

5지 선다형(1 ~ 21)

1.  $(\sqrt[3]{8})^2$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

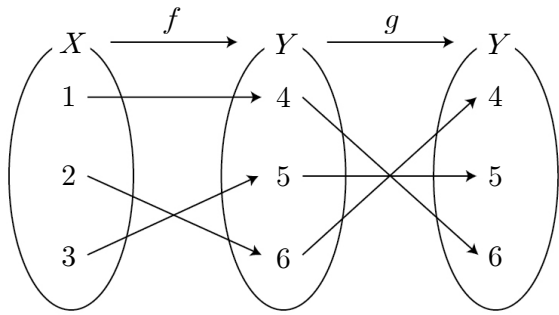
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2}{(n+1)(n+2)}$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

4.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 7$ ,  $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k) = 38$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

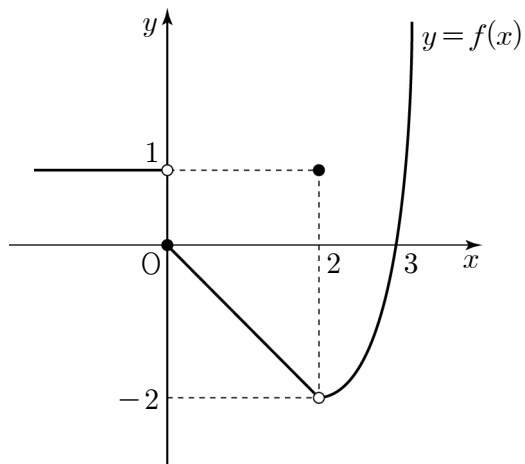
5. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

6. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

7. 함수  $y = \frac{ax}{2x-1}$  ( $a \neq 0$ )의 그래프의 두 점근선이 만나는 점의 좌표가  $(b, \frac{1}{2})$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{5}{2}$

8. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - 7x + 10 \leq 0,$$

$$q : (x+1)(x-a) \leq 0$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

9. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합  $A$ 에 대하여

$$\{1, 2\} \cap A \neq \emptyset$$

을 만족시키는 모든 집합  $A$ 의 개수는? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

10. 좌표평면에서 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = \sqrt{x+a}$ 가 두 점  $(2, 3)$ ,  $(3, 2)$ 를 이은 선분과 만나기 위한  $a$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

11. 어느 학급 전체 학생 30명이 있다. 이 학급의 학생들 중 방과후 수업으로 수학을 신청한 학생이 24명, 영어를 신청한 학생이 15명이라 하자. 이 학급의 학생 중에서 수학과 영어를 모두 신청한 학생의 수의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 20      ② 21      ③ 22      ④ 23      ⑤ 24

12. 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x-2} = 15$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2xf(x-2)}{x^2+x-6}$ 의 값은? [3점]

- ① 12      ② 10      ③ 8      ④ 6      ⑤ 4

13.  $k < 0$ 인 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^2 - 2x + k$  ( $x \geq 1$ )의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.  
삼각형 POH의 넓이가 8일 때,  $k$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]
- ① -6      ② -5      ③ -4      ④ -3      ⑤ -2

14. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	7	8	9
⋮		⋮	⋮	⋮
5.9	...	.7760	.7767	.7774
6.0	...	.7832	.7839	.7846
6.1	...	.7903	.7910	.7917

이 표를 이용하여 구한  $\log 607 + \log 0.607$ 의 값은? [4점]

- ① 1.5664                      ② 2.0664                      ③ 2.5664  
④ 3.0664                      ⑤ 3.5664

15. 수열  $\{a_n\}$  이

$$\sum_{k=1}^n ka_k = n(n+1)(n+2)$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 185      ② 195      ③ 205      ④ 215      ⑤ 225

16. 1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여 직선  $x=a$ 가 두 함수

$$y = \frac{1}{x-1}, y = -4x$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이의 최솟값은? [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

17.  $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 4$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$n(n-2)a_{n+1} = \sum_{i=1}^n a_i$$

를 만족시킨다. 다음은

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \quad (n \geq 3)$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i)  $n=3$ 일 때,  $a_3 = 4 = \frac{8}{(3-1)(3-2)}$ 이므로 성립한다.

(ii)  $n=k$  ( $k \geq 3$ )일 때, 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{8}{(k-1)(k-2)}$$

이다.

$$\begin{aligned} k(k-2)a_{k+1} &= \sum_{i=1}^k a_i = a_k + \sum_{i=1}^{k-1} a_i \\ &= a_k + (k-1)(k-3)a_k \\ &= a_k \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{8}{(k-1)(k-2)} \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_{k+1} = \frac{1}{k(k-2)} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} = \frac{8}{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때 성립한다.

(i), (ii)에 의하여  $n \geq 3$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \text{이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k), h(k)$ 라 할 때,  $\frac{f(13) \times g(14)}{h(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 88      ② 96      ③ 104      ④ 112      ⑤ 120

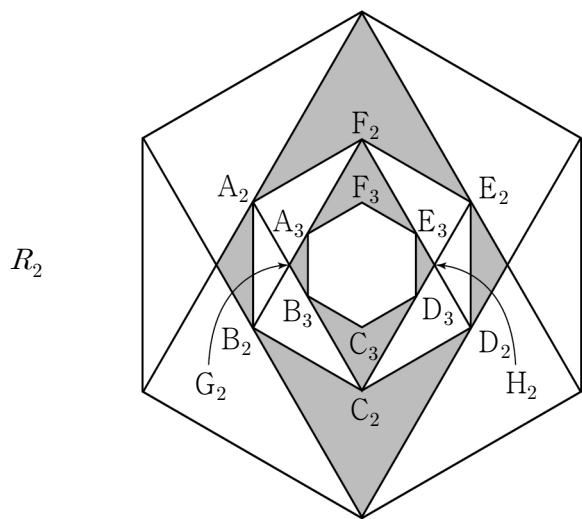
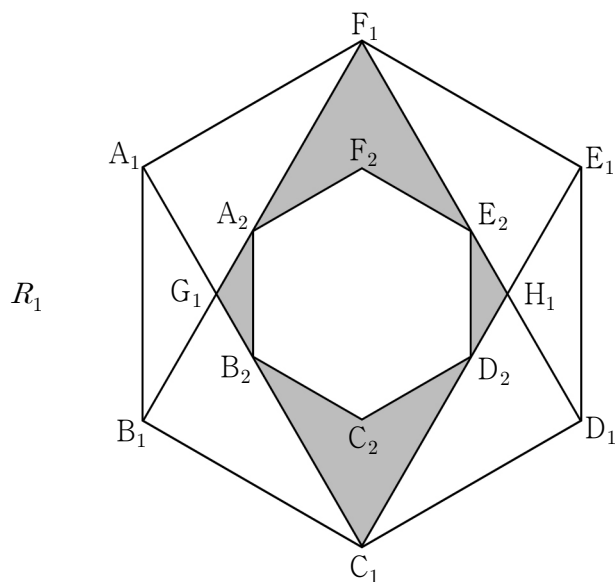
18. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여

직선  $3x - 4y + 4^n = 0$ 과  $x$ 축,  $y$ 축에 동시에 접하면서 원의 중심이 직선  $y=x$  위에 있는 두 원의 반지름의 길이의 합을

$a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4^n + 1}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  이 있다. 선분  $A_1C_1$  과 선분  $B_1F_1$  의 교점을  $G_1$ , 선분  $C_1E_1$  과 선분  $D_1F_1$  의 교점을  $H_1$  이라 하고, 선분  $B_1F_1$  과 선분  $A_1C_1$  의 중점을 각각  $A_2, B_2$  라 하자. 사각형  $F_1G_1C_1H_1$  의 내부에 선분  $A_2B_2$  를 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을  $C_2, D_2, E_2, F_2$  라 하자. 사각형  $F_1G_1C_1H_1$  의 내부와 정육각형  $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$  의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자. 그림  $R_1$  에서 선분  $A_2C_2$  와 선분  $B_2F_2$  의 교점을  $G_2$ , 선분  $C_2E_2$  와 선분  $D_2F_2$  의 교점을  $H_2$  라 하고, 선분  $B_2F_2$  와 선분  $A_2C_2$  의 중점을 각각  $A_3, B_3$  이라 하자. 사각형  $F_2G_2C_2H_2$  의 내부에 선분  $A_3B_3$  을 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을  $C_3, D_3, E_3, F_3$  이라 하자. 사각형  $F_2G_2C_2H_2$  의 내부와 정육각형  $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$  의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은? [4점]



⋮

⋮

①  $\frac{53}{9} \sqrt{3}$       ②  $\frac{56}{9} \sqrt{3}$       ③  $\frac{59}{9} \sqrt{3}$

④  $\frac{62}{9} \sqrt{3}$       ⑤  $\frac{65}{9} \sqrt{3}$

20. 자연수  $n$  에 대하여  $n+m-1$  이 소수가 되도록 하는 가장 작은 자연수  $m$  을  $f(n)$  이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $f(10)=2$   
 ㄴ.  $f(n)=5$  이면  $f(n+4)=1$  이다.  
 ㄷ. 5 이상의 자연수  $n$  에 대하여  $f(n)=1$  이고  $f(n-1) < f(n-2)$  이면  $f(n-3)=4$  이다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 함수  $f(x) = \frac{x-1}{2x-6}$  과 3 이상의 자연수  $k$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(3-a)|^{n+1}}{2^n + |1-f(3+a)|^n} = k$$

를 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 합을  $g(k)$ 라 하자.

$\sum_{k=3}^{17} g(k)$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{2}{7}$     ②  $-\frac{12}{35}$     ③  $-\frac{2}{5}$     ④  $-\frac{16}{35}$     ⑤  $-\frac{18}{35}$

단답형(22 ~ 30)

22.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 4, a_4 - a_2 = 6$$

일 때,  $a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+2}\right) = 6$  일 때,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (4a_n + 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이

$$a_n = (\text{자연수 } n \text{을 } 3 \text{으로 나누었을 때의 몫}),$$

$$b_n = (-1)^{n-1} \times 5^{a_n}$$

- 일 때,  $\sum_{k=1}^9 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+4) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & (-2 \leq x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 1) \\ -x+2 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$

- 이다. 방정식  $f(x) = \frac{1}{n}x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 11이 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x(x-2) & (x \leq 1) \\ x(x-2)+16 & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $f(x)\{f(x)-a\}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에서 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

직선  $y=n$ 이 함수  $y=(x+2)^2$  ( $x \geq -2$ )의 그래프와 만나는 점의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 하자.  $a_n$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의

개수를  $F(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{20} F(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \left\{ \frac{b}{a} \mid \log_a b = \frac{k}{2}, a \text{와 } b \text{는 } 2 \text{ 이상 } 100 \text{ 이하의 자연수} \right\}$$

라 할 때,  $n(A_3) + n(A_4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양의 실수  $k$ 와 함수  $f(x) = ax(x-b)$  ( $a, b$ 는 자연수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < b) \\ kf(x-b) & (x \geq b) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(6) = -8$

(나) 방정식  $|g(x)| = b$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

실수  $m$ 에 대하여 직선  $y = mx - 1$ 이 함수  $y = |g(x)|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를  $h(m)$ 이라 하자.

함수  $h(m)$ 에 대하여  $\lim_{m \rightarrow t^-} h(m) + \lim_{m \rightarrow t^+} h(m) = 6$ 을 만족시키는

모든 실수  $t$ 의 값의 합은  $p + q\sqrt{14}$ 이다.

$12(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.