

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4n + 1}}{2n + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

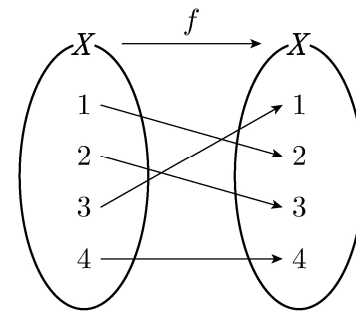
3. 두 집합

$$A = \{2, a\}, B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 실수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(1) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2

수학 영역(나형)

5. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: |x-4| = 2,$$

$$q: x \geq a$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

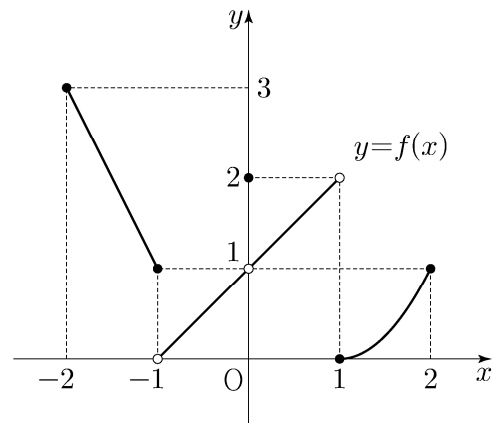
6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(A^c \cap B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_5 12$ 를 a , b 로 옳게 나타낸 것은?
[3점]

- ① $\frac{1}{a} + b$ ② $\frac{2}{a} + b$ ③ $\frac{1}{a} + 2b$
 ④ $a + \frac{1}{b}$ ⑤ $2a + \frac{1}{b}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + (-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다. a_5 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 검은 공 3개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3) = 2$ 를 만족시킨다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = r$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n+2} - 1}{r^n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

12. 두 곡선 $y = \frac{6}{x-5} + 3$, $y = \sqrt{x-k}$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx + 4(n-4) = 0$$

이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

14. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 7일 때,

상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+3 & (x < 0) \\ -2x+2 & (x \geq 0) \end{cases},$$



$$g(x) = \begin{cases} 2x & (x < a) \\ 2x-1 & (x \geq a) \end{cases}$$

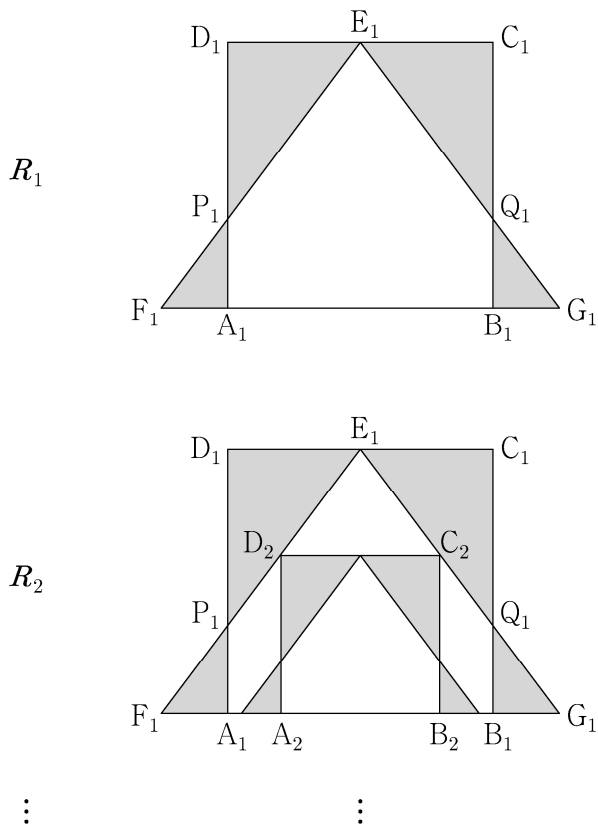
가 있다. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 네 수 a, b, c, d 의 곱 $a \times b \times c \times d$ 가 12일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{5}{72}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{11}{72}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 C_1D_1 의 중점을 E_1 이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1 을 $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분 D_1A_1 과 선분 E_1F_1 의 교점을 P_1 , 선분 B_1C_1 과 선분 G_1E_1 의 교점을 Q_1 이라 할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1, P_1F_1A_1, Q_1B_1G_1, E_1Q_1C_1$ 로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2 와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

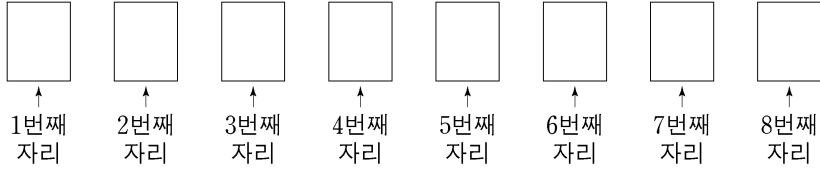
이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$
 ㄴ. $g(1) < \frac{3}{2}$
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 0일 때, $g(2) = \frac{5}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k 라 하자.



다음은 두 자연수 m, n ($1 \leq m < n \leq 8$)에 대하여 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

A_k 는 k 번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

$A_m \cap A_n$ ($m < n$)은 m 번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n 번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m 번째와 n 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편, 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

를 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는

m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $m=3, n=5$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 4x^3 + 3x^2}{x^{n+1} + 1} = 6, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = 4 \text{인 자연수 } n \text{이 존재한다.}$$

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x+6 & (2 \leq x < 3) \\ 0 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

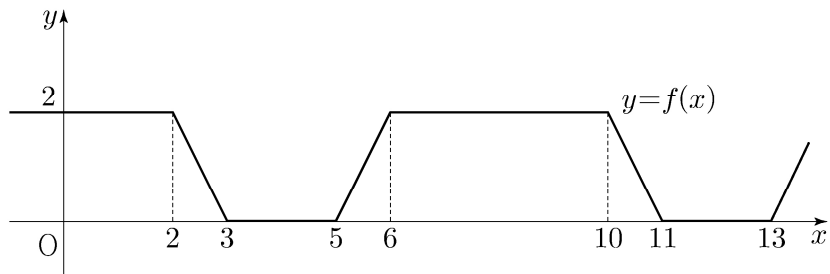
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고 $f(x) = f(x-8)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + n & (x \neq 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



단답형

22. 9C_7 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다. $t = 3$ 에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

26. 자연수 전체의 집합 U 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

에 대하여

$$n(X) = 2, X - (A - B) = \emptyset$$

을 만족시키는 U 의 모든 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

[4점]

27. 두 함수

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - k, \quad g(x) = 2x^2 + 3x - 10$$

에 대하여 부등식

$$f(x) \geq 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나) $\sum_{k=1}^m a_k = 122$

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $n=1, 2$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.

(나) $x_3 \leq 10$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.