• 2교시 수학 영역 •

[나형]

1	④	**2**	①	**3**	③	**4**	②	**5**	③
6	⑤	**7**	④	**8**	②	**9**	②	**10**	⑤
11	①	**12**	④	**13**	②	**14**	①	**15**	⑤
16	①	**17**	③	**18**	③	**19**	⑤	**20**	④
21	⑤	**22**	25	**23**	10	**24**	6	**25**	85
26	3	**27**	36	**28**	9	**29**	126	**30**	306

1. [출제의도] 지수 계산하기

$3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3} = 3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 3^2 = 9$

2. [출제의도] 집합 계산하기

$A-B=\{1, 5\}$이므로 모든 원소의 합은 6

3. [출제의도] 등차수열 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 할 때,

$a_4 - a_2 = 9-3 = 2d$이므로 $d=3$

4. [출제의도] 무리함수의 그래프의 평행이동 이해하기

함수 $y=\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동하면 함수 $y=\sqrt{2(x-a)}$의 그래프와 같으므로 함수 $y=\sqrt{2x-2a}$의 그래프와 함수 $y=\sqrt{2x-4}$의 그래프는 일치한다.

따라서 $a=2$

5. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$$\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3} = \log_2\left(3 \times \frac{8}{3}\right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\log_2 2 = 3$$

6. [출제의도] 등비수열의 극한 이해하기

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a+\left(\frac{1}{4}\right)^n}{5+\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{a}{5} = 3$$

따라서 $a=15$

7. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$f(0)=3$, $\lim\limits_{x\to 2+} f(x) = 5$이므로

$f(0) + \lim\limits_{x\to 2+} f(x) = 8$

8. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim\limits_{x\to 1}(x-1)f(x) = 3$이고 $\lim\limits_{x\to 1}(x+1) = 2$이므로

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}(x^2-1)f(x) &= \lim_{x\to 1}(x+1)(x-1)f(x) \\ &= \lim_{x\to 1}(x+1) \times \lim_{x\to 1}(x-1)f(x) \\ &= 2\times 3 = 6\end{aligned}$$

9. [출제의도] 명제 이해하기

조건

‘어떤 실수 x에 대하여 $(x-1)^2+ax \neq x^2+1$이다.’

의 부정인

‘모든 실수 x에 대하여 $(x-1)^2+ax = x^2+1$이다.’

가 참인 명제가 되려면

모든 실수 x에 대하여 $x^2+(a-2)x+1 = x^2+1$

이 성립해야 하므로 $a=2$

10. [출제의도] 수열의 귀납적 정의 이해하기

a_1이 홀수이므로 $a_2 = 3a_1 - 1 = 2$

a_2가 짝수이므로 $a_3 = (a_2)^2 + 1 = 5$

a_3이 홀수이므로 $a_4 = 3a_3 - 1 = 14$

11. [출제의도] 분할 이해하기

같은 종류의 상자 3개에 같은 종류의 야구공 8개를 남김없이 나누어 담는 경우의 수는 $P(8, 3)$과 같다.

$$\begin{aligned}8 &= 6+1+1 \\ &= 5+2+1 \\ &= 4+3+1 \\ &= 4+2+2 \\ &= 3+3+2\end{aligned}$$
이므로

$P(8, 3) = 5$

12. [출제의도] 급수의 성질 이용하여 추론하기

수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(7-\frac{a_n}{2^n}\right)$이

수렴하므로 $b_n = 7-\frac{a_n}{2^n}$이라 하면 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2^n} = \lim_{n\to\infty}(7-b_n) = 7$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2}\times\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2}\times 7 = \frac{7}{2}$$

13. [출제의도] 함수의 성질을 이용하여 추론하기

함수 g는 일대일대응이므로 $g(6)=4$ 또는 2

집합 X의 모든 원소 k에 대하여 $f(k) \neq g(k)$이므로

$f(6)=2$에서 $g(6)=4$이고 $g(4)=2$,

$f(4)=6$에서 $f^{-1}(6)=4$

따라서 $f^{-1}(6)+g(4) = 4+2 = 6$

14. [출제의도] 등차수열을 활용하여 문제해결하기

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$S_9 = 27$이므로

$\frac{9(2a+8d)}{2} = 27 \quad \therefore\ a+4d=3$

$|S_3| = 27$이므로

$\left|\frac{3(2a+2d)}{2}\right| = 27$, $|a+d| = 9$

$\therefore\ a+d=9$ 또는 $a+d=-9$

(ⅰ) $a+d=9$인 경우

$a+4d=3$과 $a+d=9$를 연립하여 풀면

$a=11$, $d=-2$가 되어 공차가 양수라는 조건에 맞지 않는다.

(ⅱ) $a+d=-9$인 경우

$a+4d=3$과 $a+d=-9$를 연립하여 풀면

$a=-13$, $d=4$

따라서 $a_{10} = -13+9\times 4 = 23$

15. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

$A^C \subset B$에서 $U=(A\cup A^C) \subset (A\cup B)$이고

$A\cup B \subset U$이므로 $A\cup B = U$

$n(A\cap B)=2$이므로

집합 $(A\cup B)-(A\cap B)$의 원소의 합은

$A\cap B=\{1, 3\}$일 때, 최대이고

$A\cap B=\{7, 9\}$일 때, 최소이다.

$\therefore\ M=5+7+9=21$, $m=1+3+5=9$

따라서 $M+m=30$

16. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 문제해결하기

$$\begin{aligned}2^{ab+a+b} &= (2^a)^b \times 2^a \times 2^b \\ &= 3^b \times 3 \times 2^b \\ &= (3\times 2)^b \times 3 \\ &= 5\times 3 = 15\end{aligned}$$

[다른 풀이]

$6^b = (2\times 3)^b = (2\times 2^a)^b = 2^{ab+b}$

$2^{ab+a+b} = 2^{ab+b}\times 2^a = 6^b \times 2^a = 5\times 3 = 15$

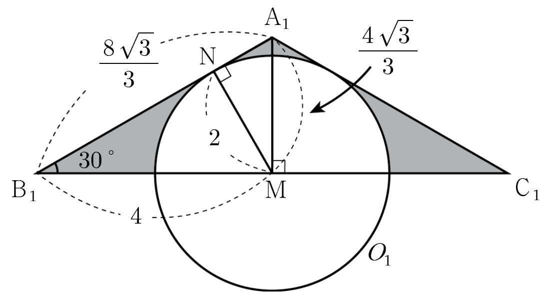
17. [출제의도] 수열의 극한을 활용하여 문제해결하기

$\mathrm{A}_n(n, \sqrt{5n+4})$, $\mathrm{B}_n(n, \sqrt{2n-1})$이므로

$a_n = \sqrt{n^2+5n+4}$, $b_n = \sqrt{n^2+2n-1}$

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\frac{12}{a_n-b_n} &= \lim_{n\to\infty}\frac{12}{\sqrt{n^2+5n+4}-\sqrt{n^2+2n-1}} \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{12\left(\sqrt{n^2+5n+4}+\sqrt{n^2+2n-1}\right)}{3n+5} \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{12\left(\sqrt{1+\frac{5}{n}+\frac{4}{n^2}}+\sqrt{1+\frac{2}{n}-\frac{1}{n^2}}\right)}{3+\frac{5}{n}} \\ &= \frac{12\times(1+1)}{3} = 8\end{aligned}$$

18. [출제의도] 등비급수를 활용하여 문제해결하기



삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$은 이등변삼각형이므로 선분 $\mathrm{B_1C_1}$의 중점을 M이라 하면 원 O_1의 중심은 M이다.

원 O_1과 직선 $\mathrm{A_1B_1}$이 접하는 점을 N이라 하면

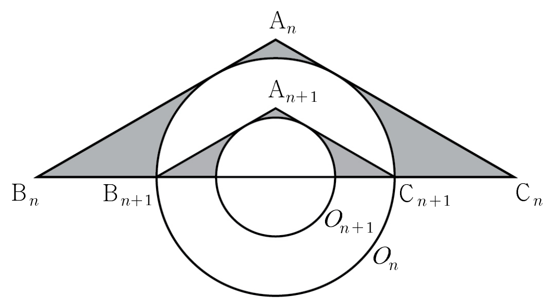
원 O_1의 반지름의 길이 $\overline{\mathrm{MN}}$은

$\overline{\mathrm{MN}} = 4\times\sin 30^\circ = 2$

삼각형 $\mathrm{A_1B_1M}$에서 $\overline{\mathrm{B_1M}}=4$, $\angle\mathrm{A_1B_1M}=30^\circ$

이므로 $\overline{\mathrm{A_1M}} = 4\times\tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$$\begin{aligned}S_1 &= \frac{1}{2}\times 8\times\frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}\times 2\times 2\times\pi \\ &= \frac{16\sqrt{3}}{3} - 2\pi\end{aligned}$$



삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$과 삼각형 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}$은

서로 닮음이고 $\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n} = \overline{\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}}$이므로

닮음비는 2 : 1이다.

삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$과 삼각형 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}$의

닮음비가 2 : 1이므로 넓이의 비는 4 : 1이다.

따라서 S_n은 첫째항이 $\frac{16\sqrt{3}}{3}-2\pi$이고 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이므로

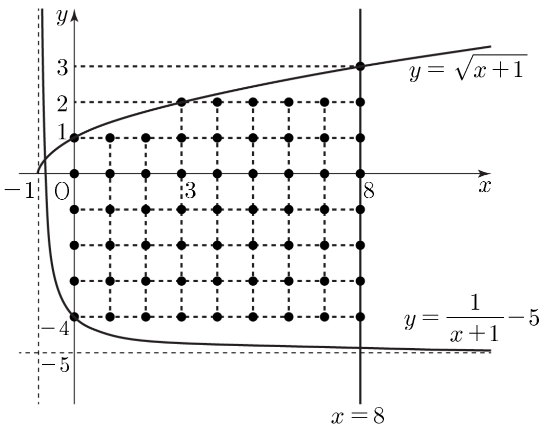
$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{16\sqrt{3}}{3} - 2\pi}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{64\sqrt{3}}{9} - \frac{8\pi}{3}$$

19. [출제의도] 유리함수와 무리함수 그래프를 이용하여 추론하기

ㄱ. 함수 $f(x) = \frac{1}{x+1} - 5$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = -1$, $y = -5$이므로 곡선 $y = f(x)$는 직선 $y = -5$와 만나지 않는다. (참)

ㄴ. 함수 $g(x) = \sqrt{x+1}$ 에서 $x = 0,\ 3,\ 8$일 때만 y좌표가 정수이다. (참)

ㄷ. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{1}{x+1} - 5$ 는 점 $(0,\ -4)$를 지나고, 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 은 점 $(0, 1)$을 지난다.



$0 \le x \le 8$에서

곡선 $y = \frac{1}{x+1} - 5$는 $x = 0$일 때만 y좌표가 정수이고 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 은 $x = 0,\ 3,\ 8$일 때만 y좌표가 정수이다.

두 곡선 $y = \frac{1}{x+1} - 5$, $y = \sqrt{x+1}$ 과 두 직선 $x = 0$, $x = 8$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에서

$x = 0,\ 1,\ 2$일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 각각 6이고

$x = 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 각각 7이고

$x = 8$일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 8이다.

따라서 조건을 만족하는 모든 점의 개수는

$3 \times 6 + 5 \times 7 + 1 \times 8 = 61$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 추론하기

40 이하의 서로 다른 두 자연수 a, b의 최대공약수가 3이므로 서로소인 두 자연수 m, n에 대하여 $a = 3m$, $b = 3n$이라 하면 m과 n은 13 이하의 자연수이다.

순서쌍 (a, b)를 선택하는 경우는 '(i) 서로 다른 두 자연수 m, n을 선택하는 경우'에서 '(ii) 서로 다른 두 자연수 m과 n이 서로소가 아닌 경우'를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :

13개의 자연수에서 서로 다른 두 자연수 m, n을 선택하는 경우의 수는 ${}_{13}\mathrm{P}_2 = \boxed{156}$이다.

(ii)의 경우 :

m과 n이 2의 배수인 경우의 수는 ${}_{6}\mathrm{P}_2$이고,
m과 n이 3의 배수인 경우의 수는 ${}_{4}\mathrm{P}_2$이고,
m과 n이 5의 배수인 경우의 수는 ${}_{2}\mathrm{P}_2$이다.

이 때, 2와 3의 공배수인 $\boxed{6}$의 배수로 이루어진 순서쌍 $(6, 12)$, $(12, 6)$은 중복되므로 제외한다. 서로 다른 두 자연수 m과 n이 서로소가 아닌 경우의 수는

${}_{6}\mathrm{P}_2 + {}_{4}\mathrm{P}_2 + {}_{2}\mathrm{P}_2 - 2 = \boxed{42}$이다.

따라서 40 이하의 서로 다른 두 자연수 a, b의 최대공약수가 3인 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 $\boxed{156} - \boxed{42}$이다.

$p = 156$, $q = 6$, $r = 42$이므로

$p + q + r = 204$

21. [출제의도] 함수의 연속을 활용하여 문제해결하기

$\left|\frac{x-1}{k}\right| < 1$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} = 0$이므로

$1 - k < x < 1 + k$에서

$$f(x) = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} + 1} = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

$\left|\frac{x-1}{k}\right| > 1$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} = \infty$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{k}{x-1}\right)^{2n} = 0$이므로

$x < 1 - k$ 또는 $x > 1 + k$에서

$$f(x) = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} + 1} = \lim_{n\to\infty}\frac{1 - \left(\frac{k}{x-1}\right)^{2n}}{1 + \left(\frac{k}{x-1}\right)^{2n}}$$
$$= \frac{1-0}{1+0} = 1$$

$\left|\frac{x-1}{k}\right| = 1$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} = 1$이므로

$x = 1 - k$ 또는 $x = 1 + k$에서

$$f(x) = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} + 1} = \frac{1-1}{1+1} = 0$$

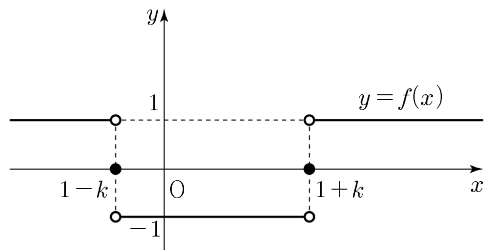
따라서

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < 1-k \text{ 또는 } x > 1+k) \\ 0 & (x = 1-k \text{ 또는 } x = 1+k) \\ -1 & (1-k < x < 1+k) \end{cases}$$

$y = f(x)$의 그래프는 그림과 같고

함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$\lim_{x\to k} g(x) = g(k)$가 성립한다.



$\lim_{x\to k} g(x) = \lim_{x\to k}(x-k)^2 = 0$, $g(k) = (f \circ f)(k)$이므로

$(f \circ f)(k) = 0$

$f(1-k) = f(1+k) = 0$이므로

$f(k) = 1 - k$ 또는 $f(k) = 1 + k$

$k > 0$, $1 + k > 1$이고

$f(x)$의 치역은 $\{-1, 0, 1\}$이므로

$1 + k$는 치역에 속하지 않는다.

$\therefore\ f(k) = 1 - k$

(i) $1 - k = 1$인 경우

$k = 0$이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $1 - k = 0$인 경우

$k = 1$이므로

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < 0 \text{ 또는 } x > 2) \\ 0 & (x = 0 \text{ 또는 } x = 2) \\ -1 & (0 < x < 2) \end{cases}$$

$f(f(1)) = f(-1) = 1 \ne 0$이므로

조건에 맞지 않는다.

(iii) $1 - k = -1$인 경우

$k = 2$이므로

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < -1 \text{ 또는 } x > 3) \\ 0 & (x = -1 \text{ 또는 } x = 3) \\ -1 & (-1 < x < 3) \end{cases}$$

$f(f(2)) = f(-1) = 0$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $k = 2$

$(g \circ f)(k) = g(f(2)) = g(-1) = (-1-2)^2 = 9$

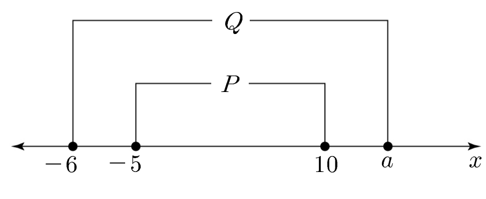
22. [출제의도] 등비수열 이해하기

수열 $\{a_n\}$의 공비가 5이고 $a_5 = a_3 \times 5^2$이므로

$\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_3 \times 5^2}{a_3} = 25$

23. [출제의도] 명제 이해하기

실수 x에 대한 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 p가 q이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$이다.



$a \ge 10$이어야 하므로 실수 a의 최솟값은 10

24. [출제의도] 이항정리 이해하기

다항식 $(ax+1)^6$의 전개식의 일반항은 ${}_{6}\mathrm{C}_r(ax)^r$ 이다. x의 계수 ${}_{6}\mathrm{C}_1 a$와 x^3의 계수 ${}_{6}\mathrm{C}_3 a^3$이 같으므로 $6a = 20a^3$

$a \ne 0$이므로 $20a^2 = 6$

25. [출제의도] 수열의 합 이해하기

$$\sum_{k=1}^{10}(k + a_k) = \sum_{k=1}^{10}k + \sum_{k=1}^{10}a_k = \frac{10 \times 11}{2} + 30 = 85$$

26. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{a}{1-0}=2$이므로 $a=2$

$\lim\limits_{x\to1}\frac{a(x-1)}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{a(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{a}{x+1}=\frac{a}{2}=b$

$a=2$이므로 $b=1$

따라서 $a+b=3$

27. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

a는 3과 b의 등비중항이므로 $a^2=3b$

$\log_a 3b+\log_3 b=\log_a a^2+\log_3 b=2+\log_3 b=5$

$\log_3 b=3$이므로 $b=27$

$a^2=3b=81$

$a=-9$ 또는 $a=9$

a는 로그의 밑이므로 $a\neq-9$

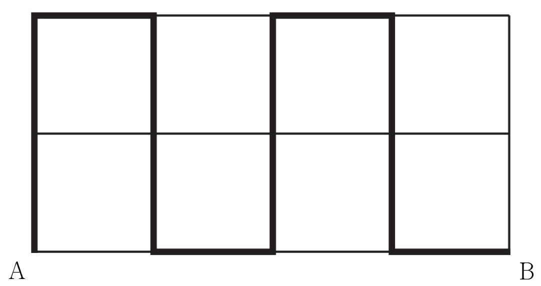
$\therefore\ a=9$

따라서 $a+b=9+27=36$

28. [출제의도] 경우의 수를 활용하여 문제해결하기

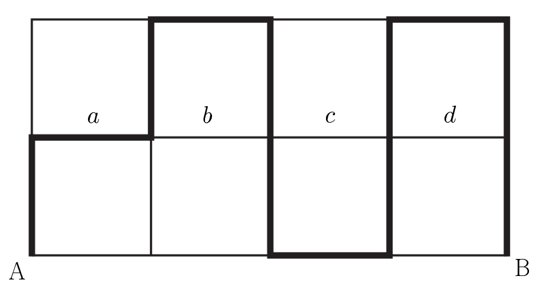
A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착할 때,
가로 방향으로 이동한 길이의 합이 4이고
전체 이동한 길이가 12가 되려면 세로 방향으로
이동한 길이의 합이 8이어야 한다.

(ⅰ) 길이가 2인 세로 방향의 도로 4개를 지나가는 경우



길이가 2인 세로 방향의 도로 4개를 지나가는
경우의 수는 그림의 예와 같이 길이가 2인
세로 방향의 도로 5개 중 4개를 선택하는
경우의 수와 같으므로 ${}_5C_4=5$

(ⅱ) 길이가 2인 세로 방향의 도로 3개를 지나가는 경우



길이가 2인 세로 방향의 도로 3개를 지나가는
경우의 수는 그림의 예와 같이 가로 방향의
도로 a, b, c, d 중 1개를 선택하는
경우의 수와 같으므로 ${}_4C_1=4$

따라서 모든 경우의 수는 $5+4=9$

29. [출제의도] 중복조합을 활용하여 문제해결하기

$a\times b\times c=10^5=2^5\times5^5$이므로

$a=2^{x_1}\times5^{y_1}$, $b=2^{x_2}\times5^{y_2}$, $c=2^{x_3}\times5^{y_3}$이라 하자.

a, b, c가 짝수이므로 x_1, x_2, x_3은 자연수이고
y_1, y_2, y_3은 음이 아닌 정수이다.

방정식 $x_1+x_2+x_3=5$의 양의 정수해의 개수는

${}_3H_{5-3}={}_4C_2=6$

방정식 $y_1+y_2+y_3=5$의 음이 아닌 정수해의 개수는

${}_3H_5={}_7C_5=21$

따라서 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c)의
개수는 $6\times21=126$

30. [출제의도] 유리함수를 이용하여 문제해결하기

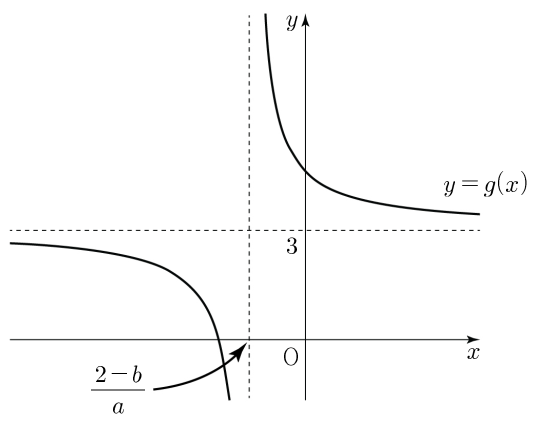
$g(x)=\frac{1}{ax+b-2}+3=\frac{\frac{1}{a}}{x-\frac{2-b}{a}}+3$이므로

점근선은 두 직선 $x=\frac{2-b}{a}$, $y=3$이다.

(ⅰ) $a>0$, $b\geq2$일 때

$\frac{2-b}{a}<0$이고 $\frac{1}{a}>0$이므로

함수 $y=g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



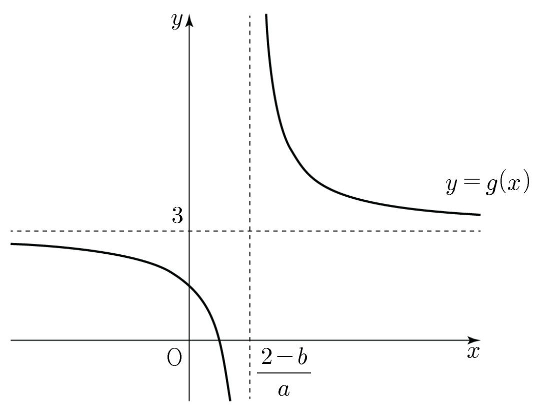
$x>0$에서 $g(x)>3$이므로

$a>0$, $b\geq2$일 때 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(ⅱ) $a>0$, $b<2$일 때

$\frac{2-b}{a}>0$이고 $\frac{1}{a}>0$이므로

함수 $y=g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



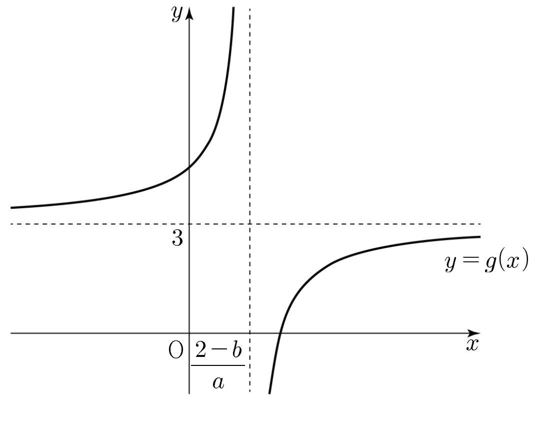
$x>\frac{2-b}{a}$에서 $g(x)>3$이므로

$a>0$, $b<2$일 때 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(ⅲ) $a<0$, $b\geq2$일 때

$\frac{2-b}{a}>0$이고 $\frac{1}{a}<0$이므로

함수 $y=g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



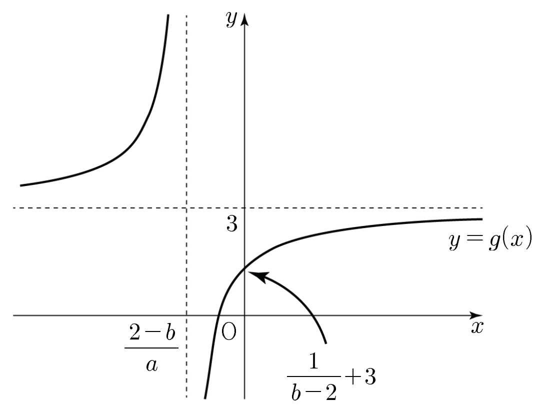
$0<x<\frac{2-b}{a}$에서 $g(x)>3$이므로

$a<0$, $b\geq2$일 때 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(ⅳ) $a<0$, $b<2$일 때

$\frac{2-b}{a}<0$이고 $\frac{1}{a}<0$이므로

함수 $y=g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



함수 $y=g(x)$의 그래프에서

$x>0$일 때, $\frac{1}{b-2}+3<g(x)<3$이므로

조건 (가)에서 $1\leq\frac{1}{b-2}+3$

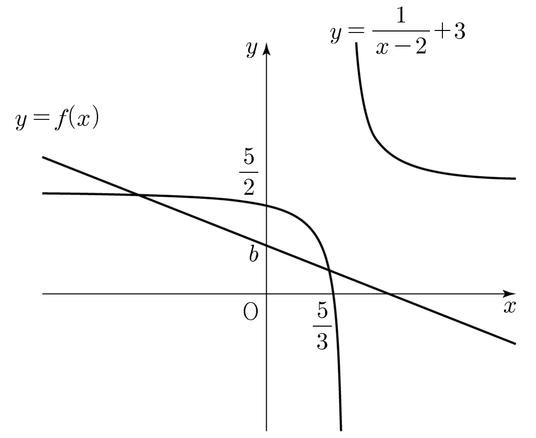
$b-2<0$이므로 $-\frac{1}{2}\geq b-2$ $\therefore\ b\leq\frac{3}{2}$

따라서 $a<0$, $b\leq\frac{3}{2}$일 때 조건 (가)를
만족시킨다.

함수 $y=\frac{1}{x-2}+3$의 그래프의 x절편은 $\frac{5}{3}$,

y절편은 $\frac{5}{2}$이므로 조건 (나)를 만족시키는 두 함수

$y=f(x)$와 $y=\frac{1}{x-2}+3$의 그래프는 그림과 같다.

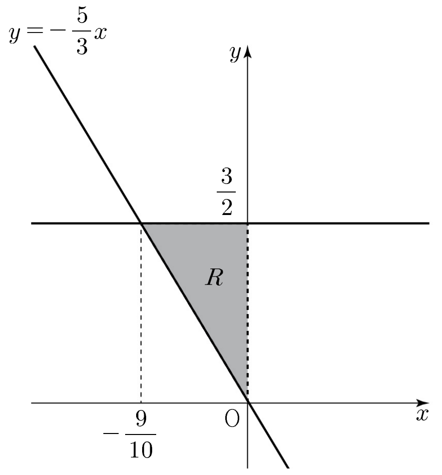


조건 (나)에서 $f\left(\frac{5}{3}\right)\geq0$, $b>0$이므로

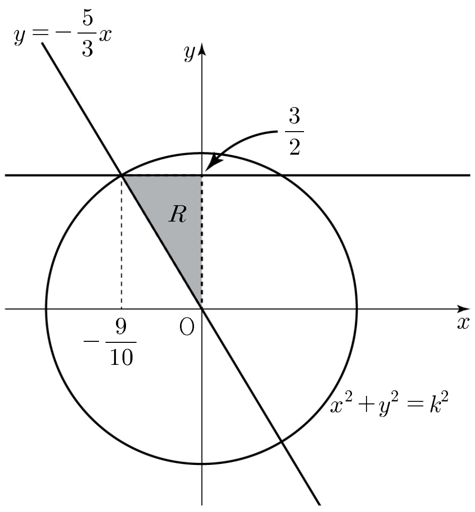
$\frac{5}{3}a+b\geq0$ $\therefore\ b\geq-\frac{5}{3}a$

따라서 $a<0$, $0<b\leq\frac{3}{2}$, $b\geq-\frac{5}{3}a$에서

조건 (가), (나)를 만족시키므로 영역 R를
좌표평면에 나타내면 그림과 같다.



양수 k에 대하여 $x^2+y^2=k^2$이라 하면 k는 중심이 $(0, 0)$인 원의 반지름의 길이이다.



점 (a, b)는 영역 R에 속하는 점이고

그림에서 $x=-\frac{9}{10}$, $y=\frac{3}{2}$일 때, k가

최대이므로 a^2+b^2의 최댓값은

$M=\left(-\frac{9}{10}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{306}{100}$

따라서 $100M=306$