

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $(-2+4i)-3i$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [2점]  
①  $-2-i$     ②  $-2+i$     ③  $3-i$     ④  $3+i$     ⑤  $2i$

2. 두 다항식  $A=3x^2+4x-2$ ,  $B=x^2+x+3$ 에 대하여  $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]  
①  $2x^2+3x-5$     ②  $2x^2+3x-3$     ③  $2x^2+3x-1$   
④  $2x^2-3x+3$     ⑤  $2x^2-3x+5$

3.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax-8$ 이  $x-1$ 로 나누어떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [2점]  
① 1    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 9

4.  $x$ 에 대한 이차부등식  $x^2+ax+6 \leq 0$ 의 해가  $2 \leq x \leq 3$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]  
① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

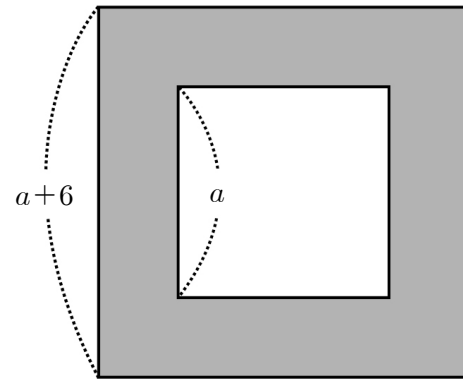
5. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$x^2 + 5x + a = (x+4)(x+b)$$

가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 그림과 같이 한 변의 길이가  $a+6$ 인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가  $a$ 인 정사각형 모양의 색종이를 오려 내었다. 오려낸 후 남아 있는  $\square$  모양의 색종이의 넓이가  $k(a+3)$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]



- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

6. 부등식  $|x-3| \leq 2$ 를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은?

[3점]

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

8.  $2016 \times 2019 \times 2022 = 2019^3 - 9a$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값은?  
[3점]

- ① 2018    ② 2019    ③ 2020    ④ 2021    ⑤ 2022

10. 이차함수  $y = x^2 + 5x + 2$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수  $k$ 의 최솟값은? [3점]

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

9.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때,  $x^2y + xy^2 + x + y$ 의 값은?  
[3점]

- ①  $\sqrt{3}$     ②  $2\sqrt{3}$     ③  $3\sqrt{3}$     ④  $4\sqrt{3}$     ⑤  $5\sqrt{3}$

11.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 - x^2 - ax + 5$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은  $Q(x)$ , 나머지는 5이다.  $Q(a)$ 의 값은?  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

12.  $x-y=3$ ,  $x^3-y^3=18$ 일 때,  $x^2+y^2$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

13. 두 복소수  $\alpha = \frac{1-i}{1+i}$ ,  $\beta = \frac{1+i}{1-i}$  에 대하여

$(1-2\alpha)(1-2\beta)$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 망원경에서 대물렌즈 지름의 길이를 구경이라 하고 천체로부터 오는 빛을 모으는 능력을 집광력이라 한다. 구경이  $D(\text{mm})$ 인 망원경의 집광력  $F$ 는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$F = kD^2 \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

구경이 40인 망원경  $A$ 의 집광력은 구경이  $x$ 인 망원경  $B$ 의 집광력의 2배일 때,  $x$ 의 값은? [4점]

- ①  $10\sqrt{2}$     ②  $15\sqrt{2}$     ③  $20\sqrt{2}$     ④  $25\sqrt{2}$     ⑤  $30\sqrt{2}$

15.  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x+2 > 3 \\ 3x < a+1 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합이 9가 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

16. 이차방정식  $x^2+x-1=0$ 의 서로 다른 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.

다항식  $P(x)=2x^2-3x$ 에 대하여  $\beta P(\alpha)+\alpha P(\beta)$ 의 값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

17. 두 자연수  $a, b (a < b)$ 와 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$(x^2 - x)(x^2 - x + 3) + k(x^2 - x) + 8 = (x^2 - x + a)(x^2 - x + b)$$

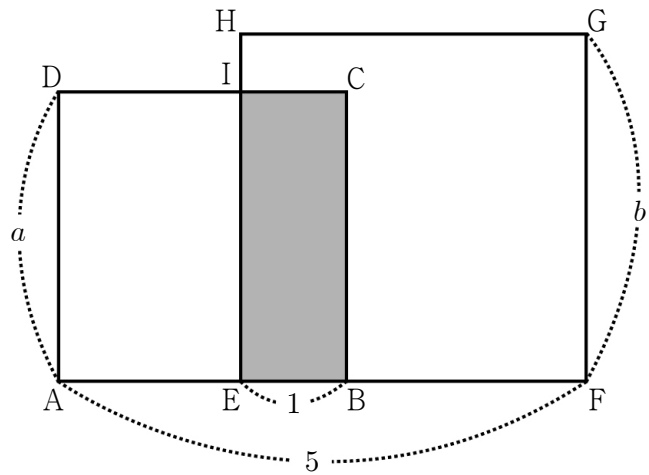
를 만족시키는 모든 상수  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

18. 한 변의 길이가  $a$ 인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가  $b$ 인

정사각형 EFGH가 있다. 그림과 같이 네 점 A, E, B, F가 한 직선 위에 있고  $\overline{EB} = 1, \overline{AF} = 5$ 가 되도록 두 정사각형을 겹치게 놓았을 때, 선분 CD와 선분 HE의 교점을 I라 하자.

직사각형 EBCI의 넓이가 정사각형 EFGH의 넓이의  $\frac{1}{4}$ 일 때,  $b$ 의 값은? (단,  $1 < a < b < 5$ ) [4점]



- ①  $-2 + \sqrt{26}$       ②  $-2 + 3\sqrt{3}$       ③  $-2 + 2\sqrt{7}$   
 ④  $-2 + \sqrt{29}$       ⑤  $-2 + \sqrt{30}$

19. 다음은  $x$ 에 대한 방정식

$$(x^2 + ax + a)(x^2 + x + a) = 0$$

의 근 중 서로 다른 허근의 개수가 2이기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하는 과정이다.

(1)  $a=1$ 인 경우

주어진 방정식은  $(x^2 + x + 1)^2 = 0$ 이다.

이 때, 방정식  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 근은

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{\boxed{\text{가}}}}{2}i \quad (\text{단, } i = \sqrt{-1}) \text{이므로}$$

방정식  $(x^2 + x + 1)^2 = 0$ 의 서로 다른 허근의 개수는 2이다.

(2)  $a \neq 1$ 인 경우

방정식  $x^2 + ax + a = 0$ 의 근은  $x = \frac{-a \pm \sqrt{\boxed{\text{나}}}}{2}$ 이다.

(i)  $\boxed{\text{나}} < 0$ 일 때, 방정식  $x^2 + ax + a = 0$ 은 실근을 가져야 하므로 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4}$$

이다.

(ii)  $\boxed{\text{나}} \geq 0$ 일 때, 방정식  $x^2 + ax + a = 0$ 은 허근을 가져야 하므로 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$a \geq \boxed{\text{다}}$$

이다.

따라서 (1)과 (2)에 의하여

방정식  $(x^2 + ax + a)(x^2 + x + a) = 0$ 의 근 중 서로 다른 허근의 개수가 2이기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4} \text{ 또는 } a = 1 \text{ 또는 } a \geq \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 하고,

(나)에 알맞은 식을  $f(a)$ 라 할 때,  $p + q + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

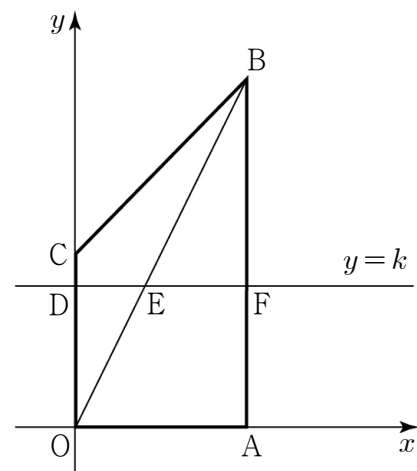
20. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점  $O(0, 0), A(1, 0), B(1, 2), C(0, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형  $OABC$ 가 있다.

실수  $k(0 < k < 1)$ 에 대하여 직선  $y = k$ 가 세 선분  $OC, OB, AB$ 와 만나는 점을 각각  $D, E, F$ 라 하자.

삼각형  $OED$ 의 넓이를  $S_1$ , 사각형  $OAFE$ 의 넓이를  $S_2$ ,

삼각형  $EFB$ 의 넓이를  $S_3$ , 사각형  $DEBC$ 의 넓이를  $S_4$ 라

할 때,  $(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2$ 의 최솟값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{3}{16}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{5}{16}$       ⑤  $\frac{3}{8}$



21. 두 이차함수

$$f(x) = (x-a)^2 - a^2,$$

$$g(x) = -(x-2a)^2 + 4a^2 + b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $f(x) = g(x)$ 는 서로 다른 두 실근  $\alpha, \beta$ 를 갖는다.  
 (나)  $\beta - \alpha = 2$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $a=1$ 일 때,  $b = -\frac{5}{2}$

ㄴ.  $f(\beta) - g(\alpha) \leq g(2a) - f(a)$

ㄷ.  $g(\beta) = f(\alpha) + 5a^2 + b$ 이면  $b = -16$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항식  $(x+3)^3$ 을 전개한 식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2x + a - 6 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - kx + 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 5$ 이다. 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 연립방정식

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ x^2 - 2y^2 = 50 \end{cases}$$

의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $x$ 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - x^2 + kx - k = 0$$

이 허근  $3i$ 와 실근  $\alpha$ 를 가질 때,  $k + \alpha$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $k$ 는 실수이고,  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

27. 실수  $a$ 에 대하여 복소수  $z=a+2i$ 가  $\bar{z} = \frac{z^2}{4i}$ 을 만족시킬 때,  
 $a^2$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $i = \sqrt{-1}$  이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이다.) [4점]

28. 두 이차다항식  $P(x)$ ,  $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $2P(x)+Q(x)=0$ 이다.

(나)  $P(x)Q(x)$ 는  $x^2-3x+2$ 로 나누어떨어진다.

$P(0)=-4$ 일 때,  $Q(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29.  $-2 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 이차함수  $f(x)$ 가

$$f(0)=f(4), f(-1)+|f(4)|=0$$

을 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 의 최솟값이  $-19$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30.  $x$ 에 대한 이차부등식

$$(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$$

의 해가  $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

두 실수  $\alpha, \beta$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가)  $\beta - \alpha$ 는 자연수이다.

(나)  $\alpha \leq x \leq \beta$ 를 만족하는 정수  $x$ 의 개수는 3이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.