2018학년도 대학수학능력시험

# 수학영역 가형(홀수형) 정답 및 풀이

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 01. ⑤ | 02. ④ | 03. ③ | 04. ③ | 05. ② |
| 06. ② | 07. ④ | 08. ① | 09. ② | 10. ⑤ |
| 11. ③ | 12. ① | 13. ③ | 14. ⑤ | 15. ④ |
| 16. ④ | 17. ③ | 18. ② | 19. ① | 20. ⑤ |
| 21. ④ | 22. 10 | 23. 1 | 24. 2 | 25. 9 |
| 26. 155 | 27. 116 | 28. 19 | 29. 136 | |
| 30. 21 | | | | |

1. **출제의도** : 벡터의 연산을 할 수 있는가?

**정답풀이** :

$\vec{a}+\vec{b}=(3,\,-1)+(1,\,2)$

$\quad=(4,\,1)$

따라서 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은

$4+1=5$

**정답 ⑤**

2. **출제의도** : 지수함수와 로그함수의 극한값을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$

$\displaystyle=\frac{5}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{5x}\times\lim_{x\to 0}\frac{2x}{e^{2x}-1}$

$\displaystyle=\frac{5}{2}\times1\times1$

$\displaystyle=\frac{5}{2}$

**정답 ④**

3. **출제의도** : 좌표공간에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

두 점 $\mathrm{A}(1,\,6,\,4)$, $\mathrm{B}(a,\,2,\,-4)$에 대하여 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점의 좌표가 $(2,\,5,\,2)$이므로

$$\frac{1\times a+3\times1}{1+3}=2$$

이다. 즉, $a+3=8$이므로

$a=5$

**정답 ③**

4. **출제의도** : 확률의 계산식에서 확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$\mathrm{P}(A\cup B)=\dfrac{5}{6}$에서

$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{5}{6}\quad\cdots\cdots$ ㉠

두 사건 $A$와 $B$가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{5}{6}$

이때, $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2}{3}$이므로

$\dfrac{2}{3}+\mathrm{P}(B)-\dfrac{2}{3}\mathrm{P}(B)=\dfrac{5}{6}$, $\dfrac{1}{3}\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{6}$

따라서

$\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{2}$

**정답 ③**

**5. 출제의도** : 주어진 구간에서 지수함수의 최댓값을 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

함수 $f(x)=1+\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$의 그래프는 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$의 그래프를 $x$축의 방향으로 1만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것이다.

따라서 함수 $y=f(x)$의 최댓값은

$f(1)=1+\left(\frac{1}{3}\right)^{0}=2$

**정답** ②

**6. 출제의도** : 이항정리를 이용하여 특정한 항의 계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

$\left(x+\frac{2}{x}\right)^{8}$의 전개식의 일반항은

${}_{8}\mathrm{C}_{r}x^{8-r}\left(\frac{2}{x}\right)^{r}$

$={}_{8}\mathrm{C}_{r}\,2^{r}x^{8-2r}\,(r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 8)$

이때, $8-2r=4$에서

$r=2$

따라서 $x^4$의 계수는

${}_{8}\mathrm{C}_{2}\,2^{2}=\frac{8\times7}{2\times1}\times4=112$

**정답** ②

**7. 출제의도** : 삼각방정식의 해를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

$\cos^2 x=1-\sin^2 x$이므로

방정식 $\cos^2 x=\sin^2 x-\sin x$에서

$1-\sin^2 x=\sin^2 x-\sin x$

$2\sin^2 x-\sin x-1=0$

$(2\sin x+1)(\sin x-1)=0$

$\sin x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\sin x=1$

이때, $0\le x<2\pi$이므로

(i) $\sin x=-\frac{1}{2}$에서

$x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

(ii) $\sin x=1$에서

$x=\frac{\pi}{2}$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 모든 해의 합은

$\frac{7}{6}\pi+\frac{11}{6}\pi+\frac{\pi}{2}=\frac{7}{2}\pi$

**정답** ④

**8. 출제의도** : 타원의 방정식에서 초점의 좌표를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

타원 $\frac{(x-2)^2}{a}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$의 두 초점의 좌표가 $(6,\ b)$, $(-2,\ b)$이므로 이 타원의 중심은 $(2,\ b)$이다.

한편 타원 $\frac{(x-2)^2}{a}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$은 타원 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1$을 $x$축의 방향으로 2만큼, $y$

축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 것이다.

타원 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1$의 중심이 (0, 0)이므로 점 (0, 0)을 $x$축의 방향으로 2만큼, $y$축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 (2, 2)이다.
이때, 두 점 $(2, b)$와 (2, 2)가 일치해야 하므로
$b=2$

한편, 타원 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1$의 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$(단, $c>0$)이라 하면
$c=4$이므로
$a=2^2+4^2=20$
따라서
$ab=20\times2=40$

**정답** ①

9. **출제의도** : 분수함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$에서

$x\to2$일 때 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to2}\{f(x)-3\}=0$

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하므로 실수 전체의 집합에서 연속이다.
따라서

$\lim_{x\to2}\{f(x)-3\}=f(2)-3=0$에서

$f(2)=3$

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$

즉, $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=5$

이므로
$f'(2)=5$

한편 $g(x)=\frac{f(x)}{e^{x-2}}$에서

$$g'(x)=\frac{f'(x)\times(e^{x-2})-f(x)\times(e^{x-2})'}{(e^{x-2})^2}$$
$$=\frac{\{f'(x)-f(x)\}\times(e^{x-2})}{(e^{x-2})^2}$$
$$=\frac{f'(x)-f(x)}{e^{x-2}}$$

**따라서**

$$g'(2)=\frac{f'(2)-f(2)}{e^0}$$
$$=\frac{5-3}{1}$$
$$=2$$

**정답** ②

10. **출제의도** : 표본평균의 확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :
이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면

$\mathrm{E}(\overline{X})=201.5\,\mathrm{g}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{1.8}{\sqrt{9}}=0.6\,\mathrm{g}$

이때, $Z=\frac{\overline{X}-201.5}{0.6}$라 하면 확률변수 $Z$는 정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 200)$

$= \mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{200-201.5}{0.6}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \geq -2.5)$

$= \mathrm{P}(-2.5 \leq Z \leq 0) + \mathrm{P}(Z \geq 0)$

$= \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.5) + \mathrm{P}(Z \geq 0)$

$= 0.4938 + 0.5$

$= 0.9938$

**정답** ⑤

11. **출제의도** : 역함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

함수 $f(x)$의 역함수가 $g(x)$이고

$f(1)=2,\ f'(1)=3$

이므로

$g(2)=1$

$g'(2)=\dfrac{1}{f'(g(2))}=\dfrac{1}{f'(1)}=\dfrac{1}{3}$

한편, 함수 $h(x)=xg(x)$에서

$h'(x)=g(x)+xg'(x)$

따라서

$$\begin{aligned} h'(2) &= g(2)+2g'(2) \\ &= 1+2\times\frac{1}{3} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

**정답** ③

12. **출제의도** : 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

$A$의 넓이와 $B$의 넓이가 같으므로

두 직선 $y=-2x+a$와 $x=1$ 및 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 영역의 넓이와 곡선 $y=e^{2x}$와 직선 $x=1$ 및 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 영역의 넓이가 같다.

두 직선 $y=-2x+a$와 $x=1$ 및 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 영역의 넓이는

$\displaystyle\int_0^1 (-2x+a)dx$

$=\Big[-x^2+ax\Big]_0^1$

$=-1+a$ …… ㉠

곡선 $y=e^{2x}$와 직선 $x=1$ 및 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 영역의 넓이는

$\displaystyle\int_0^1 e^{2x}\,dx$

$=\left[\dfrac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1$

$=\dfrac{e^2-1}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$-1+a=\dfrac{e^2-1}{2}$

따라서

$a=\dfrac{e^2+1}{2}$

**정답** ①

13. **출제의도** : 조건부확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 6의 눈이 한 번도 나오지 않는 사건을 $A$, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수인 사건을 $B$라 하자.

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$

한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례대로 $a$, $b$라 하자.

사건 $A\cap B$를 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내면 다음과 같다.

$\{(1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (3,\ 5),\ (4,\ 4),\ (5,\ 3),\ (6,\ 2)\}$

즉, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{6}{36}$

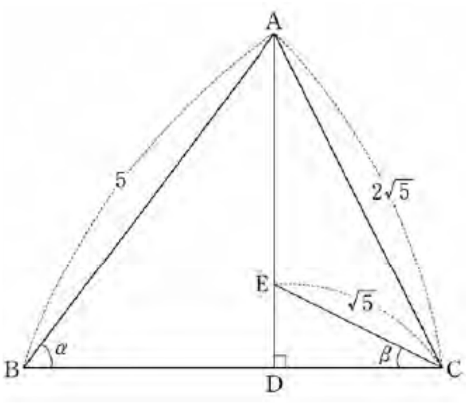
따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{6}{36}}{\frac{25}{36}}=\frac{6}{25}$$

**정답** ③

**14. 출제의도** : 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 코사인의 값을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :




$\overline{\mathrm{CD}}=a$(단, $a>0$)이라 하면

직각삼각형 CED에서

$\overline{\mathrm{DE}}=\sqrt{\overline{\mathrm{CE}}^2-\overline{\mathrm{CD}}^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{5})^2-a^2}$

$=\sqrt{5-a^2}$

이때, $\overline{\mathrm{AD}}=4\overline{\mathrm{DE}}$이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=4\sqrt{5-a^2}$

직각삼각형 CAD에서

$\overline{\mathrm{CA}}^2=\overline{\mathrm{CD}}^2+\overline{\mathrm{AD}}^2$

이므로

$(2\sqrt{5})^2=a^2+(4\sqrt{5-a^2})^2$

$20=a^2+80-16a^2$

$15a^2=60,\ a^2=4$

$a>0$이므로

$a=2$

따라서 $\overline{\mathrm{DE}}=1$, $\overline{\mathrm{AD}}=4$이다.

직각삼각형 ABD에서

$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{AD}}^2}$

$=\sqrt{5^2-4^2}$

$=3$

이므로

$\sin\alpha=\frac{4}{5},\ \cos\alpha=\frac{3}{5}$

직각삼각형CAD에서

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서

$\cos(\alpha - \beta)$

$= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{10}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$

**정답 ⑤**

15. **출제의도** : 치환적분법과 로그의 적분법을 활용하여 실수 $a$의 값을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+e^{-t}}dt$

$= \int_0^x \frac{e^t}{1+e^t}dt$

에서 $1+e^t = s$로 놓으면

$e^t = \frac{ds}{dt}$

이고, $t=0$일 때 $s=2$이고

$t=x$일 때 $s=1+e^x$이므로

$f(x) = \int_2^{1+e^x} \frac{1}{s}dt$

$= \left[\ \ln s\right]_2^{1+e^x}$

$= \ln(1+e^x) - \ln 2$

$= \ln\frac{1+e^x}{2}$

$(f \circ f)(a) = f(f(a))$

$= f\left(\ln\frac{1+e^a}{2}\right)$

$= \ln\frac{1+e^{\ln\frac{1+e^a}{2}}}{2}$

이때,

$e^{\ln\frac{1+e^a}{2}} = \left(\frac{1+e^a}{2}\right)^{\ln e} = \frac{1+e^a}{2}$

이므로

$(f \circ f)(a) = \ln\frac{1+e^{\ln\frac{1+e^a}{2}}}{2}$

$= \ln\frac{1+\frac{1+e^a}{2}}{2}$

$= \ln\frac{3+e^a}{4}$

한편, $(f \circ f)(a) = \ln 5$이므로

$\ln\frac{3+e^a}{4} = \ln 5$

이때, $y = \ln x$는 일대일 함수이므로

$\frac{3+e^a}{4} = 5$, $e^a = 17$

따라서

$a = \ln 17$

**정답 ④**

16. **출제의도** : 위치와 속도의 관계, 두 벡터가 평행할 조건 및 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 코사인의 값을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

점 P의 시각 $t(0<t<\pi)$에서의 위치 $\mathrm{P}(x, y)$가

$x = \sqrt{3}\sin t$, $y = 2\cos t - 5$

이므로

$\dfrac{dx}{dt}=\sqrt{3}\cos t$, $\dfrac{dy}{dt}=-2\sin t$

따라서 점 P의 시각 $t=\alpha(0<\alpha<\pi)$에서의 속도 $\vec{v}$는

$\vec{v}=(\sqrt{3}\cos\alpha,\ -2\sin\alpha)$

한편, 점 P의 시각 $t=\alpha(0<\alpha<\pi)$에서의 위치 $\mathrm{P}(x,\ y)$는

$x=\sqrt{3}\sin\alpha$, $y=2\cos\alpha-5$

이므로

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(\sqrt{3}\sin\alpha,\ 2\cos\alpha-5)$

시각 $t=\alpha(0<\alpha<\pi)$에서의 점 P의 속도 $\vec{v}$와 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$가 서로 평행하므로

$\vec{v}=t\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ (단, $t$는 0이 아닌 실수)

즉,

$(\sqrt{3}\cos\alpha,\ -2\sin\alpha)$

$=t(\sqrt{3}\sin\alpha,\ 2\cos\alpha-5)$

에서

$\sqrt{3}\cos\alpha=t\times\sqrt{3}\sin\alpha$ …… ㉠

$-2\sin\alpha=t\times(2\cos\alpha-5)$ …… ㉡

$0<\alpha<\pi$에서 $\sin\alpha>0$이므로

㉠에서

$t=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

이므로 이 값을 ㉡에 대입하면

$-2\sin\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\times(2\cos\alpha-5)$

$-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-5\cos\alpha$

이때, $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$이므로

$-2(1-\cos^2\alpha)=2\cos^2\alpha-5\cos\alpha$

$-2=-5\cos\alpha$

따라서

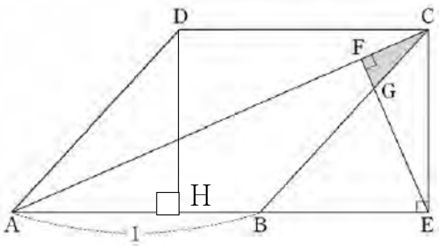
$\cos\alpha=\dfrac{2}{5}$

**정답 ④**

**17. 출제의도** : 도형의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 삼각함수로 나타낸 후, 삼각함수의 극한을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자.




직각삼각형 AHD에서

$\overline{\mathrm{AD}}=1$,

$\angle\mathrm{DAH}=\angle\mathrm{DAB}=\theta$

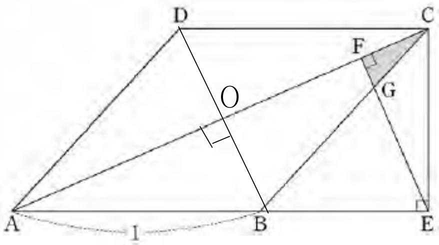
이므로

$\overline{\mathrm{DH}}=\sin\theta$

이때,

$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{DH}}=\sin\theta$

한편, 마름모 ABCD에서 두 선분 AC와 BD의 교점을 O라 하자.




$\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$이므로 $\overline{\mathrm{BO}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{EF}}$이다.

이때, $\angle\mathrm{OBA}=\angle\mathrm{FEA}$이므로

$\angle\mathrm{CEF}=\angle\mathrm{BAO}=\dfrac{\theta}{2}$

직각삼각형 CEF에서

$\sin\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\overline{\mathrm{CF}}}{\overline{\mathrm{CE}}}$

$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{\overline{\mathrm{CF}}}{\sin\theta}$

$\overline{\mathrm{CF}}=\sin\theta\sin\frac{\theta}{2}$

삼각형 ABC에서

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$

이므로

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{BAC}=\frac{\theta}{2}$

직각삼각형 CFG에서

$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\overline{\mathrm{FG}}}{\overline{\mathrm{CF}}}$

이므로

$$\overline{\mathrm{FG}}=\overline{\mathrm{CF}}\times\tan\frac{\theta}{2}$$
$$=\sin\theta\sin\frac{\theta}{2}\tan\frac{\theta}{2}$$

직각삼각형 CFG의 넓이 $S(\theta)$는

$$S(\theta)=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CF}}\times\overline{\mathrm{FG}}$$
$$=\frac{1}{2}\times\sin\theta\sin\frac{\theta}{2}\times\sin\theta\sin\frac{\theta}{2}\tan\frac{\theta}{2}$$
$$=\frac{1}{2}\times\sin^2\theta\sin^2\frac{\theta}{2}\tan\frac{\theta}{2}$$

따라서

$$\lim_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{\theta^5}$$
$$=\lim_{\theta\to0+}\frac{\sin^2\theta\sin^2\frac{\theta}{2}\tan\frac{\theta}{2}}{2\theta^5}$$
$$=\frac{1}{16}\lim_{\theta\to0+}\left\{\left(\frac{\sin\theta}{\theta}\right)^2\times\left(\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}\right)^2\times\frac{\tan\frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}\right\}$$
$$=\frac{1}{16}\times1^2\times1^2\times1$$
$$=\frac{1}{16}$$

**정답 ③**

**18. 출제의도** : 같은 것이 있는 순열의 수를 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

(i) 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 3, 1, 0, 0인 경우

서로 다른 4개의 공을 3개, 1개로 나누는 경우의 수는

$_4\mathrm{C}_3\times{}_1\mathrm{C}_1={}_4\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1=4\times1=4$

3, 1, 0, 0을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

따라서 서로 다른 공 4개를 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 3, 1, 0, 0인 경우의 수는

$4\times12=48$

(ii) 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 2, 1, 1, 0인 경우

서로 다른 4개의 공을 2개, 1개, 1개로 나누는 경우의 수는

$_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1=6\times2\times1=12$

2, 1, 1, 0을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

따라서 서로 다른 공 4개를 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 2, 1, 1, 0인 경우의 수는

$12\times12=144$

(iii) 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 1, 1, 1, 1인 경우

서로 다른 공 4개를 서로 다른 상자 4개에 넣은 공의 개수가 1, 1, 1, 1인 경우의 수는

$4!=24$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$48+144+24=216$

**정답** ②

**19. 출제의도** : 확률질량함수에 관한 추론 문제를 해결할 수 있는가?

**정답풀이** :

(i) $X=3$인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로

$$\mathrm{P}(X=3)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\boxed{\frac{8}{27}}$$

(ii) $X=4$인 사건은

세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 추를 넣는 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$\mathrm{P}(X=4)={}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}$$
$$+\ {}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\mathrm{P}(X=4)=\boxed{\frac{4}{27}}+\ {}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

(iii) $X=5$인 사건은

네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$\mathrm{P}(X=5)={}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^0\times\frac{2}{3}\ +\ {}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^1$$

$$\mathrm{P}(X=5)={}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^0\times\frac{2}{3}\ +\ \boxed{\frac{8}{81}}$$

(iv) $X=6$인 사건은

다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$$\mathrm{P}(X=6)=\left(\frac{1}{3}\right)^5$$

이상에서

$$a=\frac{8}{27},\ b=\frac{4}{27},\ c=\frac{8}{81}$$

이다.

따라서

$$\frac{ab}{c}=\frac{\frac{8}{27}\times\frac{4}{27}}{\frac{8}{81}}=\frac{4}{9}$$

**정답** ①

**20. 출제의도** : 공간에서 점, 직선, 평면의 위치 관계를 활용하여 주어진 명제의 참, 거짓을 판별할 수 있는가?

**정답풀이** :

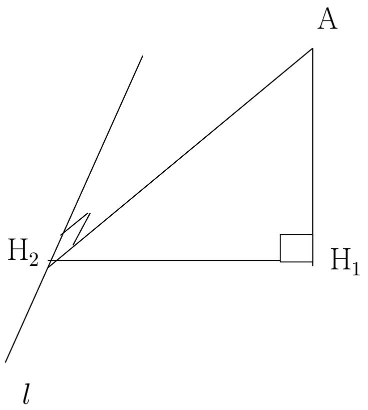
ㄱ.

평면 $\alpha$와 세 점 A, B, C를 지나는 평면의 교선을 $l$이라 하자.

점 A에서 평면 $\alpha$와 교선 $l$에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{H}_1$, $\mathrm{H}_2$라 하면

$\overline{\mathrm{AH}_1}\le\overline{\mathrm{AH}_2}$

즉, 점 A에서 평면 $\alpha$에 이르는 거리는 평면 $\alpha$와 세 점 A, B, C를 지나는 평면이 수직일 때 최대이다.

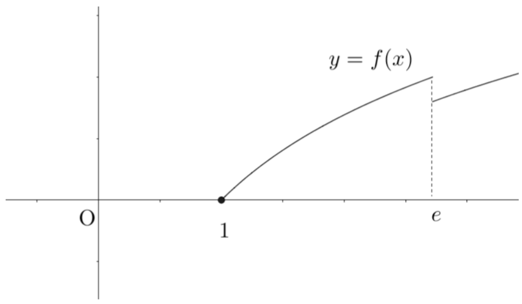



마찬가지로 두 점 B와 C에서 평면 $\alpha$에 이르는 거리는 평면 $\alpha$와 세 점 A, B, C를 지나는 평면이 수직일 때 최대이다.
따라서 평면 $\alpha$ 중에서 $d(\alpha)$가 최대가 되는 평면을 $\beta$라 하면 평면 $\beta$는 세 점 A, B, C를 지나는 평면과 수직일 때 최대이다. (참)
ㄴ. $\overline{\mathrm{BC}} \le \overline{\mathrm{AC}}$라 하자.
선분 BC의 중점을 M이라 하면 평면 $\alpha$가 점 M을 지날 때 $d(\alpha)$는 최대이다.
즉, 평면 $\beta$는 선분 BC의 중점을 지난다.
마찬가지로 $\overline{\mathrm{AC}} \le \overline{\mathrm{BC}}$일 때에는 평면 $\beta$는 선분 AC의 중점을 지난다. (참)
ㄷ.
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{(2-2)^2+(-1-3)^2+(0-0)^2} = 4$
$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(2-0)^2+(-1-1)^2+(0-0)^2} = 2\sqrt{2}$
이때, $\overline{\mathrm{BC}} \le \overline{\mathrm{AC}}$이므로
$d(\beta)$는 점 B와 평면 $\beta$ 사이의 거리와 같다. (참)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

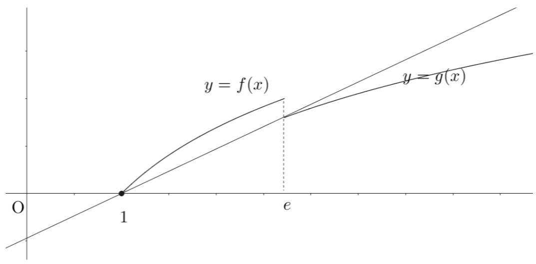
**정답 ⑤**

21. **출제의도** : 합성함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이 :**
함수 $f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



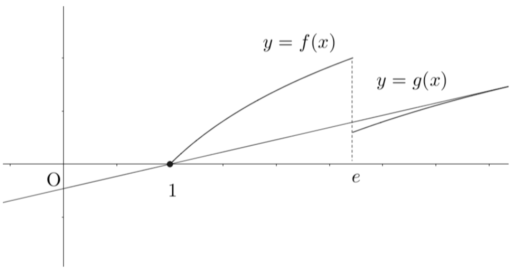

이때 일차함수 $g(x)$가 주어진 조건을 만족시키려면
$1 \le x < e$일 때 $g(x) \le f(x)$이고,
$x \ge 1$일 때 $g(x) \ge f(x)$이어야 한다.
따라서 일차함수 $g(x)$의 기울기의 최솟값 $h(t)$는 다음과 같다.
(i) 점 $(1,0)$에서 곡선 $y=-t+\ln x$ $(x \ge e)$에 그은 접선이 존재하지 않을 때




두 점 $(1,0)$, $(e, f(e))$를 지나는 직선의 기울기가 $h(t)$이다.
즉, $h(t) = \dfrac{-t+\ln e}{e-1} = \dfrac{-t+1}{e-1}$이다.
이때 $h'(t) = \dfrac{-1}{e-1}$이므로

$$h'\left(\frac{1}{2e}\right)=\frac{-1}{e-1}$$

(ii) 점 (1,0)에서 곡선 $y=-t+\ln x$ $(x \geq e)$에 그은 접선이 존재할 때,




그 접선의 기울기가 $h(t)$이다.

이때 $f'(x)=\frac{1}{x}$ $(x \neq e)$이므로 접점의 $x$좌표를 $\alpha$라 하면

$$h(t)=\frac{1}{\alpha}$$

이다.

한편, 접점 $(\alpha, -t+\ln\alpha)$에서의 접선의 방정식은

$$y-(-t+\ln\alpha)=\frac{1}{\alpha}(x-\alpha)$$

이다.

이 접선이 점 (1,0)을 지나므로

$$t-\ln\alpha=\frac{1}{\alpha}-1$$

$$\ln\alpha+\frac{1}{\alpha}=t+1$$

이때 $h(t)=\frac{1}{\alpha}$이므로

$$\ln\frac{1}{h(t)}+h(t)=t+1$$

즉, $h(t)-\ln h(t)=t+1$이다.

위 등식의 양변을 $t$에 대하여 미분하면

$$h'(t)-\frac{h'(t)}{h(t)}=1$$

이므로 $h'(t)=\frac{h(t)}{h(t)-1}$이다.

한편, 두 점 $(1,0)$, $(e,\ f(e))$, 즉 두 점 $(1,0)$, $(e,\ -t+1)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-t+1}{e-1}$$

이고, 점 $\lim_{x\to e+}f'(x)=\frac{1}{e}$이므로

$$\frac{-t+1}{e-1}>\frac{1}{e}$$

즉, $t<\frac{1}{e}$이면

$$h(t)=\frac{-t+1}{e-1}$$

이므로

$$h'(t)=\frac{-1}{e-1}$$

이고,

$$\frac{-t+1}{e-1}\leq\frac{1}{e}$$

즉, $t\geq\frac{1}{e}$이면

$$h(t)-\ln h(t)=t+1$$

이므로

$$h'(t)=\frac{h(t)}{h(t)-1}$$

이다.

$\frac{1}{2e}<\frac{1}{e}$이므로

$$h'\left(\frac{1}{2e}\right)=\frac{-1}{e-1}$$

한편, $t\leq\frac{1}{e}$에서 $h(t)=\frac{-t+1}{e-1}$의 최솟값은

$$h\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{-\frac{1}{e}+1}{e-1}=\frac{1}{e}$$

이다.

한편, 양수 $a$에 대하여 $h(a)=\frac{1}{e+2}$일 때

$$h(a)=\frac{1}{e+2}<\frac{1}{e}=h\left(\frac{1}{e}\right)$$

이므로 $a>\frac{1}{e}$이다.

따라서

$$h'(a)=\frac{h(a)}{h(a)-1}$$

$$=\frac{\frac{1}{e+2}}{\frac{1}{e+2}-1}=\frac{-1}{e+1}$$

따라서

$$h'\left(\frac{1}{2e}\right)\times h'(a)$$

$$=\frac{-1}{e-1}\times\frac{-1}{e+1}=\frac{1}{(e-1)(e+1)}$$

이다.

**정답** ④

22. **출제의도** : 조합의 수를 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$${}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

**정답** 10

23. **출제의도** : 합성함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$f(x)=\ln(x^2+1)$이므로

$$f'(x)=\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}=\frac{2x}{x^2+1}$$

이다.

따라서 $f'(1)=\frac{2}{1+1}=1$이다.

**정답** 1

24. **출제의도** : 음함수의 미분을 할 수 있는가?

**정답풀이** :

$2x+x^2y-y^3=2$의 양변을 $x$에 대하여 미분하면

$$2+2xy+x^2\frac{dy}{dx}-3y^2\frac{dy}{dx}=0$$

이므로

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-2(xy+1)}{x^2-3y^2}$$

(단, $x^2-3y^2\neq0$)

이다.

따라서 $x=1$, $y=1$일 때의 접선의 기울기는

$$\frac{-2(1\times1+1)}{1-3}=2$$

이다.

**정답** 2

25. **출제의도** : 법선벡터가 주어진 직선의 방정식을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

점 $(4,1)$을 지나고 법선벡터가 $\vec{n}=(1,2)$인 직선의 방정식은

$$1(x-4)+2(y-1)=0$$

즉, $x+2y=6$

따라서 이 직선이 $x$축, $y$축과 만나는 점의 좌표는 각각

$$(6,0),\ (0,3)$$

이다.

따라서

$$a=6,\ b=3$$

이므로

$$a+b=9$$

이다.

**정답** 9

26. **출제의도** : 정규분포의 특성을 이해하고 있는가?

**정답풀이** :

확률변수 $X$가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르므로

$$\mathrm{P}(X \le 3)=\mathrm{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \le \frac{3-m}{\sigma}\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(Z \le \frac{3-m}{\sigma}\right)=0.3$$

즉,

$$0.5-\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{m-3}{\sigma}\right)=0.3$$

이다.

따라서 $\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{m-3}{\sigma}\right)=0.2$이므로

$$\frac{m-3}{\sigma}=0.52$$

따라서

$$m=3+0.52\sigma \ \cdots \ ㉠$$

이다.

이때

$\mathrm{P}(3 \le X \le 80)$

$$=\mathrm{P}\left(\frac{3-m}{\sigma} \le \frac{X-m}{\sigma} \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(\frac{3-m}{\sigma} \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(\frac{3-m}{\sigma} \le Z \le 0\right)+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$$

$$=0.2+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$$

$$=0.3$$

에서

$$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)=0.1$$

이므로

$$\frac{80-m}{\sigma}=0.25$$

즉, $m=80-0.25\sigma \ \cdots \ ㉡$

㉠, ㉡에서

$$3+0.52\sigma=80-0.25\sigma$$

$$0.77\sigma=77$$

$$\sigma=100$$

따라서 $m=3+0.52\times100=55$이므로

$$m+\sigma=55+100=155$$

**정답** 155

27. **출제의도** : 쌍곡선의 정의를 이해하고 있는가?

**정답풀이** :

원의 중심을 $\mathrm{A}(0,a)$라 하고, 원과 직선 PF의 접점을 R라 하자.

$$\overline{\mathrm{PF'}}=p,\ \overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}=q,\ \overline{\mathrm{RF}}=r$$

라 하자.

$\overline{\mathrm{F'Q}}=5\sqrt{2}$ 이므로

$$p+q=5\sqrt{2} \ \cdots ㉠$$

쌍곡선의 주축의 길이가

$$2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$$

이므로 쌍곡선의 정의에 의해

$$\overline{\mathrm{PF}}-\overline{\mathrm{PF'}}=q+r-p=4\sqrt{2} \ \cdots \ ㉡$$

$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AF'}}$ 이고

$\angle\mathrm{AQF'}=\angle\mathrm{ARF}=90^\circ$ 이므로 두 삼각형 AQF′과 직각삼각형 ARF는 서로 합동이다.

따라서 $\overline{\mathrm{RF}}=\overline{\mathrm{QF'}}$ 이므로

$$r=5\sqrt{2} \quad \cdots ㉢$$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$p-q=\sqrt{2} \quad \cdots ㉣$$

㉠, ㉣을 연립하면

$$p=3\sqrt{2},\ q=2\sqrt{2}$$

따라서

$$\overline{\mathrm{FP}}^2+\overline{\mathrm{F'P}}^2=p^2+(q+r)^2$$
$$=(3\sqrt{2})^2+(7\sqrt{2})^2$$
$$=18+98=116$$

**정답** 116

**28. 출제의도** : 중복조합을 이용하여 경우의 수를 구하고 확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 $x,\ y,\ z$의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$$_3\mathrm{H}_{10}={}_{3+10-1}\mathrm{C}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=\frac{12\times11}{2\times1}=66$$

이 중에서 $(x-y)(y-z)(z-x)=0$이 성립하려면 $x,\ y,\ z$ 중에서 오직 두 개만 서로 같아야 한다.

그런데, $x=y$를 만족시키는 순서쌍은

$$(0,0,10),\ (1,1,8),\cdots,(5,5,0)$$

의 6개이므로 $(x-y)(y-z)(z-x)=0$을 만족시키는 순서쌍의 개수는

$$_3\mathrm{C}_2\times6=3\times6=18$$

이다.

따라서 $(x-y)(y-z)(z-x)=0$이 성립할 확률은

$$\frac{18}{66}=\frac{3}{11}$$

이므로 $(x-y)(y-z)(z-x)\neq0$이 성립할 확률은

$$1-\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$$

이다.

따라서 $p+q=11+8=19$

**정답** 19

**29. 출제의도** : 벡터의 합의 크기의 최댓값을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

구 $x^2+y^2+z^2=6$의 중심을 $\mathrm{O}(0,0,0)$이라 하고, 원 $C$의 중심을 C라 하면 원점 O에서 평면 $x+2z-5=0$에 내린 수선의 발이 점 C이다.

평면 $x+2z-5=0$의 법선벡터를 $\vec{n}$이라 하면

$$\vec{n}=(1,0,2)$$

이므로 원점 O를 지나고 평면 $x+2z-5=0$에 수직인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{1}=\frac{z}{2},\ y=0$$

$\frac{x}{1}=\frac{z}{2}=t$ ($t$는 실수)라 하면

$$x=t,\ z=2t$$

이므로 이를 $x+2z-5=0$에 대입하면

$$t+4t-5=0$$

에서 $t=1$이다.

따라서 점 C의 좌표는 $(1,0,2)$이다.

한편, 원점 O와 평면 $x+2z-5=0$ 사이의 거리를 $d_1$이라 하면

$$d_1=\frac{|-5|}{\sqrt{1^2+0^2+2^2}}=\sqrt{5}$$

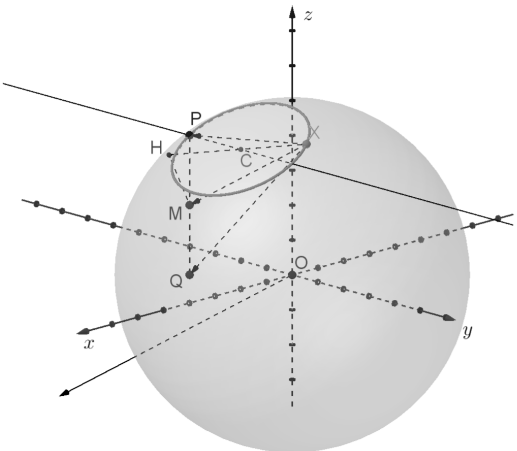
이므로 원 $C$의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}=1$$

이때 평면 $x+2z-5=0$은 $y$축과 평행하므로 원 $C$도 $y$축과 평행하다.
따라서 점 C를 지나고 $y$축에 평행한 직선과 원 $C$가 만나는 두 점 중 $y$좌표가 작은 점이 점 P이다.
따라서 점 P의 좌표는 $(1, -1, 2)$이고, 점 Q의 좌표는 $(1, -1, 0)$이다.
한편, $|\overrightarrow{PX}+\overrightarrow{QX}|=|\overrightarrow{XP}+\overrightarrow{XQ}|$이므로 선분 PQ의 중점을 M이라 하면

$$|\overrightarrow{XP}+\overrightarrow{XQ}|=2|\overrightarrow{XM}|$$

이다.




점 M의 좌표는 $(1, -1, 1)$이다.
점 M과 평면 $x+2z-5=0$ 사이의 거리를 $d_2$라 하면

$$d_2=\frac{|1+2-5|}{\sqrt{1^2+0^2+2^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

이다.
따라서 점 M에서 평면 $x+2z-5=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{MH}=d_2=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

이므로

$$\overline{HC}=\sqrt{\overline{MC}^2-\overline{MH}^2}$$
$$=\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

이때 원 $C$ 위의 점 X에 대하여 $\overline{HX}$의 최댓값은

$$\overline{HC}+1=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}+1$$

이므로 $\overline{MX}^2$의 최댓값은

$$\overline{MH}^2+(\overline{HC}+1)^2$$
$$=\frac{4}{5}+\frac{6}{5}+\frac{2\sqrt{30}}{5}+1$$
$$=3+\frac{2\sqrt{30}}{5}$$

이다.
따라서 $|\overrightarrow{XP}+\overrightarrow{XQ}|^2=4|\overrightarrow{XM}|^2$의 최댓값은

$$4\left(3+\frac{2\sqrt{30}}{5}\right)=12+\frac{8\sqrt{30}}{5}$$

이므로

$$a=12,\ b=\frac{8}{5}$$

따라서

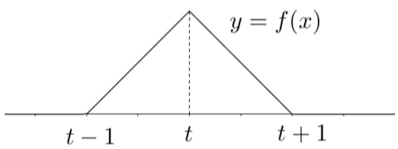
$$10(a+b)=120+16=136$$

이다.

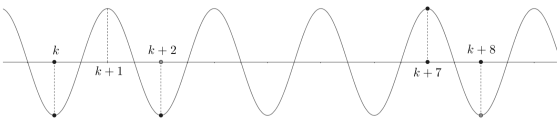
**정답** 136

**30. 출제의도** : 정적분으로 나타내어진 함수의 특성을 파악할 수 있는가?

**정답풀이 :**
함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.




한편, 함수 $y=\cos(\pi x)$의 주기는 $\frac{2\pi}{\pi}=2$이므로 홀수 $k$에 대하여 함수 $y=\cos(\pi x)$의 그래프는 다음과 같다.




한편, $x<t-1$ 또는 $x>t+1$일 때 $f(x)=0$이므로 닫힌 구간 $[a,\ b]$가 $(-\infty, t-1]$에 포함되거나 $[t+1,\ \infty)$에 포함되면

$$\int_a^b f(x)\cos(\pi x)dx=0$$

이다.
따라서 $t$의 값을 증가시키면서 함수 $g(t)$를 구하면 다음과 같다.
(i) $t+1 \le k$일 때

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_k^{k+8} 0\times\cos(\pi x)dx=0$$

(ii) $t-1 \le k \le t+1$일 때

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_k^{t+1} f(x)\cos(\pi x)dx$$

(iii) $k \le t-1 < t+1 \le k+8$일 때

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{t-1}^{t+1} f(x)\cos(\pi x)dx$$

(iv) $t-1 \le k+8 \le t+1$일 때

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

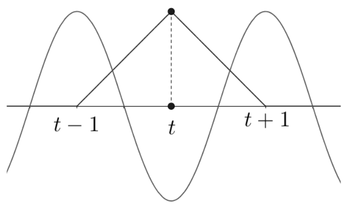
$$=\int_{t-1}^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

(v) $t-1 \ge k+8$일 때

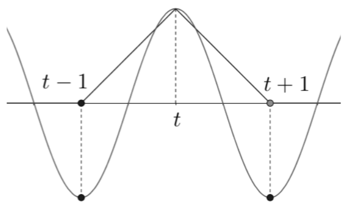
$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_k^{k+8} 0\times\cos(\pi x)dx=0$$

한편, 다음 그래프에서 함수 $\int_{t-1}^{t+1} f(x)\cos(\pi x)dx$는
$t$가 홀수일 때 극소이자 최소이고,
$t$가 짝수일 때 극대이자 최대임을 알 수 있다.




[$t$가 홀수일 때]




[$t$가 짝수일 때]

그런데,

$$\int_0^1 (1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\left[\frac{1}{\pi}(1-x)\sin(\pi x)\right]_0^1+\frac{1}{\pi}\int_0^1 \sin(\pi x)dx$$

$$=0+\frac{1}{\pi}\left[-\frac{1}{\pi}\cos(\pi x)\right]_0^1$$

$$=\frac{2}{\pi^2}$$

이므로 $t$가 $k \le t-1 < t+1 \le k+8$인 홀수일 때

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{t-1}^{t+1} f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{-1}^{1} f(x+t)\cos\{\pi(x+t)\}dx$$

$$=-\int_{-1}^{1}(1-|x|)\cos(\pi x)dx$$

$$=-2\int_{0}^{1}(1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\frac{4}{\pi^2}$$

이고, $t$가 $k \le t-1 < t+1 \le k+8$인 짝수일 때

$$g(t)=\int_{k}^{k+8}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{t-1}^{t+1}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{-1}^{1}f(x+t)\cos\{\pi(x+t)\}dx$$

$$=\int_{-1}^{1}(1-|x|)\cos(\pi x)dx$$

$$=2\int_{0}^{1}(1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\frac{4}{\pi^2}$$

이다.

그런데 $k$는 홀수이므로 함수 $g(t)$는 다음과 같이 극솟값을 갖는다.

(1) $t=k$에서 극솟값

$$\int_{k}^{k+8}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{k}^{k+1}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\int_{0}^{1}(1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\frac{2}{\pi^2}$$

을 갖는다.

(2) $t=k+8$에서 극솟값

$$\int_{k}^{k+8}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{k+7}^{k+8}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\int_{-1}^{0}(1+x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\int_{0}^{1}(1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\frac{2}{\pi^2}$$

를 갖는다.

(3) $t=k+2$에서 극솟값

$$\int_{k}^{k+8}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=\int_{k+1}^{k+3}f(x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\int_{-1}^{1}(1+x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-2\int_{0}^{1}(1-x)\cos(\pi x)dx$$

$$=-\frac{4}{\pi^2}$$

를 갖는다.

(4) $t=k+4$, $k+6$에서도 (3)과 마찬가지로 극솟값

$$-\frac{4}{\pi^2}$$

를 갖는다.

이상에서

$$\alpha_1=k,\ \alpha_2=k+2,\ \alpha_3=k+4,$$
$$\alpha_4=k+6,\ \alpha_5=k+8$$

이고,

$$g(\alpha_1)=g(\alpha_8)=-\frac{2}{\pi^2}$$

$$g(\alpha_2)=g(\alpha_3)=g(\alpha_4)=-\frac{4}{\pi^2}$$

이다.

이때 $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i=5k+20=45$이므로

$$k=5$$

또,

$$\sum_{i=1}^{m} g(\alpha_i) = \sum_{i=1}^{5} g(\alpha_i)$$

$$= -\frac{1}{\pi^2}(2+4+4+4+2) = -\frac{16}{\pi^2}$$

따라서

$$k - \pi^2 \sum_{i=1}^{m} g(\alpha_i)$$

$$= 5 - \pi^2 \times \left(-\frac{16}{\pi^2}\right)$$

$$= 5 + 16 = 21$$

**정답** 21