

# 2018학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

## 수학'나'형 정답

1	⑤	2	②	3	③	4	②	5	④
6	④	7	⑤	8	①	9	③	10	⑤
11	①	12	①	13	④	14	④	15	⑤
16	③	17	②	18	①	19	②	20	③
21	②	22	28	23	6	24	5	25	9
26	525	27	108	28	12	29	25	30	39

## 해설

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 지수를 계산한다.

$$2^{\frac{5}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}} = 2^2 = 4$$

2. [출제의도] 도함수를 이용하여 미분계수를 구한다.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 \text{에서 } f'(x) = 3x^2 + 4x$$

따라서  $f'(1) = 3 + 4 = 7$

3. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 집합의 원소의 개수를 구한다.

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

4. [출제의도] 정적분의 성질을 이용하여 정적분을 계산한다.

$$\int_0^1 (3x^2 - 2) dx = \left[ x^3 - 2x \right]_0^1 = (1-2) - (0-0) = -1$$

5. [출제의도] 수열의 합과 일반항의 관계를 이용하여 주어진 수열의 합을 구한다.

$$a_3 + a_4 + a_5 = S_5 - S_2 = (2 \times 5^2 + 5) - (2 \times 2^2 + 2) = 45$$

6. [출제의도] 함수의 좌극한과 우극한을 구한다.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1 + 3 = 4$$

7. [출제의도] 이산확률분포의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 확률을 구한다.

$$a + \left(a + \frac{1}{4}\right) + \left(a + \frac{1}{2}\right) = 1 \text{에서 } 3a + \frac{3}{4} = 1, a = \frac{1}{12}$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X = 3) = 1 - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12}$$

8. [출제의도] 로그의 뜻과 성질을 이용하여 로그의 값을 구한다.

$$10^{0.94} = k \text{에서 } \log k = 0.94$$

$$\log k^2 + \log \frac{k}{10} = 2 \log k + \log k - \log 10 = 3 \log k - 1$$

$$= 3 \times 0.94 - 1 = 2.82 - 1 = 1.82$$

9. [출제의도] 표준정규분포를 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

축구공 1개의 무게를  $X$ 라 하면 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(430, 14^2)$ 을 따르므로

$$P(X \geq 409) = P\left(Z \geq \frac{409 - 430}{14}\right) = P(Z \geq -1.5)$$

$$= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.5 + 0.4332 = 0.9332$$

10. [출제의도] 조건부확률을 이용하여 주어진 확률을 구한다.

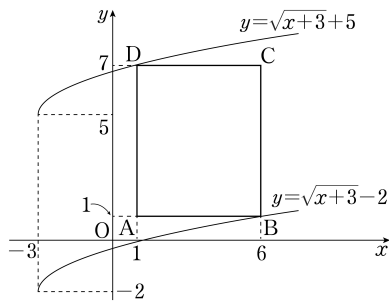
$$P(A|B) + P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} + \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= 2P(A \cap B) + 3P(A \cap B)$$

$$= 5P(A \cap B) = \frac{10}{7}$$

따라서  $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$

11. [출제의도] 무리함수의 그래프를 이용하여 조건을 만족시키는 정수의 개수를 구한다.



함수의 그래프가 점  $B(6, 1)$ 을 지날 때

$$1 = \sqrt{6+3} + a, a = 1-3 = -2 \dots \text{㉠}$$

함수의 그래프가 점  $D(1, 7)$ 을 지날 때

$$7 = \sqrt{1+3} + a, a = 7-2 = 5 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서  $-2 \leq a \leq 5$ 이므로 정수  $a$ 의 개수는 8이다.

12. [출제의도] 정적분을 활용하여 점이 움직인 거리를 구한다.

시각  $t$ 에서의 점  $P$ 의 속도  $v(t)$ 는

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 4t^3 + 3at^2$$

$$v(2) = 32 + 12a = 0 \text{에서 } a = -\frac{8}{3} \text{이므로 } v(t) = 4t^3 - 8t^2$$

$t=0$ 에서  $t=2$ 까지 점  $P$ 가 움직인 거리를  $s$ 라 하면

$$s = \int_0^2 |4t^3 - 8t^2| dt = \int_0^2 (8t^2 - 4t^3) dt = \left[ \frac{8}{3}t^3 - t^4 \right]_0^2 = \frac{16}{3}$$

13. [출제의도] 독립시행의 확률을 이용하여 조건을 만족시키는 확률을 구한다.

동전 한 개를 던져 앞면이 나오는 횟수를  $X$ 라 할 때, 얻은 점수의 합이 6 이하가 되려면  $X=0$  또는  $X=1$ 이므로 구하는 확률은

$$P(X=0) + P(X=1) = {}_5C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + {}_5C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} = \frac{3}{16}$$

14. [출제의도] 집합의 연산법칙을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

이 학급 학생 중에서  $A, B, C$ 를 택한 학생의 집합을 각각  $A, B, C$ 라 하면  $n(A) = 20, n(B) = 17$

모든 학생은 서로 다른 2가지 프로그램을 반드시 택하도록 하였으므로 모든 학생이  $A$  또는  $B$ 를 택하였고,  $A, B$ 를 모두 택한 학생들은  $C$ 를 택하지 않았으므로

$$n(A \cup B) = 30, n(C) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서}$$

$$30 = 20 + 17 - n(A \cap B) \text{이므로 } n(A \cap B) = 7$$

따라서  $n(C) = 30 - 7 = 23$

15. [출제의도] 함수가 연속이 되는 조건을 이용하여 문제를 해결한다.

함수  $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면  $x=a$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow a^+} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow a^-} |f(x)| = |f(a)|$$

$$|a^2 - 4| = |a + 2| \text{에서 } a^2 - 4 = \pm(a + 2)$$

(i)  $a^2 - 4 = a + 2$ 일 때

$$a^2 - a - 6 = 0 \text{에서 } a = -2 \text{ 또는 } a = 3$$

(ii)  $a^2 - 4 = -(a + 2)$ 일 때

$$a^2 + a - 2 = 0 \text{에서 } a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 함수  $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수  $a$ 의 값은  $-2, 1, 3$ 으로 그 합은  $(-2) + 1 + 3 = 2$

16. [출제의도] 조건부확률의 뜻을 이용하여 조건부확률을 구하는 문제를 해결한다.

주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 2개, 검은 공이 1개일 확률은  $\frac{{}_4C_2 \times {}_4C_1}{{}_8C_3} = \frac{24}{56}$

검은 공에 적힌 수가 흰 공 2개에 적힌 수의 합보다 큰 경우는 다음 표와 같다.

흰 공에 적힌 두 수	검은 공에 적힌 수
1, 2	5 또는 7 또는 9
1, 3	5 또는 7 또는 9
1, 4	7 또는 9
2, 3	7 또는 9
2, 4	7 또는 9
3, 4	9

따라서 검은 공에 적힌 수가 흰 공 2개에 적힌 두 수의 합보다 클 확률은  $\frac{3+3+2+2+2+1}{{}_8C_3} = \frac{13}{56}$

따라서 구하는 확률은  $\frac{\frac{13}{56}}{\frac{24}{56}} = \frac{13}{24}$

17. [출제의도] 필요조건이 되도록 하는 정수의 합을 구하는 문제를 해결한다.

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.

$$(x-1)^2 \leq 0 \text{에서 } x=1 \text{이므로 } P = \{1\}$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$

(i)  $1 \in Q$ 일 때

$$2x^2 - (3k+7)x + 2 = 0 \text{이 } x=1 \text{을 근으로 가지므로}$$

$$2 - (3k+7) + 2 = 0, \text{ 즉 } k = -1$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0, 2(x-1)^2 = 0, x=1$$

이때  $Q = \{1\}$ 이 되어  $Q \subset P$ 를 만족시킨다.

(ii)  $Q = \emptyset$ 일 때

이차방정식  $2x^2 - (3k+7)x + 2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  $D = (3k+7)^2 - 16 < 0$

$$3(k+1)(3k+11) < 0 \text{에서 } -\frac{11}{3} < k < -1$$

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 정수  $k$ 의 값의 합은  $(-1) + (-2) + (-3) = -6$ 이다.

18. [출제의도] 이산확률분포에서 조건을 만족시키는  $n$ 의 최솟값을 구하는 과정을 증명한다.

전체 공의 개수는  $n + (n-1) + \dots + 1 = \frac{n(n+1)}{2}$ 이므로

$$P(X=k) = \frac{n-k+1}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{2(n-k+1)}{n(n+1)}$$

확률변수  $X$ 의 평균은

$$E(X) = \sum_{k=1}^n kP(X=k)$$

$$= \frac{2}{n(n+1)} \times \sum_{k=1}^n k(n-k+1)$$

$$= \frac{2}{n(n+1)} \times \sum_{k=1}^n \{(n+1)k - k^2\}$$

$$= \frac{2}{n(n+1)} \left\{ (n+1) \times \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right\}$$

$$= (n+1) - \frac{2n+1}{3} = \frac{1}{3}(n+2)$$

$$E(X) = \frac{1}{3}(n+2) \geq 5 \text{에서 } n \text{의 최솟값은 } \boxed{13} \text{이다.}$$

$$f(n) = n(n+1), g(n) = \frac{1}{3}(n+2), a = 13 \text{이므로}$$

$$f(7) + g(7) + a = 56 + 3 + 13 = 72$$

19. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 등비급수의 합을 구하는 문제를 해결한다.

그림  $R_n$ 에서 새로 색칠된 부분의 넓이를  $a_n$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 색칠된 부분의 넓이는 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 의 넓이에서 반지름의 길이가 1인 반원의 넓이와 직각이등변삼각형  $G_1E_1F_1$ 의 넓이를 뺀 값과 같으므로

$$a_1 = 2^2 - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times 1\right) = \frac{1}{2}(6 - \pi)$$

그림  $R_2$ 에서 선분  $G_1F_1$ 의 중점을  $O$ , 선분  $G_1F_1$ 과

선분  $B_2C_2$ 의 교점을 H라 하고 선분 OH의 길이를  $x$ 라 하면

$$\overline{HB_2} = \overline{HF_1} = 1-x, \quad \overline{C_2H} = 2x - (1-x) = 3x-1 \text{ 이므로}$$

$$\text{삼각형 } OHC_2 \text{에서 } 1^2 = x^2 + (3x-1)^2, \quad x = \frac{3}{5}$$

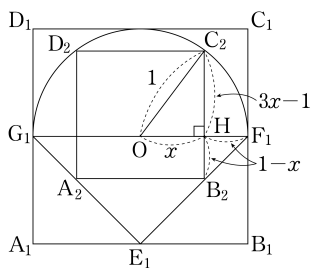
두 정사각형  $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ 의 닮음비는  $1 : \frac{3}{5}$ 이

므로 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 a_n$ 이 성립

한다. 따라서 수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이  $\frac{1}{2}(6-\pi)$ 이고 공

비가  $\frac{9}{25}$ 인 등비수열이므로

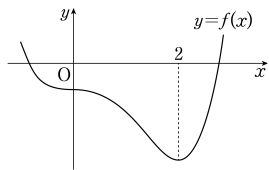
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\frac{1}{2}(6-\pi)}{1-\frac{9}{25}} = \frac{25(6-\pi)}{32}$$



**20. [출제의도] 도함수와 함수의 조건을 이용하여 함수의 그래프의 개형을 추론한다.**

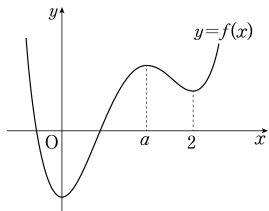
조건 (나)에서  $|f(x)| \geq 0$  이므로 방정식  $|f(x)| = f(0)$ 이 실근을 갖지 않으려면  $f(0) < 0$  이어야 한다.

ㄱ.  $a=0$ 이면 조건 (가)에서  $f'(x) = x^2(x-2)$  이므로 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)

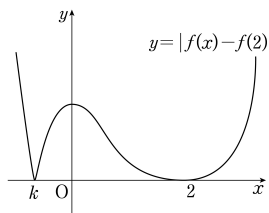
ㄴ. (반례)  $0 < a < 2$ 이고  $f(a) > 0$ 일 때,  $f(2) > 0$ 이면 그림과 같이 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (거짓)



ㄷ. 함수  $|f(x)-f(2)|$ 가  $x=k$ 에서만 미분가능하지

않으려면  $f(x)-f(2) = \frac{1}{4}(x-k)(x-2)^3$  이어야 한다.

또,  $f'(0)=0$ 이므로 함수  $y=|f(x)-f(2)|$ 의 그래프는 다음과 같다.



이때 함수  $|f(x)-f(2)|$ 는  $k < 0$ 인 실수  $k$ 에 대하여  $x=k$ 에서만 미분가능하지 않다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

**21. [출제의도] 유리함수의 그래프의 성질을 이해하여 함수를 추론한다.**

함수  $y=g(x)$ 의 그래프는 함수  $y=\frac{k}{x}+5$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼 평행이동시킨 그래프이므로

$$g(x) = \frac{k}{x-m} + 5$$

조건 (가)에서

$$g(a)=b \text{에서 } \frac{k}{a-m} + 5 = b \quad \text{..... ㉠}$$

$$g(b)=a \text{에서 } \frac{k}{b-m} + 5 = a \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } k = (b-5)(a-m) = (a-5)(b-m)$$

$$(a-b)(m-5) = 0$$

$$a \neq b \text{이므로 } m = 5$$

$$\text{따라서 } g(x) = \frac{k}{x-5} + 5$$

$$f(x)-g(x) = \left(\frac{k}{x} + 5\right) - \left(\frac{k}{x-5} + 5\right) = -\frac{5k}{x(x-5)}$$

$0 < x < 5$ 일 때

$$\frac{1}{f(x)-g(x)} = -\frac{1}{5k}x(x-5) = -\frac{1}{5k}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

이므로 함수  $\frac{1}{f(x)-g(x)}$ 은  $x = \frac{5}{2}$ 에서 최댓값

$$-\frac{1}{5k} \times \left(-\frac{25}{4}\right) = \frac{5}{4k} \text{를 갖는다.}$$

$$\text{조건 (나)에서 } \frac{5}{4k} = \frac{5}{24} \text{이므로 } k = 6$$

$$g(9) = \frac{6}{9-5} + 5 = \frac{3}{2} + 5 = \frac{13}{2}$$

**22. [출제의도] 순열의 수와 중복순열의 수를 계산한다.**

$${}_4P_2 + {}_4\Pi_2 = 4 \times 3 + 4^2 = 12 + 16 = 28$$

**23. [출제의도] 등비중항의 성질을 이해한다.**

등비중항의 성질에 의하여

$$a^2 = 4(a+3), \quad a^2 - 4a - 12 = 0$$

$$(a+2)(a-6) = 0, \quad a \text{는 양수이므로 } a = 6$$

**24. [출제의도] 수열의 극한의 대소 관계를 이해하여 수열의 극한값을 구한다.**

부등식  $\frac{10}{2n^2+3n} < a_n < \frac{10}{2n^2+n}$ 의 양변에  $n^2$ 을 곱하면

$$\frac{10n^2}{2n^2+3n} < n^2 a_n < \frac{10n^2}{2n^2+n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2}{2n^2+3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2}{2n^2+n} = 5$$

이므로 수열의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = 5$$

**25. [출제의도] 미분과 적분의 관계를 이해하여 함수값을 구한다.**

$$\int_a^x f(t)dt = \frac{1}{3}x^3 - 9 \text{에서 } x=a \text{를 대입하면}$$

$$0 = \frac{1}{3}a^3 - 9, \quad a \text{는 실수이므로 } a = 3$$

$$\int_3^x f(t)dt = \frac{1}{3}x^3 - 9 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = x^2 \text{이므로 } f(a) = f(3) = 9$$

**26. [출제의도] 중복조합의 수를 이용하여 함수의 개수를 구한다.**

조건 (가)에서 함수  $f$ 의 치역에 속하는 집합  $X$ 의 원소

$$3 \text{개를 택하는 경우의 수는 } {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 \quad \text{..... ㉠}$$

치역에 속하는 3개의 수에 각각 대응하는 집합  $X$ 의 원소의 개수를 각각  $a, b, c$ 라 하고 조건 (나)를 만족시키려면

$$a+b+c=7 \quad (a, b, c \text{는 자연수})$$

$$a'+1=a, \quad b'+1=b, \quad c'+1=c \text{로 놓으면}$$

$$a'+b'+c'=4 \quad (a', b', c' \text{은 음이 아닌 정수})$$

이때 순서쌍  $(a', b', c')$ 의 개수는

$${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 구하는 함수 } f \text{의 개수는 } 35 \times 15 = 525$$

**27. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수를 구한다.**

5장의 카드 중 숫자 1, 2, 3이 적힌 카드가 적어도

한 장씩 포함되는 경우는 다음과 같다.

$$(i) \quad 11123, 12223, 12333 \text{인 경우}$$

$${}_3 \times {}_3C_3 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 27 \text{(가지)}$$

$$(ii) \quad 11223, 12233, 11233 \text{인 경우}$$

$${}_3 \times {}_3C_2 \times {}_3C_2 \times {}_3C_1 = 81 \text{(가지)}$$

위의 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는  $27+81=108$

**[다른 풀이]**

전체 경우의 수는  ${}_9C_5 = {}_9C_4 = 126$ (가지)

5장의 카드 중 숫자 1 또는 2 또는 3이 포함되지 않는 경우는 11122, 11222, 11133, 11333, 22233, 22333이므로 이 경우의 수는  $6 \times {}_3C_3 \times {}_3C_2 = 18$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는  $126-18=108$ (가지)

**28. [출제의도] 일대일 대응을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구하는 문제를 해결한다.**

조건 (다)에서  $a \in X, a \in Y$  즉  $a \in X \cap Y$ 이고 역함수의 성질에 의하여  $(f \circ f^{-1})(a) = a$  이므로

$$\frac{1}{2}f(a) = (f \circ f^{-1})(a) = a, \quad \text{즉 } f(a) = 2a$$

$$\text{이때 } a \text{의 개수가 2이므로 } f(2) = 4, \quad f(4) = 8$$

조건 (가)에서 함수  $f$ 는 일대일 대응이고 조건 (나)에서  $f(1) \neq 2$ 이므로  $f(1) = 6, \quad f(3) = 2$

$$\text{따라서 } f^{-1}(2) = 3 \text{이므로 } f(2) \times f^{-1}(2) = 4 \times 3 = 12$$

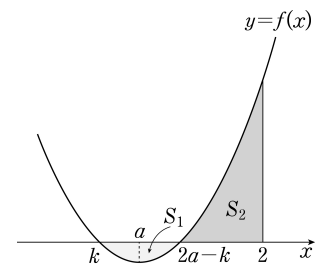
**29. [출제의도] 적분을 활용하여 조건을 만족시키는 함수의 적분값을 구하는 문제를 해결한다.**

함수  $f(x)$ 는 이차함수이고 조건 (가)에서

$$\int_0^t f(x)dx = \int_{2a-t}^{2a} f(x)dx \text{이므로 함수 } y=f(x) \text{의 그래}$$

프는 직선  $x = \frac{0+2a}{2} = a$ 에 대하여 대칭이다.

조건 (나)에서  $0 < \int_a^2 f(x)dx < \int_a^2 |f(x)|dx$  이므로  $a < 2$ 이고, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 두 점  $(k, 0), (2a-k, 0)$ 에서 만난다.



위의 그림에서 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하면

$$\int_k^a f(x)dx = \int_a^{2a-k} f(x)dx = -\frac{S_1}{2} \text{이므로}$$

$$\int_a^2 f(x)dx = -\frac{S_1}{2} + S_2 = 2$$

$$\int_a^2 |f(x)|dx = \frac{S_1}{2} + S_2 = \frac{22}{9}$$

$$\text{따라서 } S_1 = \frac{4}{9}, \quad S_2 = \frac{20}{9} \text{이다.}$$

$$\int_k^2 f(x)dx = -S_1 + S_2 = \frac{16}{9}$$

$$p = 9, \quad q = 16 \text{이므로 } p+q = 25$$

**30. [출제의도] 다항함수의 미분을 활용하여 조건을 만족시키는 함수값을 구하는 문제를 해결한다.**

$$\text{등식 } f(a)+1 = f'(a)(a-t) \quad \text{..... ㉠}$$

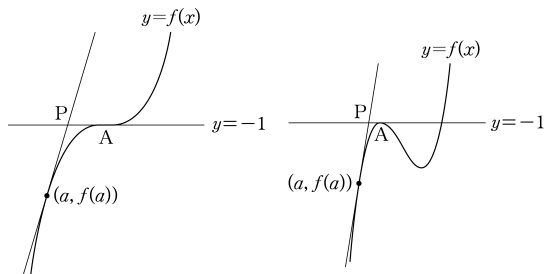
$$\text{에서 } -1 = f'(a)(t-a) + f(a) \text{이다.}$$

이는 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선  $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ 가 점  $P(t, -1)$ 을 지남을 뜻한다. 즉  $P(t, -1)$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 에 그은 접선의 접점이  $(a, f(a))$ 이다.

조건에서 등식 ㉠을 만족시키는 실수  $a$ 의 값이 6 하나뿐이므로

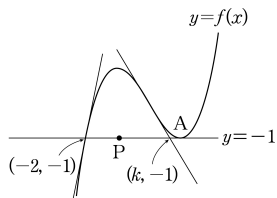
$$f(6)+1 = f'(6)(6-t) \quad \text{..... ㉡}$$

$-2 < t < k$ 인 모든 실수  $t$ 에 대하여 ㉔이 성립하므로  
 $f'(6) = 0, f(6) = -1$   
 즉 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 점  $A(6, -1)$ 에서 직선  
 $y = -1$ 에 접하므로  
 $f(x) = (x-6)^2(x-m) - 1$  ( $m$ 은 상수) ..... ㉔  
 따라서 두 점  $P(t, -1), A(6, -1)$ 에 대하여 ㉔을 만  
 족시키는 삼차함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같이  
 3가지이다.



[그림1]  $m = 6$ 일 때

[그림2]  $m > 6$ 일 때



[그림3]  $m < 6$ 일 때

[그림1], [그림2]에서는 6보다 작은 모든 실수  $t$ 에  
 대하여 등식 ㉔을 만족시키는 6이 아닌 실수  $a$ 가 존  
 재하므로 조건을 만족시키지 않는다.

[그림3]에서  $k > -2$ 인 상수  $k$ 에 대하여 등식 ㉔을  
 만족시키는 실수  $a$ 의 값이 6 하나뿐이기 위한 필요충  
 분조건이  $-2 < t < k$ 이라면 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가  
 점  $(-2, -1)$ 을 지나야 한다. 즉,  $m = -2$

$f(x) = (x-6)^2(x+2) - 1$  이므로

$$f(8) = (8-6)^2(8+2) - 1 = 39$$

**[참고]**

$f(x) = (x-6)^2(x-m) - 1$ 에서

$$f'(x) = 2(x-6)(x-m) + (x-6)^2 = (x-6)(3x-2m-6)$$

이므로 등식  $f(a)+1 = f'(a)(a-t)$ 에서

$$(a-6)^2(a-m) = (a-6)(3a-2m-6)(a-t)$$

$$(a-6)\{2a^2 - (3t+m)a + 2mt + 6t - 6m\} = 0$$

$$a = 6 \text{ 또는 } 2a^2 - (3t+m)a + 2mt + 6t - 6m = 0 \text{ ..... ㉔}$$

이 등식을 만족시키는 실수  $a$ 의 값이 6 하나뿐이려  
 면  $a$ 에 대한 이차방정식 ㉔이 중근 6을 가지거나 실  
 근을 갖지 않아야 한다.

(i) ㉔이 중근 6을 가지는 경우

$$2a^2 - (3t+m)a + 2mt + 6t - 6m = 2(a-6)^2$$

$$\text{에서 } t = 6, m = 6$$

따라서 조건을 만족시키는 실수  $t$ 는 6 하나뿐이  
 므로  $-2 < t < k$ 라는 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) ㉔이 실근을 갖지 않는 경우

㉔의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = (3t+m)^2 - 8(2mt+6t-6m)$$

$$= (t-m)(9t-m-48) < 0 \text{ ..... ㉔}$$

$$\textcircled{1} m < \frac{m+48}{9}, \text{ 즉 } m < 6 \text{ 이면 부등식 ㉔의 해}$$

$$\text{는 } m < t < \frac{m+48}{9}$$

이때 실수  $t$ 의 범위가  $-2 < t < k$ 이어야 하므로

$$m = -2, k = \frac{46}{9}$$

$$\textcircled{2} m > \frac{m+48}{9}, \text{ 즉 } m > 6 \text{ 이면 부등식 ㉔의 해}$$

$$\text{는 } \frac{m+48}{9} < t < m$$

이때  $\frac{m+48}{9} > 6$ 이므로 조건을 만족시키지 않는  
 다.

위의 (i), (ii)에서  $m = -2, k = \frac{46}{9}$  이므로

$$f(x) = (x-6)^2(x+2) - 1$$