

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5 지 선 다형

1. $3 \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

2. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의
부분집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합 A^C 의 모든 원소의 합은?
(단, A^C 은 A 의 여집합이다.) [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

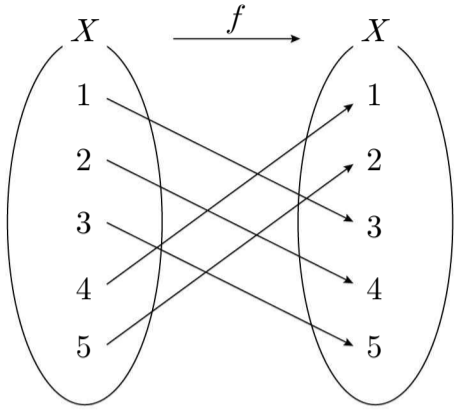
3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+2)}{x-4}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. $\log_7 49 + \log_7 \frac{1}{7}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 양수 x 에 대하여 $x + \frac{9}{x}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 실수 x 에 대한 두 조건

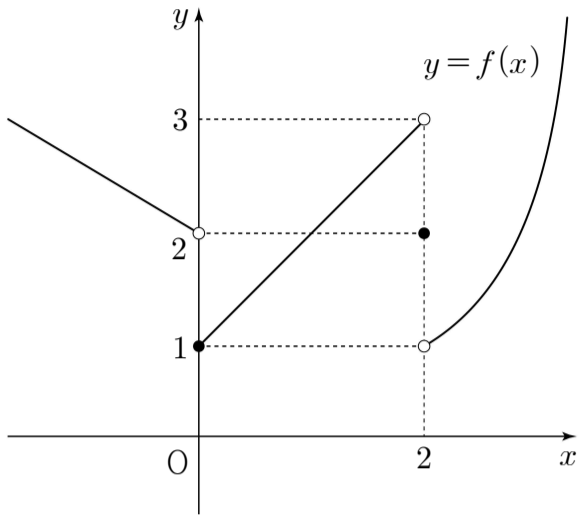
$$p: (x+2)(x-1) < 0,$$

$$q: x \geq \alpha$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 α 의 최댓값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + a \times 5^{n+1}}{5^n} = 3$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + 1 & (x < 1) \\ 7 & (x = 1) \\ -3x + b & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

11. 함수 $f(x)=x^2+4x-2$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-3}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

12. 함수 $y = \frac{ax+1}{bx+1}$ 의 그래프가 점 (2, 3)을 지나고

직선 $y=2$ 를 한 점근선으로 가질 때, a^2+b^2 의 값은?
(단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

13. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5, \sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5b_n) = 11$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n(a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

14. x 에 대한 다항식 $x^3 - ax + b$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지가 57 이다. 세 수 1, a , b 가 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

15. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_a a^2 b^3 = 3$$

이 성립할 때, $\log_b a$ 의 값은? [4점]

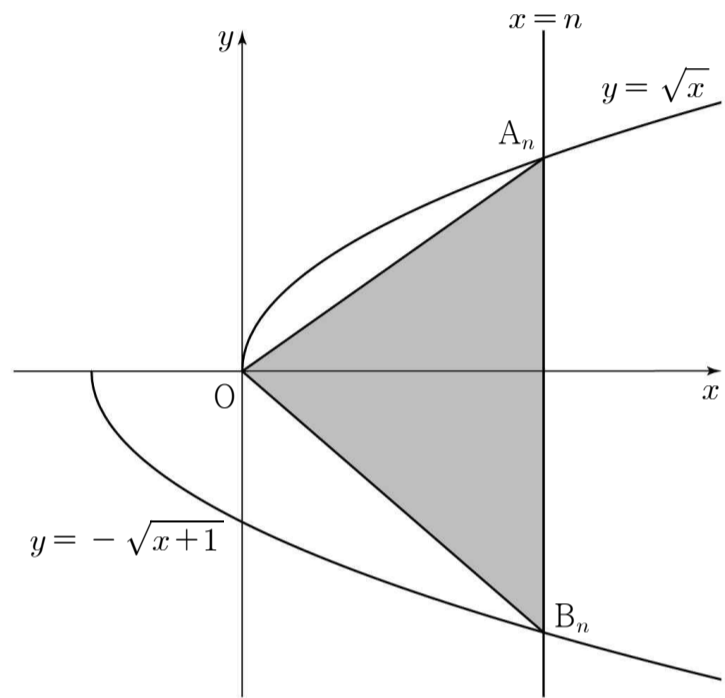
- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

16. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이

두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x+1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 삼각형 $A_n O B_n$ 의 넓이를 T_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{24} \frac{n}{T_n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



17. 두 실수 a, b 에 대하여

$$2^{\frac{4}{a}} = 100, 25^{\frac{2}{b}} = 10$$

이 성립할 때, $2a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

18. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n-2) + 5 \cdot (2n-4) + \dots + (2n-1) \cdot 2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

이 성립함을 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n-2) + 5 \cdot (2n-4) + \dots + (2n-1) \cdot 2 \\
 &= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) \{2n - (2k-2)\} \\
 &= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) \{2(n+1) - 2k\} \\
 &= 2(n+1) \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) - 2 \sum_{k=1}^n (2k^2 - k) \\
 &= 2(n+1) \{n(n+1) - n\} \\
 &\quad - 2 \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{\boxed{\text{(나)}}} - \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\
 &= 2(n+1)n^2 - \frac{1}{3}n(n+1)(\boxed{\text{(다)}}) \\
 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}
 \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(n)$ 이라 하고, (나)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $f(a) \times g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

19. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq x) \\ x & (f(x) > x) \end{cases}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(1) = \frac{1}{2}$

ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \leq x$ 이다.

ㄷ. 실수 전체의 집합에서 함수 $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

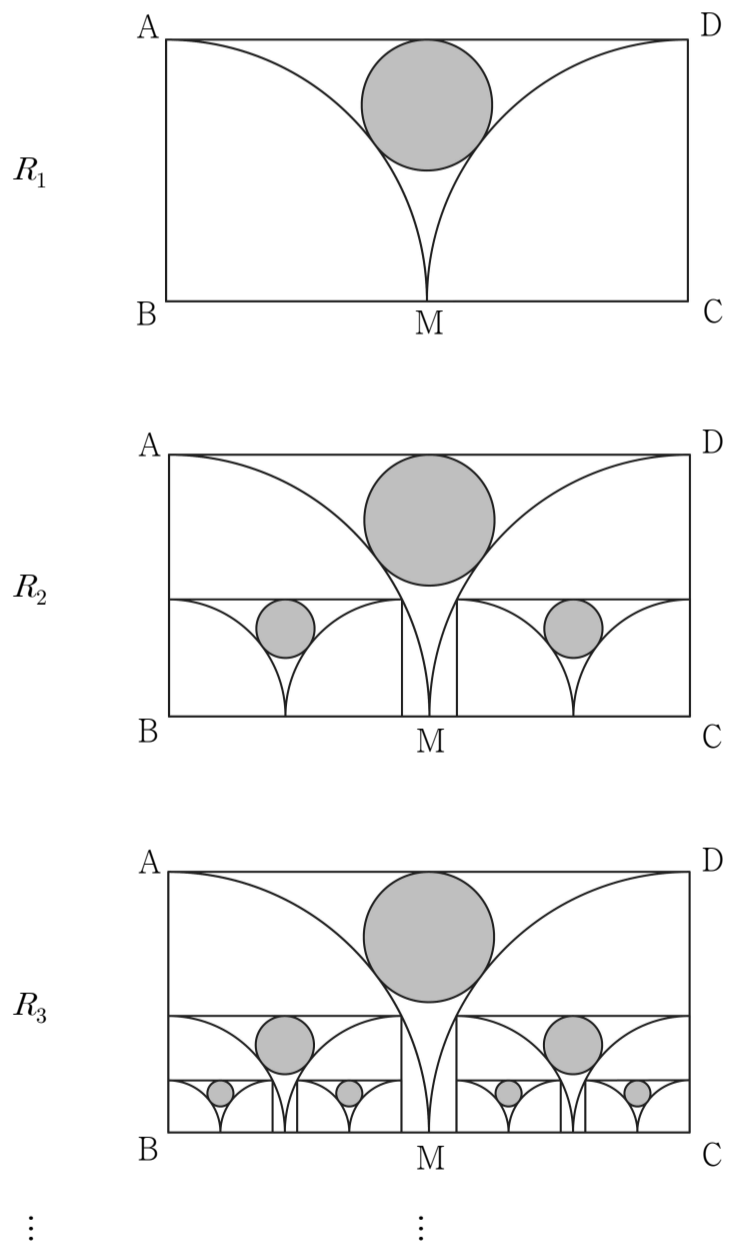
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 직사각형 ABCD에서 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 중심이 B, 반지름의 길이가 \overline{BM} 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 BMA를 그리고, 중심이 C, 반지름의 길이가 \overline{CM} 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 CDM을 그린다. 두 부채꼴의 호 MA, 호 DM과 선분 AD에 모두 접하는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 새로 그려진 각 부채꼴의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 직사각형을 긴 변이 선분 BC 위에 놓이면서 각 부채꼴에 내접하도록 각각 그리고, 각 직사각형에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n 이라 할 때, 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 하자.

이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}\pi$ ② $\frac{5}{48}\pi$ ③ $\frac{1}{8}\pi$ ④ $\frac{7}{48}\pi$ ⑤ $\frac{1}{6}\pi$

21. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2n-1} + a_{2n}}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n}$$

은 일정한 값을 가진다.

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)a_n} = \frac{1}{10}$

a_{10} 의 값은? [4점]

- ① 190 ② 192 ③ 194 ④ 196 ⑤ 198

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 - 3n}{2n^2 + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{ 는 } 6 \text{ 의 양의 약수}\}$ 의 모든 부분집합의 개수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = 3x - 7$ 에 대하여 $f^{-1}(5)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_3 \times a_4 = a_5$$

를 만족시킬 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 12$$

를 만족시킨다. $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. $(\sqrt{2}\sqrt[3]{4})^n$ 이 네 자리 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. [4점]

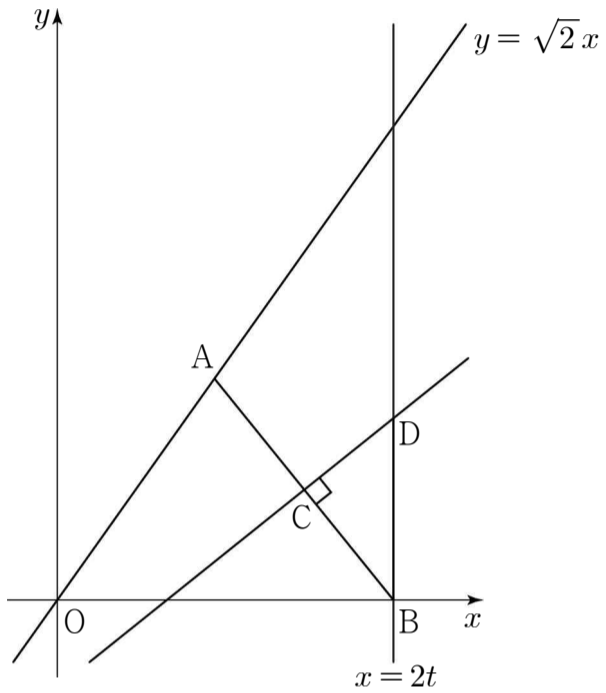
28. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 88$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 65) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n < 65) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 직선 $y = \sqrt{2}x$ 위의 점 $A(t, \sqrt{2}t)$ ($t > 0$) 과 x 축 위의 점 $B(2t, 0)$ 이 있다. 선분 AB 의 중점을 C 라 하고, 점 C 를 지나고 선분 AB 에 수직인 직선이 직선 $x = 2t$ 와 만나는 점을 D 라 하자. 선분 CD 의 길이를 $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} = k$ 이다. $3k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -3x(x+2) & (x < 0) \\ |ax^2 + bx| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 $f(x) = t$ 인 모든 x 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ (m 은 자연수)라 할 때, 함수 $g(t)$ 를 $g(t) = x_1$ 이라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(t)$ 는 $t = 3, t = 4$ 에서만 불연속이다.
- (나) $\lim_{t \rightarrow 3^+} g(t) = \frac{2}{3}$

$30 \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.