

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식  $A = x^2 - 1$ ,  $B = x^2 + 2x + 7$ 에 대하여  $2A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $2x^2 - 2x + 5$
- ②  $2x^2 + 2x + 5$
- ③  $3x^2 - 2x + 5$
- ④  $3x^2 + 2x + 5$
- ⑤  $3x^2 + 4x + 5$

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 4, 6\}, B = \{2, 4, 5\}$$

에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

3.  $\log_2 8 + \log_2 \frac{1}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

4.  $(1+2i)(1-2i)$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④  $2+2i$
- ⑤  $3+4i$

5. 다항식  $2x^3 - 3x + 4$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 두 직선  $x+y+2=0$ ,  $(a+2)x-3y+1=0$ 이 서로 수직일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ x^2-5x-14 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

8.  $x$ 에 대한 이차방정식

$$(a^2-9)x^2 = a+3$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 10보다 작은 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

9. 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$a+b=2, 2^{\frac{a}{2}}-2^{\frac{b}{2}}=3$$

일 때,  $2^a+2^b$ 의 값은? [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

10. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p: (x-1)(x-1-a) \leq 0,$$

$$q: -3 < x \leq 7$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 부등식  $|3x-2| \leq x+6$  의 해가  $\alpha \leq x \leq \beta$  일 때,  $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

12. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 곡선  $y=-\frac{2}{x}$ 를 평행이동한 것이고 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이다. 함수  $f(x)$ 의 정의역이  $\{x|x \neq -2 \text{인 모든 실수}\}$ 일 때,  $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① -3      ②  $-\frac{7}{3}$       ③  $-\frac{5}{3}$       ④ -1      ⑤  $-\frac{1}{3}$

13. 첫째항이 20인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_n + a_{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자.  $a_{10} = b_{10}$ 일 때,  $b_8$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

14.  $x$ 에 대한 방정식

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4$$

의 세 근을 각각  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ② 7      ③ 11      ④ 15      ⑤ 19

15.  $\sqrt[3]{8}$ 이 어떤 자연수  $N$ 의  $n$ 제곱근이 되도록 하는 두 자리 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

- ① 14      ② 15      ③ 16      ④ 17      ⑤ 18

16. 두 메뉴 A, B를 판매하는 어느 식당이 있다. 다음은 두 메뉴 1인분을 각각 만드는 데 사용되는 두 재료 S, T의 양과 두 메뉴 1인분의 판매 가격을 표로 나타낸 것이다.

메뉴	재료 S	재료 T	판매 가격
A	100g	50g	2만 원
B	50g	150g	2만 2천 원

재료 S, 재료 T의 가격은 10g당 각각 600원, 400원이고 이 식당에서 하루에 사용할 수 있는 재료 S와 재료 T의 구입 비용의 합은 최대 30만 원이다. 이 식당에서 두 메뉴 A, B를 합하여 하루 최대 35인분을 만들 수 있을 때, 하루 동안 두 메뉴 A, B를 판매하여 얻을 수 있는 판매 금액의 최댓값은? [4점]

- ① 72만 원      ② 73만 원      ③ 74만 원  
④ 75만 원      ⑤ 76만 원

# 수학 영역(가형)

7

17. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+n\} = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24} \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(i)  $n=1$ 일 때,

(좌변) = (우변) =  이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m\} = \frac{m(m+1)(m+2)(3m+1)}{24}$$

이다.  $n=m+1$ 일 때, (\*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m+1} k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+(m+1)\} \\ &= \sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+(m+1)\} + \text{} \\ &= \text{} + \frac{m(m+1)^2}{2} + \text{} \\ &= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)(3m+4)}{24} \end{aligned}$$

따라서  $n=m+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $a$ , (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $a+f(2)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 35      ② 36      ③ 37      ④ 38      ⑤ 39

18. 다항식  $f(x) = (x^2 - 7x + 11)(x^2 + 3x + 3)$ 에 대하여 두 집합  $A$ ,  $B$ 를

$A = \{f(n) \mid n \text{은 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,

$B = \{m \mid m \text{은 } 100 \text{ 이하의 소수}\}$

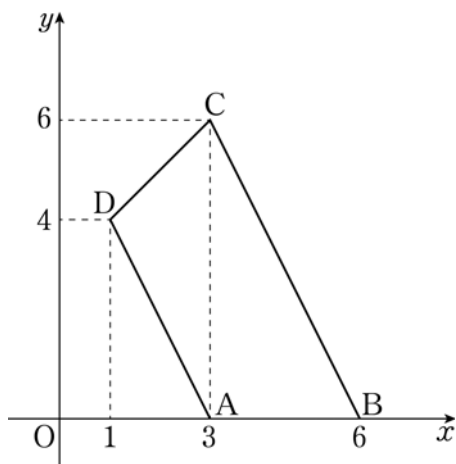
라 할 때,  $n(A \cap B)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

# 수학 영역(가형)

19. 좌표평면 위의 네 점  $A(3, 0)$ ,  $B(6, 0)$ ,  $C(3, 6)$ ,  $D(1, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형  $ABCD$ 에서 선분  $AD$ 를 1:3으로 내분하는 점을 지나는 직선  $l$ 이 사각형  $ABCD$ 의 넓이를 이등분한다. 직선  $l$ 이 선분  $BC$ 와 만나는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{2}$     ② 7    ③  $\frac{15}{2}$     ④ 8    ⑤  $\frac{17}{2}$



20. 좌표평면 위의 두 곡선

$$y = -\sqrt{kx+2k}+4, \quad y = \sqrt{-kx+2k}-4$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $k$ 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 곡선은 서로 원점에 대하여 대칭이다.  
 ㄴ.  $k < 0$ 이면 두 곡선은 한 점에서 만난다.  
 ㄷ. 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는  $k$ 의 최댓값은 16이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 다음 조건을 만족시키는 이차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(3)$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값은? [4점]

(가) 부등식  $f\left(\frac{1-x}{4}\right) \leq 0$ 의 해가  $-7 \leq x \leq 9$ 이다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \geq 2x - \frac{13}{3}$ 이 성립한다.

- ①  $\frac{7}{4}$       ②  $\frac{11}{6}$       ③  $\frac{23}{12}$       ④ 2      ⑤  $\frac{25}{12}$

단답형

22. 첫째항이  $\frac{1}{2}$ 이고 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

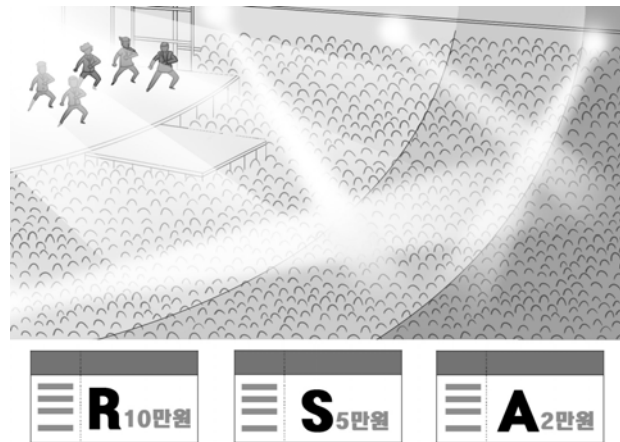
23. 이차방정식  $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x$ ,  $g(x) = 2x + 5$ 에 대하여  $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 인기 그룹의 공연을 준비하고 있는 기획사는 다음과 같은 조건으로 총 1500 장의 티켓을 판매하려고 한다.

- (가) 티켓의 종류는 R석, S석, A석 세 가지이다.
- (나) R석, S석, A석 티켓의 가격은 각각 10만 원, 5만 원, 2만 원이고, A석 티켓의 수는 R석과 S석 티켓의 수의 합과 같다.

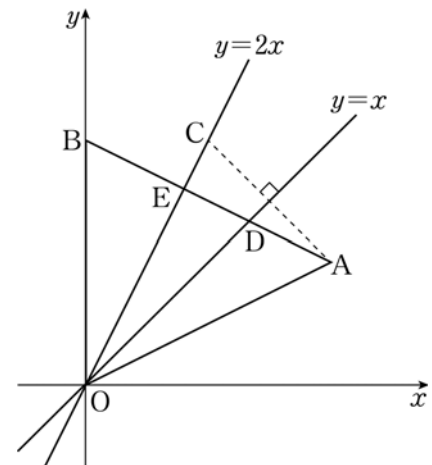
티켓 1500 장을 모두 판매한 금액이 6000만 원이 되도록 하기 위해 판매해야 할 S석 티켓의 수를 구하시오. [4점]



25. 점  $(0, 3)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선이  $x$ 축과 만나는 점의  $x$ 좌표를  $k$ 라 할 때,  $16k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 집합  $X = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 는 일대일 대응이다.  $3 \leq n \leq 5$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n)f(n+2)$ 의 값이 짝수일 때,  $f(3)+f(7)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면 위에 제1사분면의 점 A와  $y$ 축 위의 점 B에 대하여  $\overline{AB} = \overline{AO} = 2\sqrt{5}$ 인 이등변삼각형 OAB가 있다. 점 A를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 점 C는 직선  $y=2x$  위의 점이다. 선분 AB가 두 직선  $y=x$ ,  $y=2x$ 와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 삼각형 ODE의 외접원의 둘레의 길이를  $k\pi$ 라 하자.  $9k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



29. 함수  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ 에 대하여 부등식

$$\frac{|f(x)|}{3} - f(x) \geq m(x-2)$$

를 만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 10이 되도록 하는 양수  $m$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 수열  $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.  
 (나)  $a_7, a_8, a_k$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 8보다 큰 자연수  $k$ 가 존재한다.

$a_k = 144$ 가 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.