

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(-1, 5)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a}+\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2. $\sin\frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

3. 좌표공간의 두 점 $A(-1, 0, 1)$, $B(2, 1, -2)$ 에 대하여 선분 AB의 길이는? [2점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. $\int_0^4 (5x-3)\sqrt{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 47 ② 48 ③ 49 ④ 50 ⑤ 51

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{3x} & (x < 0) \\ x^2+3x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서

연속일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a \neq 0$) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{13} = 1$ 의 두 초점을 $F(7, 0)$, $F'(-7, 0)$ 이라

하자. 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF}'|$ 의 값은?
(단, $a > 0$) [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

8. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 세 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 세 자리 자연수가 홀수인 경우의 수는?
[3점]

- ① 45 ② 55 ③ 65 ④ 75 ⑤ 85

10. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 앞면이 뒷면보다 3번 더 많이 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{128}$ ② $\frac{21}{128}$ ③ $\frac{23}{128}$ ④ $\frac{25}{128}$ ⑤ $\frac{27}{128}$

9. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t + \sqrt{t}, y = t^3 + \frac{1}{t}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

11. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식 $(\sin x + \cos x)^2 = \sqrt{3} \sin x + 1$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi$

12. 어느 양계장에서 생산하는 계란 1 개의 무게는 평균이 52g,

표준편차가 8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산하는 계란 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 계란의 무게가 60g 이상이고 68g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

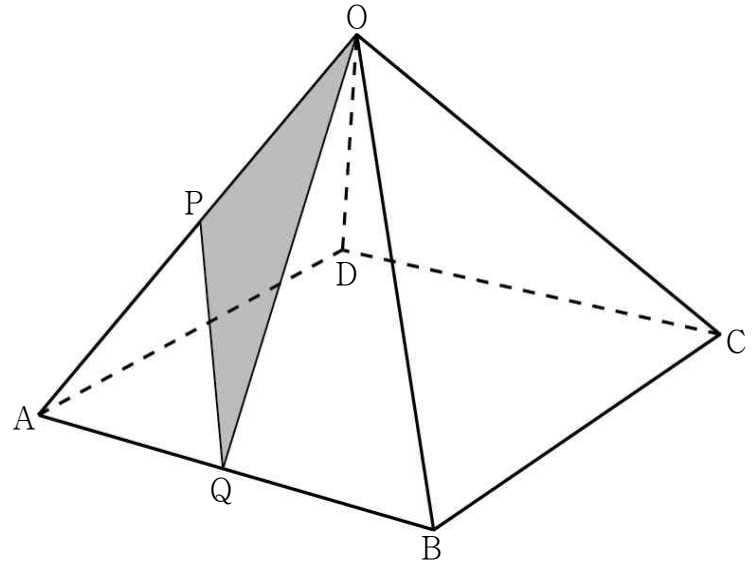
- ① 0.0440 ② 0.0655 ③ 0.0919
 ④ 0.1359 ⑤ 0.1525

13. 어느 고등학교의 전체 학생을 대상으로 생활복 도입에 대한 찬반투표를 한 결과 전체 학생의 80%가 찬성하였고, 20%는 반대하였다. 이 고등학교의 전체 학생의 40%가 여학생이었고, 생활복 도입에 찬성한 학생의 70%가 남학생이었다. 이 고등학교의 전체 학생 중 임의로 선택한 한 학생이 여학생일 때, 이 학생이 생활복 도입에 찬성하였을 확률은?

[3점]

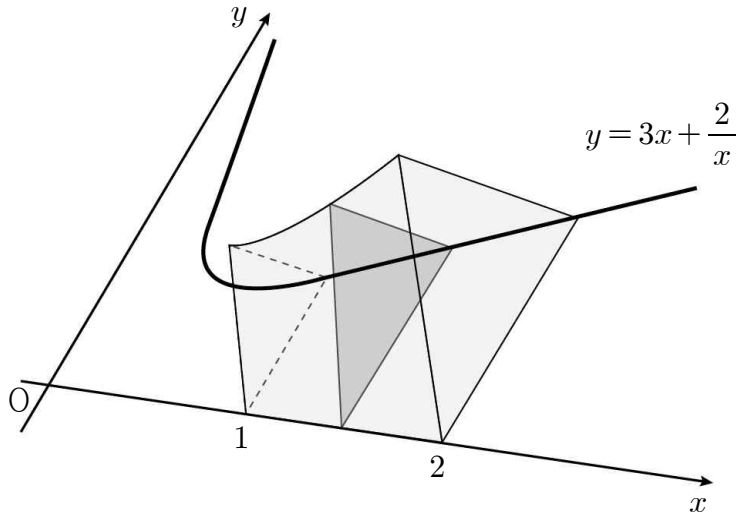
- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

14. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형을 밑면으로 하고 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 2\sqrt{5}$ 인 정사각뿔 $O-ABCD$ 가 있다. 두 선분 OA, AB 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, 삼각형 OPQ 의 평면 OCD 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

15. 그림과 같이 곡선 $y=3x+\frac{2}{x}$ ($x>0$)와 x 축 및 직선 $x=1$, 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $\frac{35\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{37\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{39\sqrt{3}}{4}$
- ④ $\frac{41\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{43\sqrt{3}}{4}$

16. 함수 $f(x) = \tan^3 x$ ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$)의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$ 에서의 접선의 기울기는? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

17. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{k}{x}$ 가 열린 구간 $(0, \infty)$ 에서 증가할 때, 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

18. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 x_1, x_2, x_3 이라 하고, 이 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값과 최솟값의 차를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어 $P(X=1) = \frac{5}{36}$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정의 일부이다.

세 수 x_1, x_2, x_3 을 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 과 같이 나타내자. 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값을 p , 최솟값을 q 라 하고 $p - q = k$ 라 하자.

(1) $k=0$ 일 때
순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는 $\boxed{\text{가}}$ 이고,
$$P(X=0) = \frac{1}{6^3} \times \boxed{\text{가}}$$

(2) $k \neq 0$ 일 때
i) $k=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는
$$5 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} \right)$$

이다.
ii) $k=2$ 를 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는
$$4 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! \right)$$

이다.
⋮
그러므로 $1 \leq k \leq 5$ 일 때, 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는
$$(6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + \boxed{\text{나}} \times 3! \right\}$$

이고
$$P(X=k) = \frac{1}{6^3} \times (6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + \boxed{\text{나}} \times 3! \right\}$$

(1), (2)에 의하여 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.
$$E(X) = \sum_{k=0}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{1}{6^2} \sum_{k=1}^5 \boxed{\text{다}} = \frac{35}{12}$$

위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $\frac{f(5) \times g(3)}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

19. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 \leq t \leq 2\pi$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t + 2\cos t, \quad y = \sqrt{3} \sin t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

———— <보 기> ————

- ㄱ. $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 점 P의 속도는 $(-1, 0)$ 이다.
 ㄴ. 점 P의 속도의 크기의 최솟값은 1이다.
 ㄷ. 점 P가 $t = \pi$ 에서 $t = 2\pi$ 까지 움직인 거리는 $2\pi + 2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{f(t)} dt$$

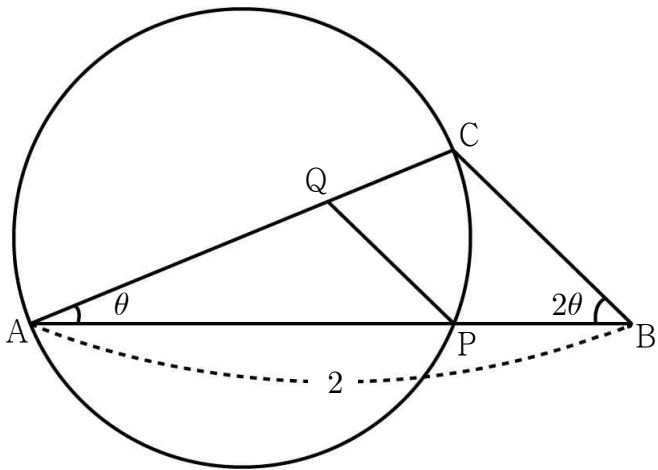
일 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(-x) = -g'(x)$ 이다.
 (나) 점 $(1, g(1))$ 은 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.

$g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5} \ln 2$ ② $\frac{1}{4} \ln 2$ ③ $\frac{1}{3} \ln 2$ ④ $\frac{1}{2} \ln 2$ ⑤ $\ln 2$

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$ 이고 $\angle ABC = 2\angle BAC$ 를 만족하는 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 를 지름으로 하는 원과 직선 AB 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P , 점 P 를 지나고 선분 BC 에 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle BAC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 APQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{17}{27}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{19}{27}$ ⑤ $\frac{20}{27}$

단답형

22. 방정식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x} = 25$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. ${}_3H_n = 21$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = \log_6(x-a) + b$ 의 그래프의 점근선이 직선 $x=5$ 이고, $f(11)=9$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 서로 다른 인형 5개를 3개의 가방 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 각 가방에 인형을 적어도 1개 이상 넣는 경우의 수를 구하시오. [4점]



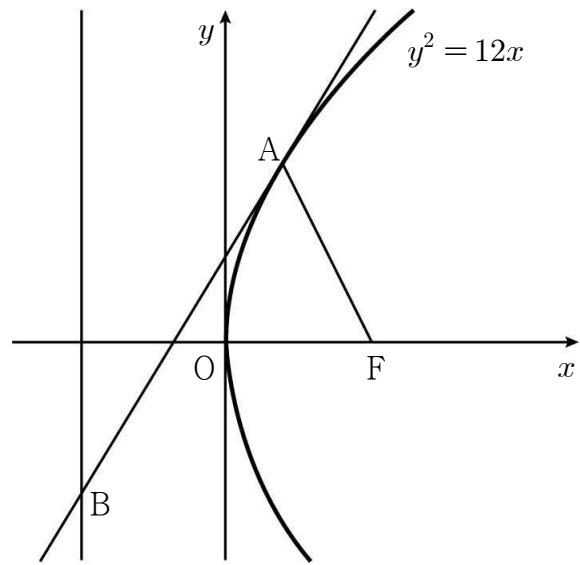
25. 두 함수 $f(x) = kx^2 - 2x$, $g(x) = e^{3x} + 1$ 이 있다. 함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 에 대하여 $h'(0) = 42$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = e^x + \int_0^1 t f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(\ln 10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 가 있다. 포물선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선과 포물선의 준선이 만나는 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\overline{AF}$ 일 때, $\overline{AB} \times \overline{AF}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 평면 위에 반지름의 길이가 13인 원 C 가 있다. 원 C 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AB} = 24$ 이고, 이 평면 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}| = 5$
 (나) \overrightarrow{AB} 와 \overrightarrow{AP} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $5\cos\theta$ 는 자연수이다.

원 C 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 상수항을 포함한 모든 항의 계수가 유리수인 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = |f'(x)|e^{f(x)}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $4\sqrt{e}$ 이다.
 (다) 방정식 $g(x) = 4\sqrt{e}$ 의 근은 모두 유리수이다.

$|f(-1)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.