

2019학년도 대학수학능력시험 문제 및 정답

- 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
- 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
- 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

저작권 안내

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.
한국교육과정평가원의 허락없이 문제의 일부 또는 전부를 무단 복제, 배포, 출판,
전자출판 하는 등 저작권을 침해하는 일체의 행위를 금합니다.



제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. $2^{-1} \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합

$$A = \{3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 7\}$$

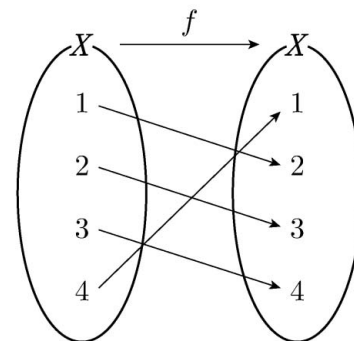
에 대하여 $A - B = \{a, 9\}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3}{2n^2 + 5n}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(4) + (f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_{10} - a_7 = 6$$

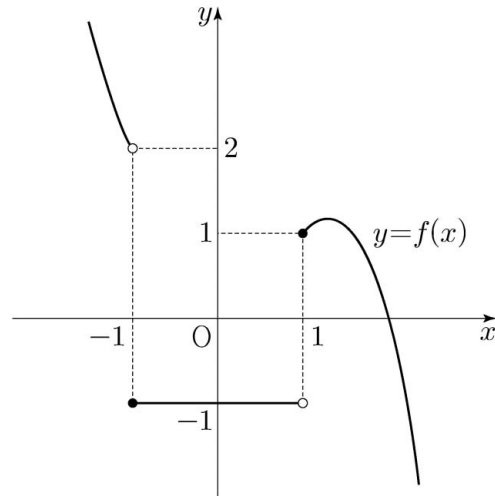
일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 다항식 $(1+x)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 42 ② 35 ③ 28 ④ 21 ⑤ 14

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^C 은 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

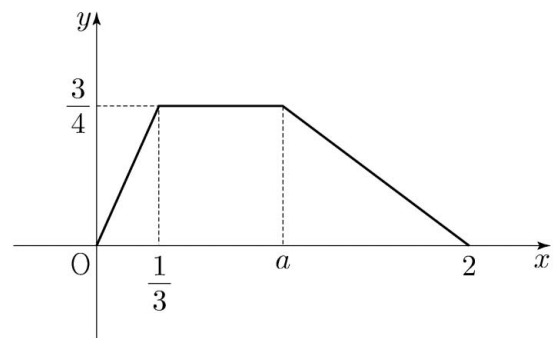
9. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 의 극댓값이 7일 때, 상수 a 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때,

$P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq a\right)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

11. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - 4x + 3 > 0,$$

$$q: x \leq a$$

$\sim p$ 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

12. 어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이 m kg, 표준편차가 1.4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서 수확한 수박 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq 7.992$ 이다. a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 7.198 ② 7.208 ③ 7.218 ④ 7.228 ⑤ 7.238

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-3a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

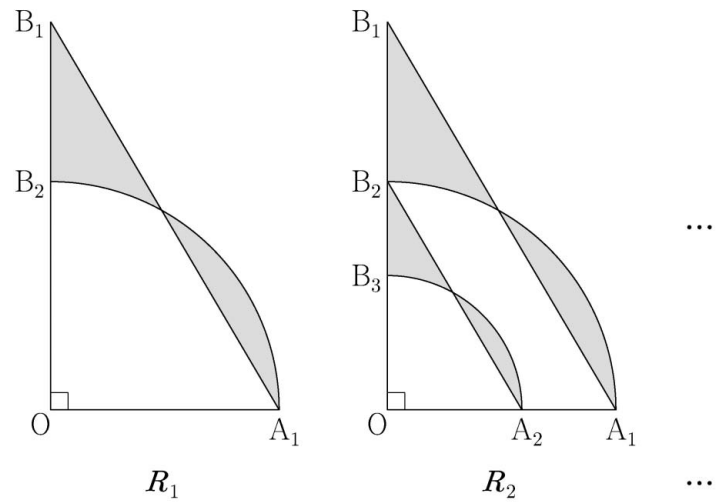
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

16. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=4$, $\overline{OB_1}=4\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 OA_1B_1 이 있다. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_1}$ 인 원이 선분 OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 삼각형 OA_1B_1 의 내부와 부채꼴 OA_1B_2 의 내부에서 공통된 부분을 제외한 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_2}$ 인 원이 선분 OB_2 와 만나는 점을 B_3 이라 하자. 삼각형 OA_2B_2 의 내부와 부채꼴 OA_2B_3 의 내부에서 공통된 부분을 제외한 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-3) + 4$ 이다.

(나) $\int_0^6 f(x)dx = 0$

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 6, x = 9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

18. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져
앞면이 나오면 점 A를 x 축의 양의 방향으로 1만큼,
뒷면이 나오면 점 A를 y 축의 양의 방향으로 1만큼
이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x 좌표 또는 y 좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y 좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x 좌표가 1일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.
 $n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

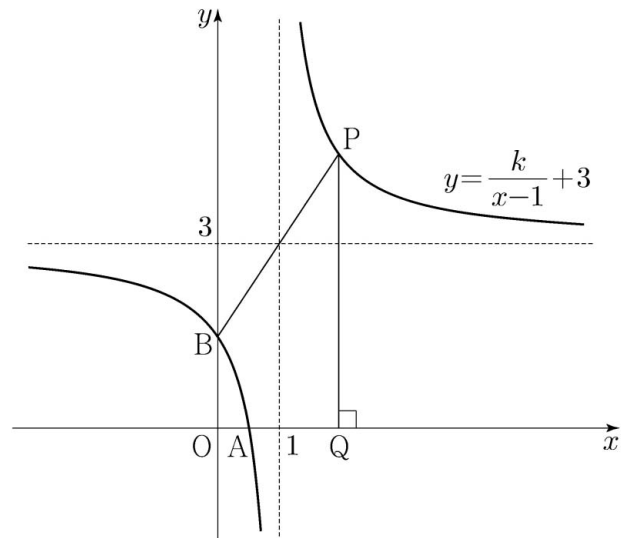
- (i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (ii) (i)에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않는 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (iii) (i)에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$ 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 \times \times 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

20. 그림과 같이 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($0 < k < 3$)의 그래프와 x 축, y 축과의 교점을 각각 A, B 라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B 를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 P , 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $k=1$ 일 때, 점 P 의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.
 - ㄴ. $0 < k < 3$ 인 실수 k 에 대하여 직선 AB 의 기울기와 직선 AP 의 기울기의 합은 0이다.
 - ㄷ. 사각형 $PBAQ$ 의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP 의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$ 이다.
 (나) $g(0) = 1$

$f(1)$ 이 자연수일 때, $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

단답형

22. ${}_6P_2 - {}_6C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 8$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 의 그래프와 함수 $y = \sqrt{1-x} + k$ 의 그래프가 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. $\int_1^4 (x + |x-3|) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다.
 k 의 값을 구하시오. [4점]

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$$

$$(나) \sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$$

$$(다) \sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두 x 축이다.
 (나) 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.