

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. ${}_6P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

2. $\cos\theta = \frac{2}{3}$ 일 때, $\sec\theta$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

4. 함수 $f(x) = \frac{x}{2} + \sin x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi}$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

5. 함수 $y = \ln(x-a)+b$ 의 그래프는 점 $(2, 5)$ 를 지나고, 직선 $x=1$ 을 점근선으로 갖는다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. $\int_0^{\sqrt{3}} 2x\sqrt{x^2+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

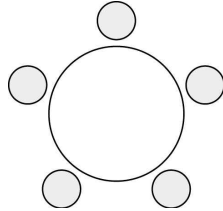
7. 함수 $f(x) = \ln(ax+b)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\ln 3$ ② $2\ln 2$ ③ $\ln 5$ ④ $\ln 6$ ⑤ $\ln 7$

8. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{x-1}$ 위의 점 $(\frac{3}{2}, 2)$ 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

9. 그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 1학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 부등식

$$\log_2(x^2 - 1) + \log_2 3 \leq 5$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 함수 $f(x) = \tan(\pi x^2 + ax)$ 가 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극솟값 k 를 가질 때, k 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ④ 0 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 함수 $f(x) = \sin(3x)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} f\left(\frac{k\pi}{n}\right)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

13. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos x \tan x + a & \left(x \neq \frac{\pi}{2}\right) \\ 3a & \left(x = \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 $x = \frac{\pi}{2}$ 에서 연속일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

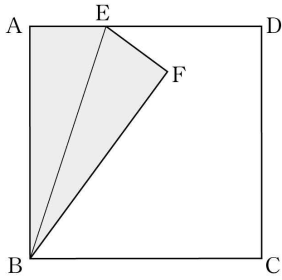
14. 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 9x - 5$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(4, g(4))$ 에서의 접선의 기울기는? [4점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다.
 선분 AD 위의 점 E와 정사각형 ABCD의 내부에 있는 점 F가
 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 삼각형 ABE와 FBE는 서로 합동이다.
- (나) 사각형 ABFE의 넓이는 $\frac{1}{3}$ 이다.

$\tan(\angle ABF)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{12}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

16. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 가

$$n(A \cap B) = 1, n(A \cup B) = 3$$

을 만족시킨다. 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

[4점]

- ① 80
- ② 90
- ③ 100
- ④ 110
- ⑤ 120

17. 두 함수 $f(x) = ax^2 (a > 0)$, $g(x) = \ln x$ 의 그래프가 한 점 P에서 만나고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기와 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기가 서로 같다. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{e}-3}{6}$ ② $\frac{2\sqrt{e}-3}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$
 ④ $\frac{4\sqrt{e}-3}{6}$ ⑤ $\sqrt{e}-1$

18. 네 개의 비어 있는 상자 A, B, C, D가 있다. 각각의 상자에 최대 5개의 공을 넣을 수 있을 때, 네 상자 A, B, C, D에 $n (1 \leq n \leq 20)$ 개의 공을 남김없이 나누어 넣는 경우의 수를 $f(n)$ 이라 하자. 다음은 $f(15) + f(14) + f(13)$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, 공은 구별하지 않고, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.)

네 상자 A, B, C, D에 n 개의 공을 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는 공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 $20-n$ 개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같다.

(i) $n=15$ 인 경우

공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 5개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$$f(15) = \boxed{\text{(가)}}$$

(ii) $n=14$ 인 경우

공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 6개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$$f(14) = {}_4H_6 - \boxed{\text{(나)}}$$

(iii) $n=13$ 인 경우

공이 5개씩 모두 20개가 들어 있는 네 상자 A, B, C, D에서 총 7개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$$f(13) = \boxed{\text{(다)}}$$

(i), (ii), (iii)에 의해

$$f(15) + f(14) + f(13) = \boxed{\text{(가)}} + ({}_4H_6 - \boxed{\text{(나)}}) + \boxed{\text{(다)}}$$

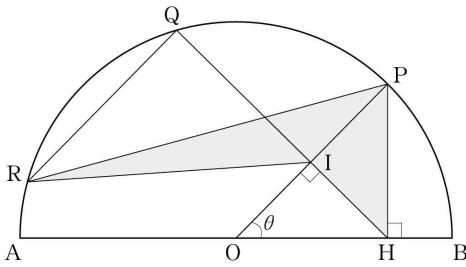
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 164 ② 168 ③ 172 ④ 176 ⑤ 180

19. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 H를 지나고 선분 OP에 수직인 직선이 선분 OP, 호 AB와 만나는 점을 각각 I, Q라 하자. 점 Q를 지나고 직선 OP에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 두 삼각형 RIP, IHP의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta) - T(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$
- ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
- ③ $\sqrt{2}-1$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$

20. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($0 < b < \frac{\pi}{2}$)에 대하여 함수 $g(x) = \sin(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(-x) = -g'(x)$ 이다.
- (나) 점 $(k, g(k))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이고, $2kg(k) = \sqrt{3}g'(k)$ 이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$
- ④ $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

수학 영역(가형)

9

21. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = xe^{-x^2}$ 이다. 모든 실수 x 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(가) $g(x) = \int_1^x f'(t)(x+1-t)dt$
 (나) $f(x) = g'(x) - f'(x)$

————— < 보 기 > —————
 ㄱ. $g'(1) = \frac{1}{e}$
 ㄴ. $f(1) = g(1)$
 ㄷ. 어떤 양수 x 에 대하여 $g(x) < f(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = e^{3x-3} + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

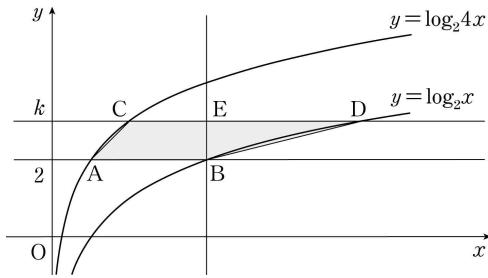
23. 다항식 $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = \frac{1}{x}$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때,
 $f(e^3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

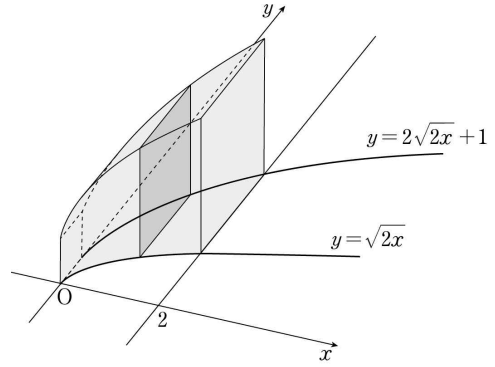
26. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 2 이상의 자연수 n 에 대하여
 두 곡선 $y = \sin x$ 와 $y = \sin(nx)$ 의 교점의 개수를 a_n 이라 하자.
 $a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 닫힌 구간 $[2, 3]$ 에서 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-a}$ 의 최댓값은 27,
 최솟값은 m 이다. $a \times m$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)
 [3점]

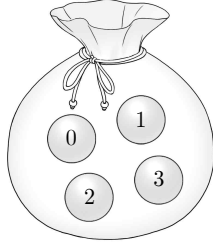
27. 그림과 같이 직선 $y=2$ 가 두 곡선 $y=\log_2 4x$, $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=k$ ($k>2$)가 두 곡선 $y=\log_2 4x$, $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 B를 지나고 y 축과 평행한 직선이 직선 CD와 만나는 점을 E라 하면 점 E는 선분 CD를 1:2로 내분한다. 사각형 ABDC의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 두 곡선 $y=2\sqrt{2x}+1$, $y=\sqrt{2x}$ 와 y 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피를 V 라 하자. $30V$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 주머니 속에 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $\frac{bc}{a}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]



30. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 1인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$) [4점]

(가) $f(1) = 0, f'(1) = 0$

(나) 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 실근은 10 이하의 자연수이다.

(다) 함수 $g(x) = \frac{3x}{e^{x-1}} + k$ 에 대하여 함수 $|(f \circ g)(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 자연수 k 의 개수는 4이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.