

5지 선다형(1 ~ 21)

1. 6×2^{-1} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 2$, $a_3 = 5$ 일 때, a_4 의 값은?

[2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$6n-1 < a_n < 6n+1$$

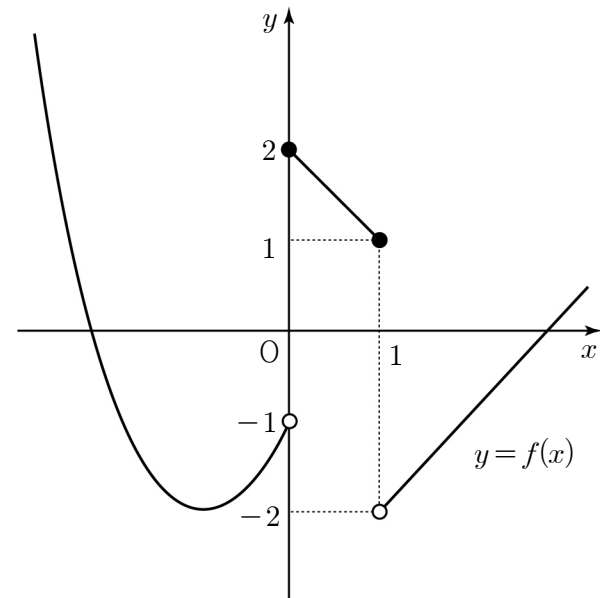
을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 함수 $f(x)=2x-1$ 에 대하여 $f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



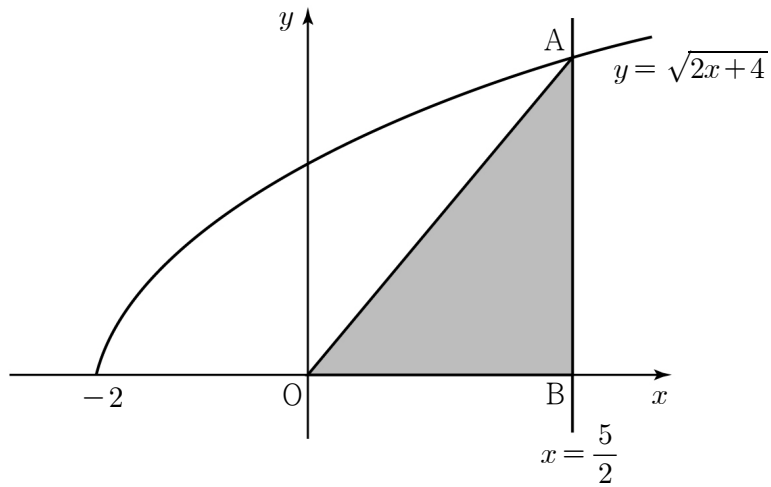
$f(1) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 그림과 같이 직선 $x = \frac{5}{2}$ 와 곡선 $y = \sqrt{2x+4}$ 가 만나는 점을 A,

직선 $x = \frac{5}{2}$ 와 x 축이 만나는 점을 B라 할 때,

삼각형 AOB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n+1} - 2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

10. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 - 7x + 10 < 0,$$

$$q: x > a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 두 상수 a, b 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-1} = b$$

일 때, $a+4b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & (x \neq 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}, \quad g(x) = 2x + k$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 2nx + n^2 - 1 = 0$$

의 두 근의 곱을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

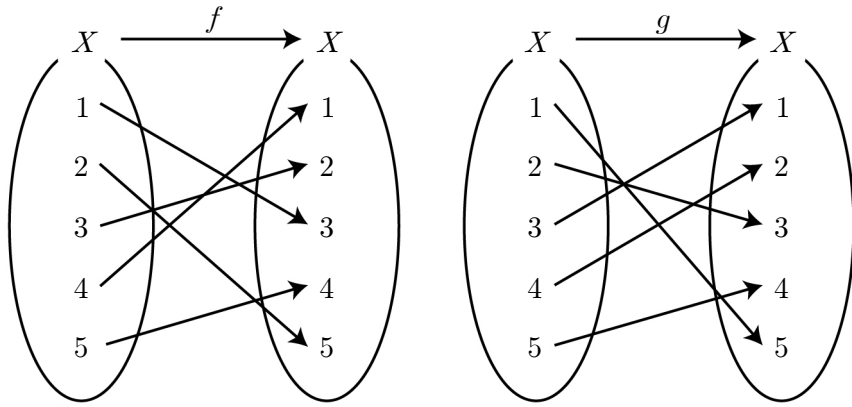
14. 두 정수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 + b & (x < 2) \\ -2x + 10 & (x \geq 2) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow X, g: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



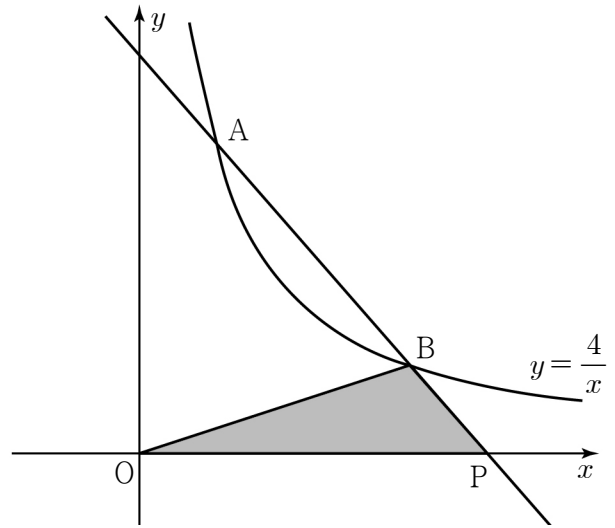
함수 $h: X \rightarrow X$ 가 $f \circ h = g$ 를 만족시킬 때, $(h \circ f)(3)$ 의 값은?
[4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

16. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{4}{x}$ 위의 두 점 $A(1, 4), B(t, \frac{4}{t}) (t > 1)$

를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 P라 하자.
삼각형 OPB의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

17. 양수 m 에 대하여 직선 $y = mx + 2m + 3$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

18. $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$n(n-2)a_{n+1} = \sum_{i=1}^n a_i$$

를 만족시킨다. 다음은

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \quad (n \geq 3)$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 3$ 일 때, $a_3 = 4 = \frac{8}{(3-1)(3-2)}$ 이므로 성립한다.

(ii) $n = k$ ($k \geq 3$)일 때, 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{8}{(k-1)(k-2)}$$

이다.

$$\begin{aligned} k(k-2)a_{k+1} &= \sum_{i=1}^k a_i = a_k + \sum_{i=1}^{k-1} a_i \\ &= a_k + (k-1)(k-3)a_k \\ &= a_k \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{8}{(k-1)(k-2)} \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_{k+1} = \frac{1}{k(k-2)} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} = \frac{8}{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다. 따라서 $n = k+1$ 일 때 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k), h(k)$ 라 할 때, $\frac{f(13) \times g(14)}{h(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 88 ② 96 ③ 104 ④ 112 ⑤ 120

19. 자연수 n 에 대하여 두 실수 a 와 b 가

$$2^a = 5^b = 10^n$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

<보 기>

ㄱ. $n=1$ 이면 $a-1 = \log_2 5$ 이다.

ㄴ. $n=2$ 이면 $(a-2)(b-2) = 4$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{20} \frac{(a-n)(b-n)}{n} = 210$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 첫째항이 -36 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $\sum_{k=1}^m a_k = 0$ 인 m 이 존재한다.

- ① 100 ② 104 ③ 108 ④ 112 ⑤ 116

21. 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \frac{(k+1)x + 3k + 6}{3(x+1)}$$

이라 할 때, 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합을 a_n 이라 하자.

함수 $f(x)$ 의 치역의 원소 중 정수의 개수는 $4n$ 이다.

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 600 ② 610 ③ 620 ④ 630 ⑤ 640

단답형(22 ~ 30)

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+1}{n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 5)$ 가 수렴할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수

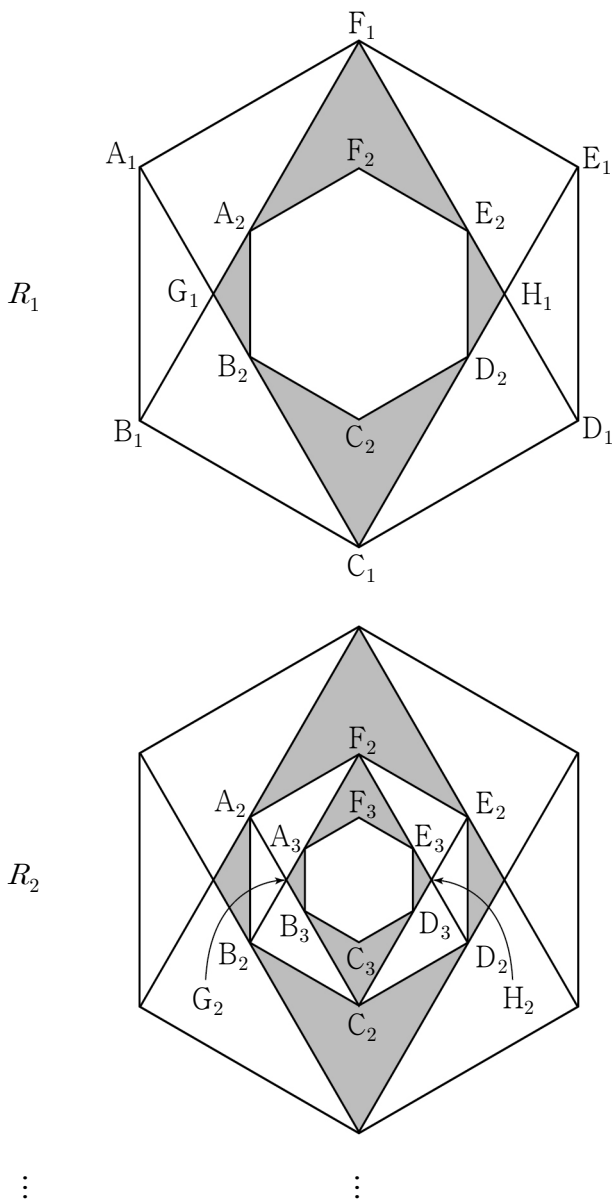
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 10}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 학급 전체 학생 30명 중 지역 A를 방문한 학생이 17명, 지역 B를 방문한 학생이 15명이라 하자. 이 학급 학생 중에서 지역 A와 지역 B 중 어느 한 지역만 방문한 학생의 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.
[4점]

28. 100이하의 자연수 n 에 대하여 $\log_2 \frac{n}{6}$ 이 자연수가 되는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 이 있다. 선분 A_1C_1 과 선분 B_1F_1 의 교점을 G_1 , 선분 C_1E_1 과 선분 D_1F_1 의 교점을 H_1 이라 하고, 선분 B_1F_1 과 선분 A_1C_1 의 중점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 사각형 $F_1G_1C_1H_1$ 의 내부에 선분 A_2B_2 를 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을 C_2, D_2, E_2, F_2 라 하자. 사각형 $F_1G_1C_1H_1$ 의 내부와 정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 A_2C_2 와 선분 B_2F_2 의 교점을 G_2 , 선분 C_2E_2 와 선분 D_2F_2 의 교점을 H_2 라 하고, 선분 B_2F_2 와 선분 A_2C_2 의 중점을 각각 A_3, B_3 이라 하자. 사각형 $F_2G_2C_2H_2$ 의 내부에 선분 A_3B_3 을 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을 C_3, D_3, E_3, F_3 이라 하자. 사각형 $F_2G_2C_2H_2$ 의 내부와 정육각형 $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 이차함수 $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < \frac{1}{2}$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.
- (나) $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$ 일 때,
 $g(x) = f(x-n) + \frac{n}{2}$ 이다. (단, n 은 자연수이다.)
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = g(x)$ 이다.

실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 함수 $y = |x| - t$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 α 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ 라 할 때, $16\alpha_{20}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.