

## 2019학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제 및 정답

- 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
- 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
- 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

### 저작권 안내

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.  
한국교육과정평가원의 허락없이 문제의 일부 또는 전부를 무단 복제, 배포, 출판,  
전자출판 하는 등 저작권을 침해하는 일체의 행위를 금합니다.



제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (4, 1)$ ,  $\vec{b} = (3, -2)$ 에 대하여 벡터  $2\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(x^2 + 2)}$ 의 값은? [2점]
- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

3. 좌표공간의 두 점  $A(3, 5, 0)$ ,  $B(4, 3, -2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 3:2로 외분하는 점의 좌표가  $(a, -1, -6)$ 일 때,  $a$ 의 값은? [2점]
- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여
- $$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$
- 일 때,  $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]
- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{7}{10}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

# 2

## 수학 영역(가형)

5. 초점이 F인 포물선  $y^2 = 8x$  위의 점 P(a, b)에 대하여  $\overline{PF} = 4$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $b > 0$ ) [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

7. 함수  $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제 2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수  $k$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

6.  $x \geq \frac{1}{e}$ 에서 정의된 함수  $f(x) = 3x \ln x$ 의 그래프가

점  $(e, 3e)$ 를 지난다. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 할 때,

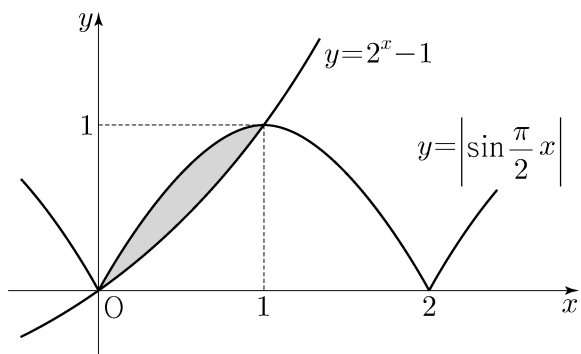
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3e+h) - g(3e-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤ 1

8. 다항식  $(x+2)^{19}$ 의 전개식에서  $x^k$ 의 계수가  $x^{k+1}$ 의 계수보다 크게 되는 자연수  $k$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

9. 그림과 같이 두 곡선  $y=2^x-1$ ,  $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 가 원점 O와 점 (1, 1)에서 만난다. 두 곡선  $y=2^x-1$ ,  $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ①  $-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$     ②  $\frac{2}{\pi} - \frac{1}{\ln 2} + 1$     ③  $\frac{2}{\pi} + \frac{1}{2\ln 2} - 1$   
 ④  $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\ln 2} + 1$     ⑤  $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 3t - \sin t, \quad y = 4 - \cos t$$

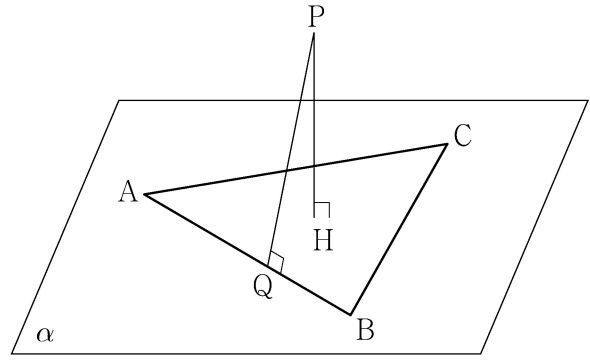
이다. 점 P의 속력의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 곡선  $e^y \ln x = 2y + 1$  위의 점  $(e, 0)$ 에서의 접선의 방정식을  $y = ax + b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $-2e$     ②  $-e$     ③  $-1$     ④  $-\frac{2}{e}$     ⑤  $-\frac{1}{e}$

12. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 넓이가 24인 삼각형 ABC가 있다. 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을 H, 직선 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 점 H가 삼각형 ABC의 무게중심이고,  $\overline{PH} = 4$ ,  $\overline{AB} = 8$ 일 때, 선분 PQ의 길이는? [3점]



- ①  $3\sqrt{2}$     ②  $2\sqrt{5}$     ③  $\sqrt{22}$     ④  $2\sqrt{6}$     ⑤  $\sqrt{26}$

13. 어느 모집단의 확률변수  $X$ 의 확률분포가 다음 표와 같다.

$X$	0	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$a$	$b$	1

$E(X^2) = \frac{16}{3}$  일 때, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 20인 표본의 표본평균  $\bar{X}$ 에 대하여  $V(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{60}$     ②  $\frac{1}{30}$     ③  $\frac{1}{20}$     ④  $\frac{1}{15}$     ⑤  $\frac{1}{12}$

14. 실수  $k$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은  $m$ 이다.  $k+m$ 의 값은? [4점]

- ① 2    ②  $\frac{9}{4}$     ③  $\frac{5}{2}$     ④  $\frac{11}{4}$     ⑤ 3

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개의 수의 합이 19 또는 20일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{7}{16}$     ②  $\frac{15}{32}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{17}{32}$     ⑤  $\frac{9}{16}$

16. 좌표평면 위의 두 점  $A(6, 0)$ ,  $B(8, 6)$ 에 대하여 점 P가

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| = \sqrt{10}$$

을 만족시킨다.

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 할 때,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{6\sqrt{10}}{5}$     ②  $\frac{9\sqrt{10}}{5}$     ③  $\frac{12\sqrt{10}}{5}$   
 ④  $3\sqrt{10}$     ⑤  $\frac{18\sqrt{10}}{5}$

17. 어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이  $m$ , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이  $\bar{x}_1$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $80-a \leq m \leq 80+a$ 이었다. 또 이 고등학교 학생  $n$ 명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이  $\bar{x}_2$ 일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 121      ② 124      ③ 127      ④ 130      ⑤ 133

18. 다음은 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 치역  $A$ 가  $n(A) = 4$ 이고, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합이 홀수인 함수  $f$ 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) 공역  $X$ 의 원소 중 짝수인 원소가 2개이므로 집합  $A$ 의 네 원소 중 세 원소는 홀수이고 한 원소는 짝수이다. 따라서 집합  $X$ 의 원소 중에서 집합  $A$ 의 네 원소를 택하는 경우의 수는 2이다.

(ii) 정의역  $X$ 를 4개의 부분집합으로 분할할 때, 4개의 부분집합의 원소의 개수는 각각 2, 1, 1, 1이 되어야 한다. 따라서 집합  $X$ 를 4개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는 이다.

(iii) (i)과 (ii)의 각 경우에 대하여 집합  $X$ 를 분할한 4개의 부분집합을 집합  $A$ 의 네 원소에 하나씩 대응시키는 경우의 수는 이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수  $f$ 의 개수는 이다.

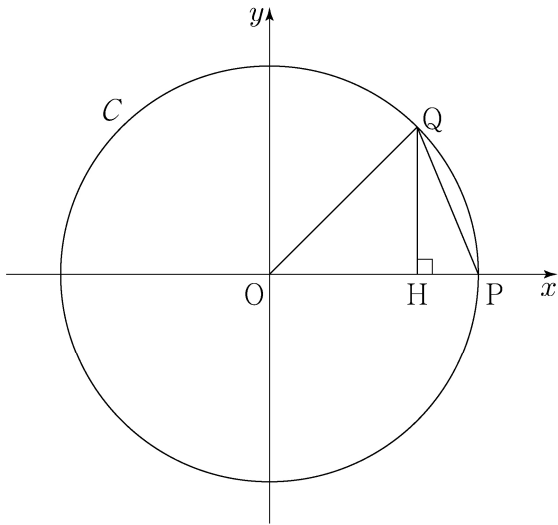
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 498      ② 502      ③ 506      ④ 510      ⑤ 514



19. 자연수  $n$ 에 대하여 중심이 원점  $O$ 이고 점  $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원  $C$ 가 있다. 원  $C$  위에 점  $Q$ 를 호  $PQ$ 의 길이가  $\pi$ 가 되도록 잡는다. 점  $Q$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\pi^2}{2}$     ②  $\frac{3}{4}\pi^2$     ③  $\pi^2$     ④  $\frac{5}{4}\pi^2$     ⑤  $\frac{3}{2}\pi^2$



20. 열린 구간  $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \cos x + 2x \sin x$ 가  $x = \alpha$ 와  $x = \beta$ 에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $\alpha < \beta$ ) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\tan(\alpha + \pi) = -2\alpha$   
 ㄴ.  $g(x) = \tan x$ 라 할 때,  $g'(\alpha + \pi) < g'(\beta)$ 이다.  
 ㄷ.  $\frac{2(\beta - \alpha)}{\alpha + \pi - \beta} < \sec^2 \alpha$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 0이 아닌 세 정수  $l, m, n$ 이

$$|l| + |m| + |n| \leq 10$$

을 만족시킨다.  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, f\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1 \text{ 이고}$$

$$f'(x) = \begin{cases} l \cos x & (0 < x < \frac{\pi}{2}) \\ m \cos x & (\frac{\pi}{2} < x < \pi) \\ n \cos x & (\pi < x < \frac{3}{2}\pi) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x) dx$ 의 값이 최대가 되도록 하는

$l, m, n$ 에 대하여  $l+2m+3n$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

단답형

22.  ${}_3P_2 + {}_3C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식

$$2\log_4(5x+1) = 1$$

의 실근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\log_5 \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수  $X$ 에 대하여

$$V\left(\frac{1}{2}X+1\right)=5 \text{ 일 때, } n \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

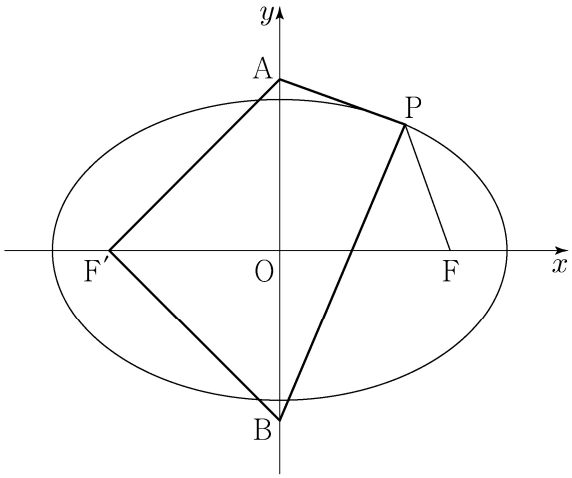
25.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3\cos^3 x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 미분가능한 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)=\sin x$ 에 대하여  
합성함수  $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프 위의 점  $(1, (g \circ f)(1))$   
에서의 접선이 원점을 지난다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \frac{\pi}{6}}{x-1} = k$$

일 때, 상수  $k$ 에 대하여  $30k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표평면에서 두 점  $A(0, 3)$ ,  $B(0, -3)$ 에 대하여, 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$  위의 점  $P$ 가  $\overline{AP} = \overline{PF}$ 를 만족시킨다. 사각형  $AF'BP$ 의 둘레의 길이가  $a + b\sqrt{2}$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이고  $a, b$ 는 자연수이다.) [4점]



28. 방정식  $a + b + c = 9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$  중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍  $(a, b, c)$ 가

$$a < 2 \text{ 또는 } b < 2$$

를 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에서 점  $A\left(3, \frac{1}{2}, 2\right)$ 와 평면  $z=1$  위의 세 점  $P_1, P_2, P_3$ 이

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_1} = \frac{11}{3}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_2} = 1, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = -\frac{7}{4}$$

을 만족시킨다. 점  $(0, k, 0)$ 을 지나고 방향벡터가  $(1, -6, 0)$ 인 직선을  $l$ 이라 하고, 직선  $l$ 에 의해 나누어지는  $xy$ 평면의 두 영역을 각각  $\alpha, \beta$ 라 하자.

세 점  $P_1, P_2, P_3$ 에서  $xy$ 평면에 내린 수선의 발이 모두  $\alpha$ 에만 포함되거나 모두  $\beta$ 에만 포함되도록 하는 양의 정수  $k$ 의 최솟값을  $m$ , 음의 정수  $k$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $m-M$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0인 사차함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x) = 2x^4e^{-x}$ 에 대하여 합성함수  $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.  
 (나) 함수  $h(x)$ 는  $x=0$ 에서 극소이다.  
 (다) 방정식  $h(x) = 8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ ) [4점]

- \* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.