

2018학년도 7월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

수학 영역

나형 정답

1	③	2	②	3	④	4	③	5	④
6	②	7	②	8	⑤	9	④	10	①
11	⑤	12	④	13	①	14	③	15	⑤
16	③	17	②	18	③	19	①	20	⑤
21	①	22	2	23	21	24	60	25	43
26	84	27	20	28	112	29	144	30	82

해설

1. [출제의도] 지수 계산하기

$$24 \times 2^{-3} = 24 \times \frac{1}{8} = 3$$

2. [출제의도] 수열의 극한 계산하기

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 6}{n^2 + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{6}{n^2}}{1 + \frac{1}{n}} = 2$$

3. [출제의도] 이항분포 평균 계산하기

$$E(X) = 12 \times \frac{1}{3} = 4$$

4. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

$$A^C = \{1, 2, 3, 9, 10\}, B = \{1, 3, 4, 7, 8, 9\}$$

$$A^C \cap B = \{1, 3, 9\}$$

따라서 $1+3+9=13$

5. [출제의도] 명제와 조건 이해하기

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$$P = \{x \mid k \leq x \leq k+3\}$$

$$Q = \{x \mid 3 \leq x \leq 10\}$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$

$$3 \leq k, k+3 \leq 10$$

$$3 \leq k \leq 7$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 7

6. [출제의도] 사건의 독립 이해하기

두 사건 A 와 B 는 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A) = 1 - P(A^C) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서 } P(B) = \frac{1}{4}$$

7. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0 + (-1) = -1$$

8. [출제의도] 함수의 미분가능성 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3 - ax + 2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (5x - 2a) = f(2)$$

함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

$f'(2)$ 가 존재해야하므로

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(2+h)^3 - a(2+h) + 2 - (10-2a)}{h}$$

$$= 12 - a$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{5(2+h) - 2a - (10-2a)}{h} = 5$$

$$12 - a = 5$$

따라서 $a = 7$

9. [출제의도] 무리함수 이해하기

함수 $y = -\sqrt{x+3} + a$ 는 닫힌 구간 $[-2, 6]$ 에서 감소한다.

$x = -2$ 일 때, 최댓값 1을 가지므로

$$1 = -\sqrt{-2+3} + a, a = 2$$

$x = 6$ 일 때, 최솟값 m 을 가지므로

$$m = -\sqrt{6+3} + 2, m = -1$$

따라서 $am = -2$

10. [출제의도] 조건부확률을 활용하여 문제해결하기

역사 동아리 학생 중 임의로 선택한 1명이

박물관 A를 선택한 학생인 사건을 X ,

1학년 학생인 사건을 Y 라 하면

$$P(Y|X) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = \frac{\frac{9}{32}}{\frac{24}{32}} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

11. [출제의도] 부정적분 이해하기

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 7$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 7x + C$$

$$f(1) = 1 - 1 + 7 + C = 0, C = -7$$

따라서 $f(2) = 11$

12. [출제의도] 여러 가지 수열의 합을 활용하여 문제해결하기

$$a_n = n^3 + (1-n)n^2 + n = n(n+1)$$

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

13. [출제의도] 수열의 귀납적 정의 이해하기

$$a_{n+2} = a_{n+1} - 2a_n + 5$$

$$a_3 = 3 - 4 + 5 = 4$$

$$a_4 = 4 - 6 + 5 = 3$$

$$a_5 = 3 - 8 + 5 = 0$$

$$a_6 = 0 - 6 + 5 = -1$$

따라서 $a_6 = -1$

14. [출제의도] 정적분을 활용하여 속도와 거리

이해하기

두 점 P, Q가 출발 후 $t = a$ ($a > 0$)에서 다시 만나므로

$$\int_0^a (3t^2 + 6t - 6)dt = \int_0^a (10t - 6)dt$$

$$a^3 + 3a^2 - 6a = 5a^2 - 6a$$

$$a^3 - 2a^2 = a^2(a-2) = 0$$

따라서 $a = 2$

15. [출제의도] 같은 것이 있는 순열을 활용하여 문제해결하기

(i) 6, 6, 2인 경우 순서쌍의 개수 $\frac{3!}{2!} = 3$

(ii) 6, 5, 3인 경우 순서쌍의 개수 $3! = 6$

(iii) 6, 4, 4인 경우 순서쌍의 개수 $\frac{3!}{2!} = 3$

(iv) 5, 5, 4인 경우 순서쌍의 개수 $\frac{3!}{2!} = 3$

따라서 $3+6+3+3=15$

(다른 풀이)

$a = 6 - a', b = 6 - b', c = 6 - c'$ 이라 하자.

$$(6 - a') + (6 - b') + (6 - c') = 14$$

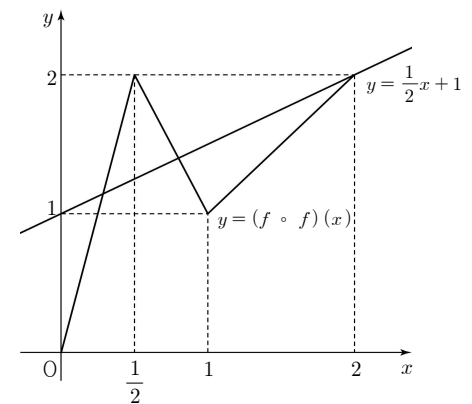
$a' + b' + c' = 4$ (단, a', b', c' 은 음이 아닌 정수)

따라서 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$

16. [출제의도] 합성함수를 이용하여 문제해결하기

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} 2f(x) & (0 \leq f(x) < 1) \\ -f(x) + 3 & (1 \leq f(x) \leq 2) \end{cases}$$

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} 4x & \left(0 \leq x < \frac{1}{2} \right) \\ -2x + 3 & \left(\frac{1}{2} \leq x < 1 \right) \\ x & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

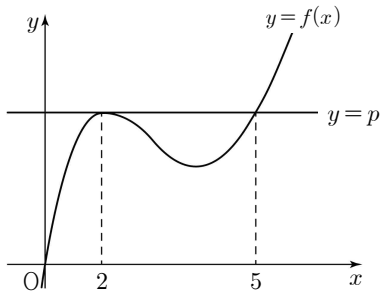


따라서 교점의 개수는 3

17. [출제의도] 함수의 그래프를 활용하여 문제 해결하기

조건(가)와 조건(나)를 만족시키는

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$$f(x) - p = (x-2)^2(x-5)$$

$$f(0) = 0 \text{ 이므로 } p = 20$$

$$f(x) = (x-2)^2(x-5) + 20 = x^3 - 9x^2 + 24x$$

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (x^3 - 9x^2 + 24x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + 12x^2 \right]_0^2 = 28$$

18. [출제의도] 확률변수의 평균을 구하는 과정 추론하기

공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N 이라 하면 N 은 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$N = \frac{7!}{4!3!} = 35$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5이다.

(i) $X=2$ 일 때,

번호 2가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개, 번호 2가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 3개를 나열하는 경우의 수는

$$1 \times \frac{5!}{2! \times 3!} \text{ 이므로}$$

$$P(X=2) = \frac{10}{35}$$

(ii) $X=3$ 일 때,

번호 3이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 1개, 번호 3이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 2개를 나열하는

경우의 수는 $2! \times \frac{4!}{2! \times 2!}$ 이므로

$$P(X=3) = \frac{12}{35}$$

(iii) $X=4$ 일 때,

번호 4가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 2개, 번호 4가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 1개를 나열하는 경우의 수는 $\frac{9!}{2! \times 2! \times 3!}$ 이므로

$$P(X=4) = \frac{9}{35}$$

(iv) $X=5$ 일 때,

확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=5) = 1 - \{P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\}$$

$$\text{따라서 } E(X) = \sum_{k=2}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{16}{5}$$

$$a = \frac{7!}{4! \times 3!} = 35, \quad b = \frac{3!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 9$$

확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{10}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

$$c = 2 \times \frac{10}{35} + 3 \times \frac{12}{35} + 4 \times \frac{9}{35} + 5 \times \frac{4}{35} = \frac{16}{5}$$

따라서 $a+b+5c = 60$

19. [출제의도] 등비급수를 활용하여 추론하기

$S_1 = 2 \times \{(\text{부채꼴 } C_3C_2P_1 \text{의 넓이}) - (\text{직각삼각형 } C_3C_2A_2 \text{의 넓이})\}$

$$= 2 \times \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3\pi - 2\sqrt{3}}{2}$$

정삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 한 변의 길이를 a_n 이라 하면 삼각형의 증점연결 정리에 의해

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \text{ 이므로 그림 } R_n \text{에 새로 색칠된}$$

부분의 넓이를 b_n 이라 하면

$$b_{n+1} = \frac{1}{4}b_n, \quad b_1 = S_1$$

수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{3\pi - 2\sqrt{3}}{2}$ 이고

공비가 $\frac{1}{4}$ 인 등비수열이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n b_k$$

$$= \frac{\frac{3\pi - 2\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{6\pi - 4\sqrt{3}}{3}$$

20. [출제의도] 정적분의 성질을 활용하여 참, 거짓 추론하기

ㄱ. $f'(-x) = -f'(x)$ 이고 $f'(1) = 0$

$f'(-1) = -f'(1) = 0$ (참)

ㄴ. $f'(-1) = f'(1) = 0, f'(0) = 0$

$f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$

$f(x) = x^4 - 2x^2 + C$

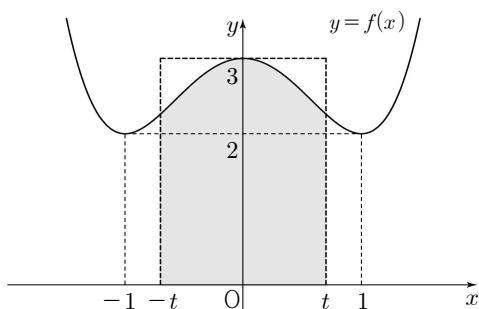
$f(1) = 2, C = 3$

$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

$f(-x) = f(x)$ 이므로

$$\int_{-k}^0 f(x) dx = \int_0^k f(x) dx \text{ (참)}$$

ㄷ. 함수 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ 의 그래프는 그림과 같다.



$x = -t, x = t, x$ 축, $y = f(x)$ 로

둘러싸인 영역의 넓이 $\int_{-t}^t f(x) dx$ 는

$x = -t, x = t, x$ 축, $y = 3$ 으로

둘러싸인 직사각형의 넓이 $6t$ 보다 작다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

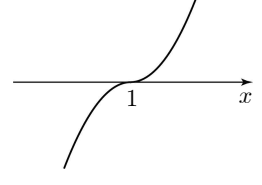
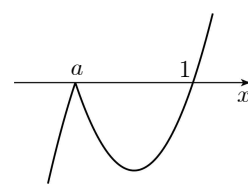
21. [출제의도] 함수의 그래프 이해하기

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)(x-a) & (x \geq a) \\ -(x-1)(x-a) & (x < a) \end{cases}$$

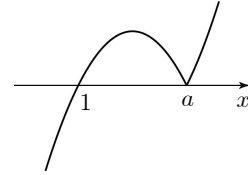
함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.

(i) $a < 1$ 일 때

(ii) $a = 1$ 일 때



(iii) $a > 1$ 일 때



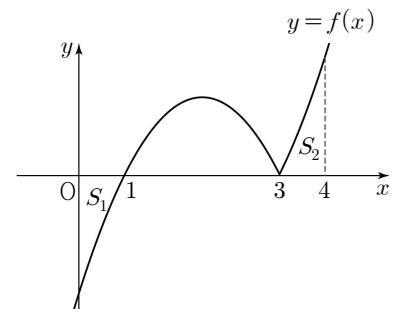
함수 $f(x)$ 의 극댓값이 1이므로 그래프의 개형은 (iii)과 같아야 하고, 극댓값을 갖는

x 의 값은 $\frac{a+1}{2}$

$$f\left(\frac{a+1}{2}\right) = -\left(\frac{a+1}{2} - 1\right)\left(\frac{a+1}{2} - a\right) = 1$$

$$\frac{(a-1)^2}{4} = 1, \quad a > 1 \text{ 이므로 } a = 3$$

그림과 같이 영역 S_1 의 넓이와 영역 S_2 의 넓이가 같으므로



$$\int_0^4 f(x) dx = \int_1^3 \{-(x-1)(x-3)\} dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x \right]_1^3 = \frac{4}{3}$$

22. [출제의도] 로그 계산하기

$$\log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 36 = 2$$

23. [출제의도] 미분계수 계산하기

$$f'(x) = 6x^2 - 3, \quad f'(2) = 21$$

24. [출제의도] 이항정리 이해하기

$$(2x-1)^6 = \sum_{r=0}^6 {}_6C_r (2x)^{6-r} (-1)^r$$

$$6-r=2, \quad r=4$$

$$\text{따라서 } x^2 \text{의 계수는 } {}_6C_4 \times 2^2 = 60$$

25. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$a_2 = a_1 + d = 7 \quad \text{..... ㉠}$$

$$S_7 - S_5 = a_7 + a_6 = 2a_1 + 11d = 50 \quad \text{..... ㉡}$$

두 식 ㉠, ㉡을 연립하면

$$a_1 = 3, \quad d = 4$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 43$$

26. [출제의도] 중복조합을 활용하여 문제해결하기

서로 다른 4개의 상자 중 빈 상자의 개수가 1인 경우의 수는 4

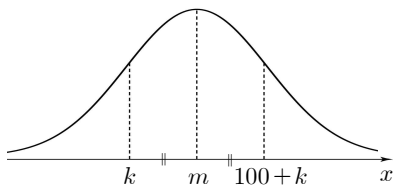
빈 상자가 아닌 서로 다른 3개의 상자에 넣은 공의 개수를 각각 a, b, c 라 하자. 공을 넣는 경우의 수는 방정식 $a+b+c=8$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수와 같으므로 ${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$
따라서 $4 \times 21 = 84$

27. [출제의도] 함수의 극한의 성질을 활용하여 문제해결하기

$g(x) = f(x) - x^2$ 이라 하자.
 $g(1) = f(1) - 1 = 0, f(1) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = g'(1) = -2$
 $g'(x) = f'(x) - 2x, f'(1) = 0$
 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면
 $f(0) = 2, c = 2$
 $f(1) = 1 + a + b + 2 = 1, a + b = -2$
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 $f'(1) = 3 + 2a + b = 0, 2a + b = -3$
 $a = -1, b = -1$
따라서 $f'(3) = 20$

28. [출제의도] 표준정규분포를 활용하여 문제 해결하기

확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 8^2)$ 을 따른다. 조건 (가)를 만족시키는 정규분포의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$m - k = (100 + k) - m, k = m - 50$
 $P(X \geq 2k) = P\left(Z \geq \frac{m-100}{8}\right) = 0.0668$
 $0.5 - P\left(Z \geq \frac{m-100}{8}\right) = P\left(0 \leq Z \leq \frac{m-100}{8}\right) = 0.4332$
 $\frac{m-100}{8} = 1.5$
따라서 $m = 112$

29. [출제의도] 집합의 원소를 활용하여 추론하기

- (i) 가장 작은 원소가 2인 경우
 $2 \times ({}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5)$
 $= 2 \times (2^5 - {}_5C_0 - {}_5C_1) = 52$
- (ii) 가장 작은 원소가 2^2 인 경우
 $2^2 \times ({}_4C_2 + {}_4C_3 + {}_4C_4)$
 $= 2^2 \times (2^4 - {}_4C_0 - {}_4C_1) = 44$
- (iii) 가장 작은 원소가 2^3 인 경우
 $2^3 \times ({}_3C_2 + {}_3C_3) = 32$

(iv) 가장 작은 원소가 2^4 인 경우

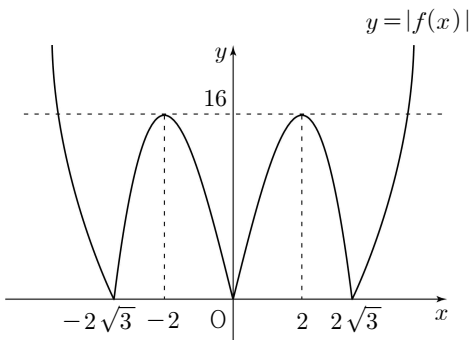
$2^4 \times {}_2C_2 = 16$
따라서 $52 + 44 + 32 + 16 = 144$

(다른 풀이)

각 부분집합에서 가장 작은 원소의 합은
 $2 \times 2^5 + 2^2 \times 2^4 + \dots + 2^6 \times 1$
 $= 6 \times 2^6 = 384$
원소의 개수가 1, 2인 부분집합의 가장 작은 원소의 합은
 $(2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6)$
 $+ (2 \times 5 + 2^2 \times 4 + 2^3 \times 3 + 2^4 \times 2 + 2^5 \times 1)$
 $= \frac{2 \times (2^6 - 1)}{2 - 1} + (10 + 16 + 24 + 32 + 32)$
 $= 126 + 114 = 240$
따라서 $384 - 240 = 144$

30. [출제의도] 함수의 연속성을 활용하여 문제 해결하기

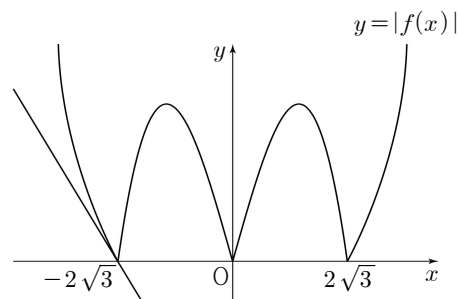
함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프의 개형은 그림과 같다.



함수 $g(t)$ 가 $t=0$ 에서 불연속이 되는 경우는 $f(a) = 0$ 또는 $f(a) = 16$ 인 경우뿐이다.

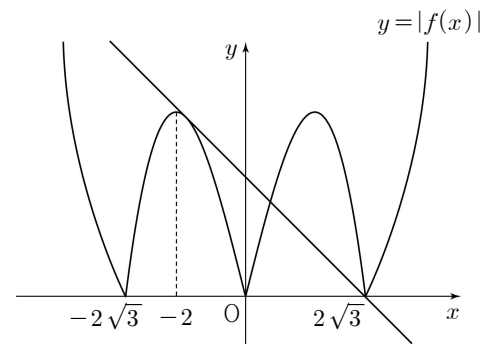
(i) $f(a) = 0$ 인 경우
 $a = -2\sqrt{3}, a = 2\sqrt{3}$

① $a = -2\sqrt{3}$ 인 경우
 $x < -2\sqrt{3}$ 인 범위에서
 $|f(x)| = -f(x)$ 이므로
 $-f'(-2\sqrt{3}) = -24$
따라서 그림과 같이 $t = -24$ 일 때
함수 $g(t)$ 가 불연속이므로 k 의 값 중 가장 작은 값은 0이 아니다.



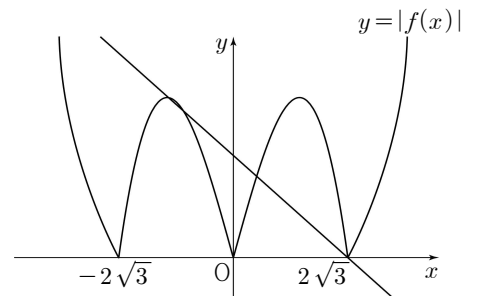
② $a = 2\sqrt{3}$ 인 경우

그림과 같이 점 $(2\sqrt{3}, 0)$ 을 지나는 직선이 $-2 < x < 0$ 인 범위에서 곡선 $y = |f(x)|$ 와 접할 때의 기울기 t 의 값 $t = k$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 가 불연속이므로 k 의 값 중 가장 작은 값은 0이 아니다.

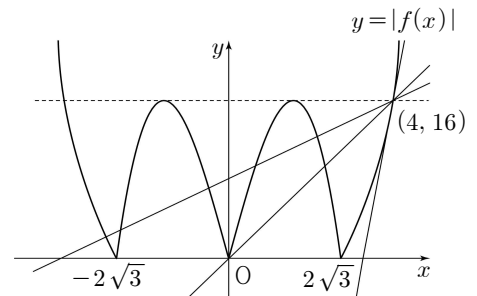


(ii) $f(a) = 16$ 인 경우

$a = -2, a = 4$
 $a = -2$ 일 때, 그림과 같이
두 점 $(-2, 16), (2\sqrt{3}, 0)$ 을 지나는 직선의 기울기 t 의 값 $t = k$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 가 불연속이므로 k 의 값 중 가장 작은 값은 0이 아니다.



따라서 주어진 조건을 만족하는 a 의 값은 4
그러므로 점 $(4, 16)$ 을 지나고, 기울기가 t 인 직선과 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프의 개형은 그림과 같다.



직선 $y = t(x - 4) + 16$ 의 x 절편이 $4 - \frac{16}{t} (t \neq 0)$

이고, 곡선 $y = x^3 - 12x$ 위의 점 $(4, 16)$ 에서의 접선의 기울기가 36이므로
 $t = 1, 2$ 일 때, $g(t) = 6$
 $t = 3$ 일 때, $g(t) = 4$
 $t = 4$ 일 때, $g(t) = 3$
 $t = 5, 6, \dots, 35$ 일 때, $g(t) = 2$
 $t = 36$ 일 때, $g(t) = 1$

$\sum_{n=1}^{36} g(n) = 6 \times 2 + 4 + 3 + 2 \times 31 + 1 = 82$

(참고)

$a = 4$ 일 때, 함수 $y = g(t)$ 의 그래프는 그림과 같다.

