모든 자연수 $n$에 대하여 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $f(2)+g(1)$의 값은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

19. 반지름의 길이가 3인 원의 둘레를 6등분하는 점 중에서 연속된 세 개의 점을 각각 A, B, C 라 하자. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{CP}}=8$ 이다. 사각형 ABCP 의 넓이는? [4점]

① $\dfrac{13\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{19\sqrt{3}}{3}$
④ $\dfrac{22\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{25\sqrt{3}}{3}$




20. 두 수 2와 4 사이에 $n$개의 수 $a_1$, $a_2$, $a_3$, $\cdots$, $a_n$을 넣어 만든 $(n+2)$개의 수 2, $a_1$, $a_2$, $a_3$, $\cdots$, $a_n$, 4가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
집합 $A_n=\{2,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ 4\}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $n$은 자연수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $n$이 홀수이면 $3\in A_n$
ㄴ. 모든 자연수 $n$에 대하여 $A_n \subset A_{2n+1}$
ㄷ. 집합 $A_{2n+1}-A_n$의 모든 원소의 합을 $S_n$이라 할 때, $S_6+S_{13}=63$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_{14}$ 의 값은? [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{2m-1} a_n = 0$ 을 만족시키는 자연수 $m$ 이 존재한다.
(나) $2\sum_{n=1}^{15} a_n = \sum_{n=1}^{15} |a_n| = 90$

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

단 답 형

22. $8\sin\frac{\pi}{6} + \tan\frac{\pi}{4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log 20 + \log 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 방정식 $3^x - 3^{4-x} = 24$ 를 만족시키는 실수 $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 모든 실수 $x$ 에 대하여 $\sqrt[3]{-x^2+2ax-6a}$ 가 음수가 되도록 하는 모든 자연수 $a$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 첫째항과 공비가 모두 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

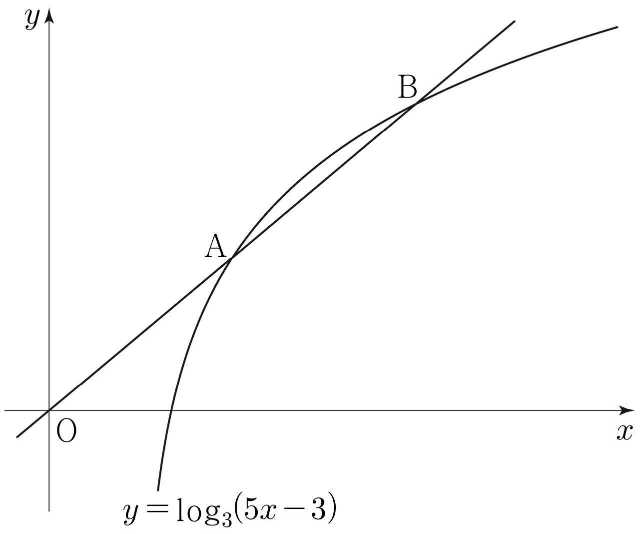
$5 \le a_2 \le 6$, $42 \le a_4 \le 96$ 일 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. 곡선 $y=\log_3(5x-3)$ 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 세 점 O, A, B는 한 직선 위에 있다.
> (나) $\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{OB}} = 1 : 2$

직선 AB의 기울기가 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




28. 방정식

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{7}{8}=0$$

의 모든 실근의 합이 $\dfrac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $0 \le x \le 2\pi$이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**29.** 직선 $y=x+n-2^n$이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하면, 점 A의 좌표는 $(2^n,\ n)$이다. $1<\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sqrt{2}}<10$을 만족시키는 모든 자연수 $n$의 값의 합을 구하시오. [4점]

**30.** 실수 $k$와 함수

$$f(x)=\begin{cases}2^{x-2} & (x<2)\\ 2^{-x+2} & (x\geq 2)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-k|+k$라 하자. 직선 $y=2k$와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(k)$라 할 때, $\lim_{k\to\frac{1}{4}-}\left\{h(k)h\left(k+\frac{1}{4}\right)\right\}$의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.