

5지 선다형(1 ~ 21)

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2. $\log_6 2 + \log_6 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 5)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\sum_{k=1}^{30} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{30} b_k = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{30} (a_k + 2b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

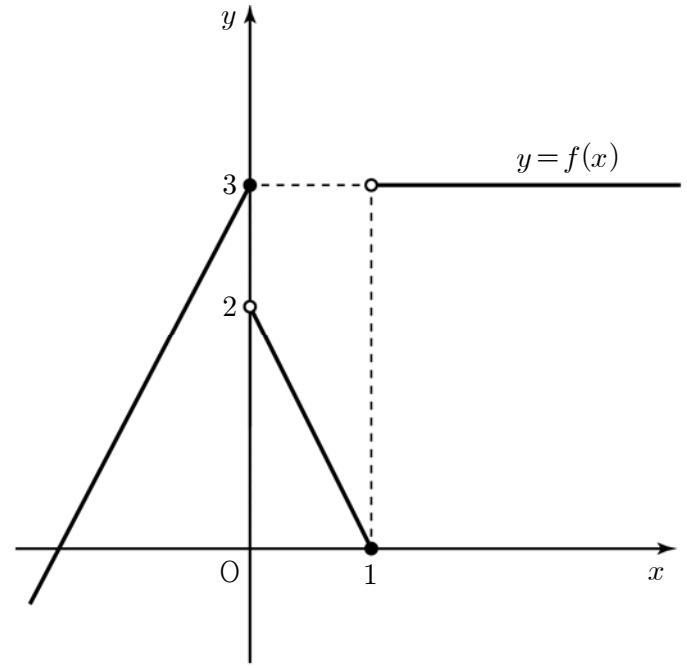
5. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 2$, $a_3 = 4$ 일 때, a_6 의 값은?
[3점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

6. 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$ 인 무리함수 $y = \sqrt{x+4} + 5$ 의 최솟값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 3, 5, 6\}$ 일 때, $A \cap B = \emptyset$ 을 만족시키는 집합 B 의 개수는? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

10. 유리함수 $f(x) = \frac{2x+5}{x+3}$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이다. $p - q$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p: 1 \leq x \leq 3 \text{ 또는 } x \geq 5,$$

$$q: x \geq \alpha$$

일 때, p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수 α 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 집합 $X = \{-2, -1, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 2 & (x < 0) \\ 3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 항등함수가 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

12. 수강생이 35명인 어느 학원에서 모든 수강생을 대상으로

세 종류의 자격증 A, B, C의 취득 여부를 조사하였다.

자격증 A, B, C를 취득한 수강생이 각각 21명, 18명, 15명이고,

어느 자격증도 취득하지 못한 수강생이 3명이다. 이 학원의

수강생 중에서 세 자격증 A, B, C를 모두 취득한 수강생이

없을 때, 자격증 A, B, C 중에서 두 종류의 자격증만 취득한

수강생의 수는? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

13. 폭약에 의한 수중 폭발이 일어나면 폭발 지점에서 가스버블이 생긴다. 수면으로부터 폭발 지점까지의 깊이가 $D(m)$ 인 지점에서 무게가 $W(kg)$ 인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을 $R(m)$ 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

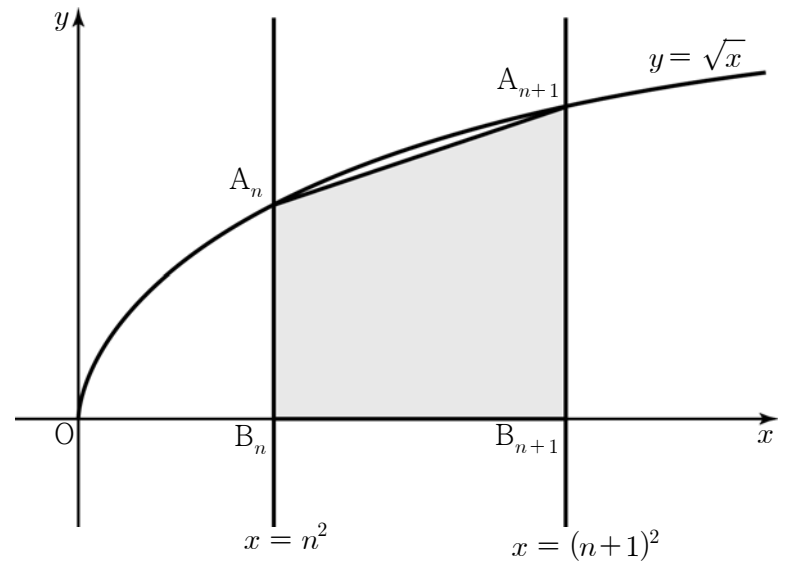
$$R = k \left(\frac{W}{D+10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

수면으로부터 깊이가 $d(m)$ 인 지점에서 무게가 $160kg$ 인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을 $R_1(m)$ 이라 하고, 같은 폭발 지점에서 무게가 $p(kg)$ 인 폭약이 폭발했을 때의 가스버블의 최대반경을 $R_2(m)$ 라 하자.

$\frac{R_1}{R_2} = 2$ 일 때, p 의 값은? (단, 폭약의 종류는 같다.) [3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

14. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $x = n^2$ 이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 A_n , x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하고, 직선 $x = (n+1)^2$ 이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 A_{n+1} , x 축과 만나는 점을 B_{n+1} 이라 하자. 사각형 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} S_n$ 의 값은? [4점]

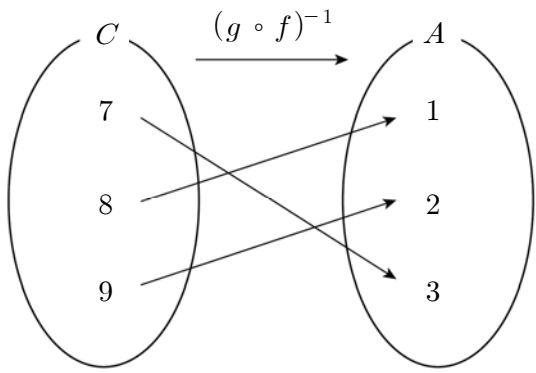


- ① 885 ② 890 ③ 895 ④ 900 ⑤ 905

15. 세 집합

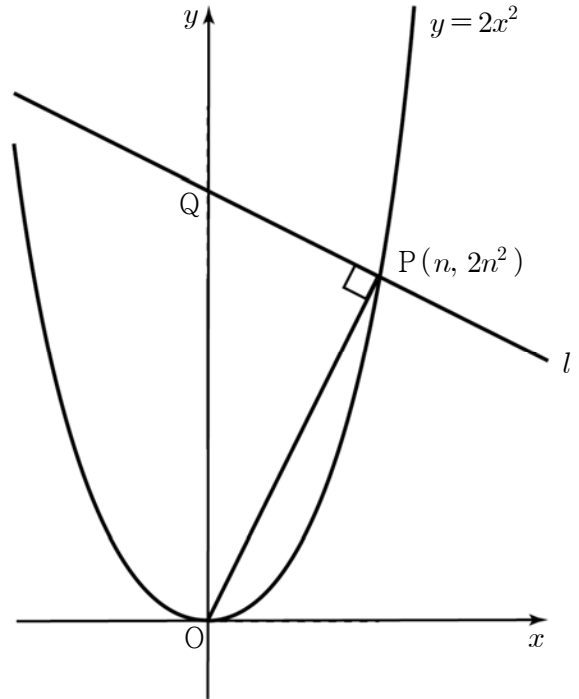
$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{7, 8, 9\}$$

에 대하여 두 함수 $f: A \rightarrow B$ 와 $g: B \rightarrow C$ 가 일대일 대응이다.
 함수 $(g \circ f)^{-1}: C \rightarrow A$ 가 그림과 같고 $f(1)=4, g(6)=9$ 일 때,
 $f(2)+g(5)$ 의 값은? [4점]



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=2x^2$ 위의 점 $P(n, 2n^2)$ 을 지나고 선분 OP 에 수직인 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 Q 라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OP} - \overline{OQ})$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

17. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{-9, -3, 3, 9\}$ 에 대하여 집합 X 를 $X = \{x | x^a = b, a \in A, b \in B, x \text{는 실수}\}$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ. $\sqrt[3]{-9} \in X$
 ㄴ. 집합 X 의 원소의 개수는 8이다.
 ㄷ. 집합 X 의 원소 중 양수인 모든 원소의 곱은 $\sqrt[3]{3^7}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = \frac{1}{n}$ 일 때, 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^2 = \sum_{k=1}^n (a_k)^2 + \sum_{k=1}^n (a_{k+1})^2 + 2(a_{n+1} - 1) \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

<증명>
 (i) $n=1$ 일 때,
 (좌변) = $\boxed{\text{가}}$ = (우변)이므로 (*)이 성립한다.
 (ii) $n=m(m \geq 1)$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m (a_k a_{k+1})^2 = \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2(a_{m+1} - 1)$$
 이므로

$$\sum_{k=1}^{m+1} (a_k a_{k+1})^2 = \sum_{k=1}^m (a_k a_{k+1})^2 + (a_{m+1} a_{m+2})^2$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2(a_{m+1} - 1) + (a_{m+1} a_{m+2})^2$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^2 + \sum_{k=1}^m (a_{k+1})^2 + 2\left(\frac{1}{m+1} - 1\right) + \left\{\frac{1}{(m+1)(m+2)}\right\}^2$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} (a_k)^2 + \sum_{k=1}^{m+1} (a_{k+1})^2 + 2\left(\frac{1}{m+1} - 1 - \boxed{\text{나}}\right)$$

$$\vdots$$
 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $\frac{p}{f(14)}$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

19. 자연수 k 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{k}{10}\right)^{2n+1} + \left(\frac{k}{10}\right)^n}{\left(\frac{k}{10}\right)^{2n} + \left(\frac{k}{10}\right)^n + 1}$$

이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [4점]

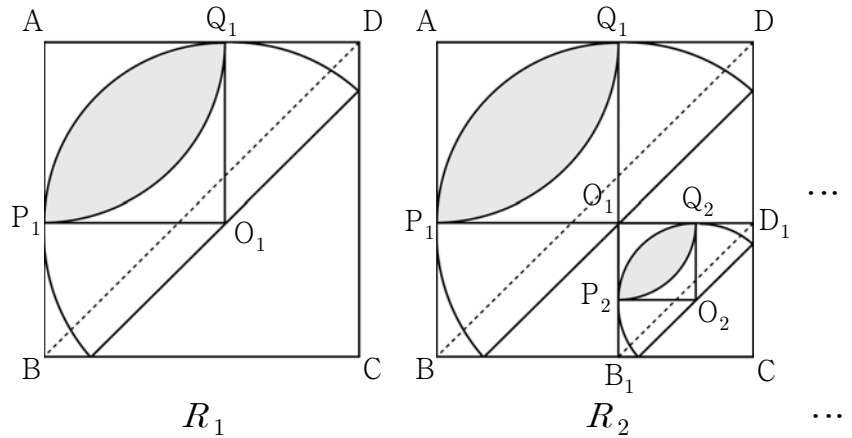
- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 내부에 지름의 양 끝점이 각각 변 BC, 변 CD 위에 있고, 지름이 선분 BD와 평행한 반원을 내접하게 그린다. 이 반원의 중심을 O_1 이라 하고 반원이 두 변 AB, AD와 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하자. 중심이 A, 반지름이 선분 AP_1 , 중심각이 $\angle P_1AQ_1$ 인

부채꼴의 내부와 이 반원의 내부의 공통부분인 \odot 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 있는 점 O_1 에서 두 변 BC, CD 위에 내린 수선의 발을 각각 B_1, D_1 이라 하고 네 점 O_1, B_1, C, D_1 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $O_1B_1CD_1$ 을 그린다. 정사각형 $O_1B_1CD_1$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 \odot 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = (p\sqrt{2} - q)(\pi - 2)$ 이다.

두 유리수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은? [4점]



- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

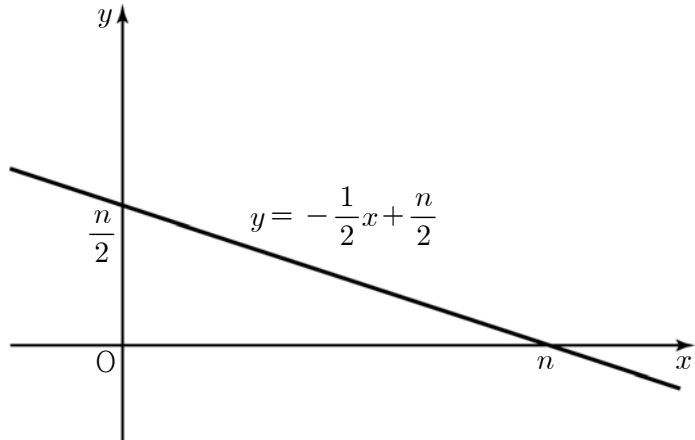
21. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 연립부등식

$$x \geq 0, y \geq 0, y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{n}{2}$$

의 영역의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의

개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 945 ② 946 ③ 947 ④ 948 ⑤ 949



단답형(22 ~ 30)

22. 함수 $f(x) = 2x+3$ 에 대하여 $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 8n + 10} - n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 5) = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 $x = \log_2 a, y = \log_2 b$ 라 하면 $x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 이 성립한다. $\log_8 a^{\frac{1}{y}} + \log_8 b^{\frac{1}{x}}$ 의 값을 k 라 할 때, $27k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. $a > 1$ 일 때, $9a + \frac{1}{a-1}$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $3^a = 4^b = 5^c$ 이고 $ac=2$ 일 때, 4^{ab+bc} 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-5x}{x^2-4}$ 의 값이 존재한다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{f(x)}-3x+1)$ 의 값이 존재한다.

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 일반항이 $a_n = 2n + 1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 집합 $A_k (k = 1, 2, 3, \dots)$ 는 $A_1 = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이고
 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 A_k 는 수열 $\{a_n\}$ 의 항들 중 $(2k+3)$ 개의 연속한 항들을 원소로 하는 집합이다.
 (나) 집합 A_{k+1} 의 가장 작은 원소는 집합 A_k 의 가장 작은 원소보다 크다.
 (다) $n(A_k - A_{k+1}) = 3$

예를 들어 $A_2 = \{9, 11, 13, \dots, 21\}$ 이다. $A_{15} \cap A_p = \emptyset$ 을 만족하는 15보다 큰 자연수 p 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 실수 t 에 대하여 정의역이 $\{x \mid 8 \leq x \leq 10\}$ 인 함수

$$f(x) = x^2 - 18x + 2|x - t| + 80$$

의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $h(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \{g(t)\}^{2n}}$ 이라 할 때, 함수 $h(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속이 되는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.