

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. $\left(\frac{1}{4^3}\right)^3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_2 12 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{5}{6}\pi$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [2점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

4. 실수 x 가 $5^x = \sqrt{3}$ 을 만족시킬 때, $5^{2x} + 5^{-2x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{19}{6}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

5. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식

$$2\cos x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

6. 함수 $f(x) = 2^{x+3} - 1$ 의 그래프의 점근선이 직선 $y = k$ 일 때, $f(k)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	4	5	6	...
⋮		⋮	⋮	⋮	
5.97738	.7745	.7752	...
6.07810	.7818	.7825	...
6.17882	.7889	.7896	...

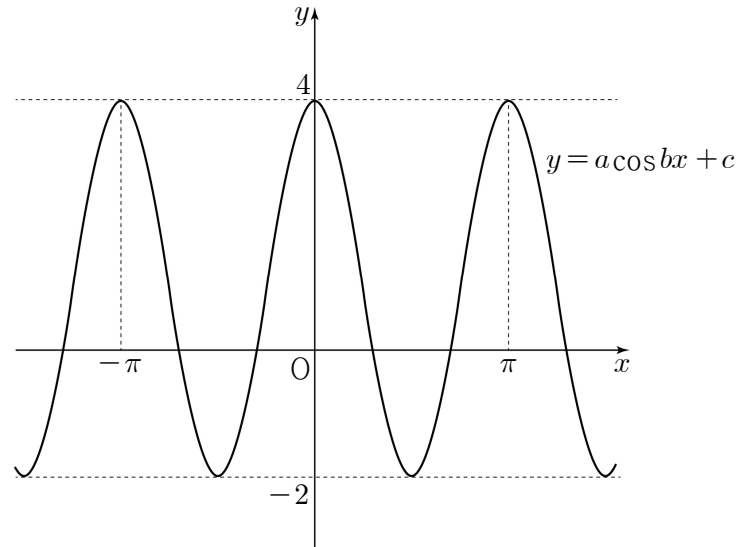
이 표를 이용하여 구한 $\log \sqrt{6.04}$ 의 값은? [3점]

- ① 0.3905 ② 0.7810 ③ 1.3905
 ④ 1.7810 ⑤ 2.3905

8. 좌표평면 위의 원점 O 에서 x 축의 양의 방향으로 시초선을 잡을 때, 원점 O 와 점 $P(5, 12)$ 를 지나는 동경 OP 가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자. $\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ $-\frac{5}{13}$ ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ $\frac{7}{13}$

10. 세 양수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a\cos bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $2a+b+c$ 의 값은? [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

9. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ 라 할 때, $\log_5 18$ 을 a, b 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{2a+b}{1+a}$ ② $\frac{a+2b}{1+a}$ ③ $\frac{a+b}{1-a}$
 ④ $\frac{2a+b}{1-a}$ ⑤ $\frac{a+2b}{1-a}$

11. $-2 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+a}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{8}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

12. 함수 $y = 2 + \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -8 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프가 제4사분면을 지나지 않도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [3점]
- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

13. 부등식

$$\log_4(x+3) - \log_2(x-3) \geq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

14. 양수 a 와 두 실수 x, y 가

$$15^x = 8, a^y = 2, \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 2$$

를 만족시킬 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

15. 반지름의 길이가 r 인 원형 도선에 세기가 I 인 전류가 흐를 때, 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$B = \frac{kIr^2}{2(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

전류의 세기가 I_0 ($I_0 > 0$)으로 일정할 때, 반지름의 길이가 r_1 인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x_1 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_1 , 반지름의 길이가 $3r_1$ 인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 $3x_1$ 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_2 라 하자. $\frac{B_2}{B_1}$ 의 값은? (단, 전류의 세기의 단위는 A, 자기장의 세기의 단위는 T, 길이와 거리의 단위는 m이다.)

[4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 다음은 $0 < \theta < 2\pi$ 에서 $3 + 2\sin^2\theta + \frac{1}{3-2\cos^2\theta}$ 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$3 + 2\sin^2\theta = t$ 로 놓으면

$$3 + 2\sin^2\theta + \frac{1}{3-2\cos^2\theta} = t + \frac{1}{\boxed{\text{(가)}}}$$

이다. $0 < \theta < 2\pi$ 에서 $t \geq 3$ 이므로 $\boxed{\text{(가)}} > 0$ 이다.

$$t + \frac{1}{\boxed{\text{(가)}}} = t - 2 + \frac{1}{\boxed{\text{(가)}}} + 2 \geq 4$$

이다. (단, 등호는 $t = \boxed{\text{(나)}}$ 일 때 성립한다.)

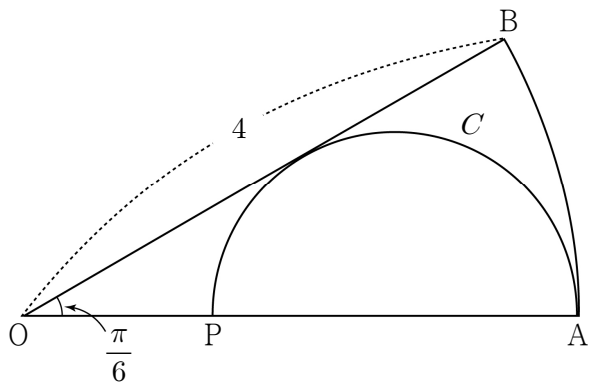
따라서 $3 + 2\sin^2\theta + \frac{1}{3-2\cos^2\theta}$ 은 $\theta = \boxed{\text{(다)}}$ 에서

최솟값 4를 갖는다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(t)$, (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $f(p) + \tan^2\left(q + \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA 위의 점 P에 대하여 선분 PA를 지름으로 하고 선분 OB에 접하는 반원을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이를 S_1 , 반원 C의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 - S_2$ 의 값은? [4점]

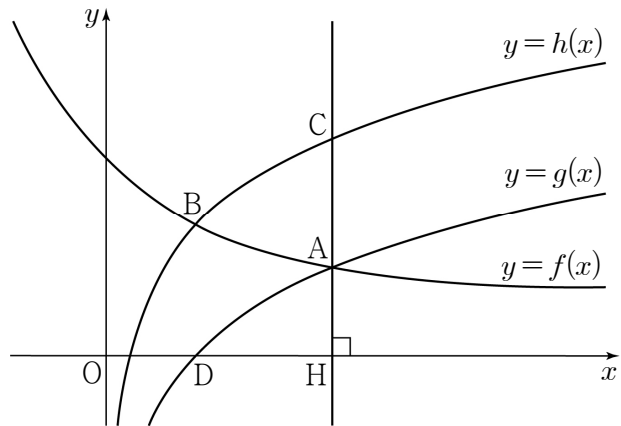


- ① $\frac{\pi}{9}$ ② $\frac{2}{9}\pi$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{4}{9}\pi$ ⑤ $\frac{5}{9}\pi$

18. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원 C가 있다. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $y = \log_a x$ 의 그래프와 원 C가 만나는 두 점 중에서 B가 아닌 점을 P라 하자. $\overline{AP} = \sqrt{3}$ 일 때, $a^{\sqrt{3}}$ 의 값은? [4점]
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 그림과 같이 함수 $f(x)=2^{1-x}+a-1$ 의 그래프가 두 함수 $g(x)=\log_2 x$, $h(x)=a+\log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선이 함수 $h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C, x 축과 만나는 점을 H라 하고, 함수 $g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0$)

[4점]



<보 기>

ㄱ. 점 B의 좌표는 $(1, a)$ 이다.

ㄴ. 점 A의 x 좌표가 4일 때, 사각형 ACBD의 넓이는 $\frac{69}{8}$ 이다.

ㄷ. $\overline{CA} : \overline{AH} = 3 : 2$ 이면 $0 < a < 3$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수 $f(x)=\log_3 x$ 에 대하여 두 양수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|f(a)-f(b)| \leq 1$
 (나) $f(a+b)=1$

ab 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(m)=3-\log_3 k$ 이다. 자연수 k 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

21. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 이 다음과 같다.

$$f(n) = \begin{cases} \sqrt[4]{9 \times 2^{n+1}} & (n \text{이 홀수}) \\ \sqrt[4]{4 \times 3^n} & (n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

10 이하의 두 자연수 p, q 에 대하여 $f(p) \times f(q)$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수는? [4점]

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

단답형

22. $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25}$ 의 값을 구하시오. [3점]

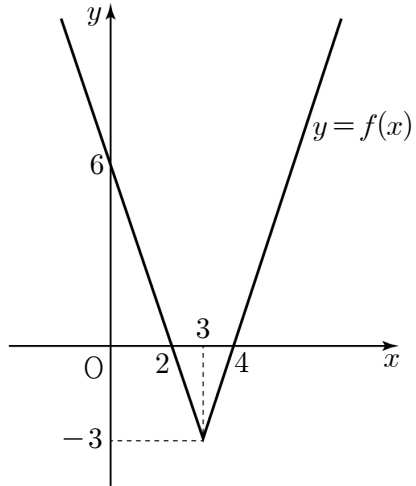
23. $\sin^2 \theta = \frac{17}{36}$ 일 때, $36 \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_{(a+3)}(-a^2+3a+28)$ 이 정의되도록 하는 모든 정수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 두 집합 $A = \{5, 6\}$, $B = \{-3, -2, 2, 3, 4\}$ 가 있다. 집합 $C = \{x \mid x^a = b, x \text{는 실수}, a \in A, b \in B\}$ 에 대하여 $n(C)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 직선 $x = k$ 가 두 곡선 $y = 1 + \log_2 x$, $y = \log_4 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수 $f(x) = \begin{cases} -3x+6 & (x < 3) \\ 3x-12 & (x \geq 3) \end{cases}$ 의 그래프가 그림과 같다.



부등식 $2^{f(x)} \leq 4^x$ 을 만족시키는 x 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 100 이하의 자연수 k 에 대하여 $2 \leq \log_n k < 3$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수를 $f(k)$ 라 하자. 예를 들어 $f(30)=2$ 이다. $f(k)=4$ 가 되도록 하는 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad f(x) &= \begin{cases} 2^x - 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 2 - 2^{x-1} & (1 < x \leq 2) \end{cases} \\ \text{(나)} \quad n &= 1, 2, 3 \text{ 일 때,} \\ 2^n f(x) &= f(x - 2n) \quad (2n < x \leq 2n + 2) \end{aligned}$$

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $32S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $2 \leq k < 500$ 인 자연수 k 에 대하여 네 자연수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad a, b, c, d &\text{는 } 2 \text{ 이상 } k \text{ 이하이다.} \\ \text{(나)} \quad a^{\frac{1}{b}} \times c^{\frac{1}{d}} &= 24^{\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수가 59가 되도록 하는 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.