

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=3x^2-xy$, $B=xy+2y^2$ 에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $3x^2-2y^2$ ② $3x^2-2xy-2y^2$ ③ $3x^2+2xy-2y^2$
- ④ $3x^2+2y^2$ ⑤ $3x^2+2xy+2y^2$

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 4)$, $B(-3, 2)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점의 y 좌표는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 이차방정식 $x^2-x+2=0$ 의 두 근의 곱은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. $(2+i)(1+i)$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

- ① $1+3i$ ② $1+4i$ ③ $2+3i$
- ④ $3+3i$ ⑤ $3+4i$

5. 무리함수 $f(x) = a\sqrt{x+1} + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(10) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\log_2 \frac{1}{3} \times \log_3 \frac{1}{4}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

8. 다항식 $x^2 + ax + 4$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지와 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

9. 어느 야구팀에서 등 번호가 2의 배수 또는 3의 배수인 선수는 모두 25명이다. 이 야구팀에서 등 번호가 2의 배수인 선수의 수와 등 번호가 3의 배수인 선수의 수는 같고, 등 번호가 6의 배수인 선수는 3명이다. 이 야구팀에서 등 번호가 2의 배수인 선수의 수는? (단, 모든 선수는 각각 한 개의 등 번호를 갖는다.) [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14



10. 첫째항이 a 이고 공차가 -2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 \neq 0, (a_2 + a_4)^2 = 16a_3$$

일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=k \\ xy+2x-1=0 \end{cases}$$

이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

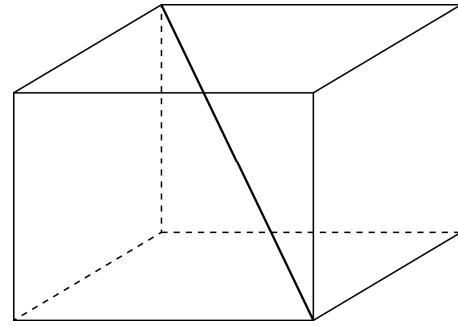
12. $\frac{218^3+1}{217^3-1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{73}{72}$ ② $\frac{37}{36}$ ③ $\frac{25}{24}$ ④ $\frac{19}{18}$ ⑤ $\frac{13}{12}$

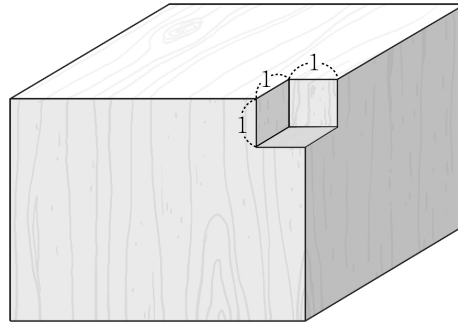
13. 어느 라면 전문점에서 라면 한 그릇의 가격이 2000 원이면 하루에 200 그릇이 판매되고, 라면 한 그릇의 가격을 100 원씩 내릴 때마다 하루 판매량이 20 그릇씩 늘어난다고 한다. 하루의 라면 판매액의 합계가 442000 원 이상이 되기 위한 라면 한 그릇의 가격의 최댓값은? [3점]

- ① 1500 원 ② 1600 원 ③ 1700 원
- ④ 1800 원 ⑤ 1900 원

14. [그림 1]과 같이 모든 모서리의 길이가 1보다 큰 직육면체가 있다. 이 직육면체와 크기와 모양이 같은 나무토막의 한 모퉁이에서 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 나무토막을 잘라내어 버리고 [그림 2]와 같은 입체도형을 만들었다. [그림 2]의 입체도형의 겉넓이는 236 이고, 모든 모서리의 길이의 합은 82 일 때, [그림 1]에서 직육면체의 대각선의 길이는? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① $2\sqrt{30}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{130}$
- ④ $3\sqrt{15}$ ⑤ $2\sqrt{35}$

15. 유리함수 $f(x) = \frac{k}{x}$ 와 $a < b < 12$ 인 두 자연수 a, b 에 대하여

$f(a), f(b), f(12)$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(a) = 3$ 일 때, $a + b + k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

16. 세 양수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sqrt[3]{a} = \sqrt{b} = \sqrt{c}$$

$$(나) \log_8 a + \log_4 b + \log_2 c = 2$$

$\log_2 abc$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

17. 자연수 N 을 음이 아닌 정수 m 과 홀수 p 에 대하여

$$N = 2^m \times p$$

로 나타낼 때, $f(N) = m$ 이라 하자.

예를 들어, $72 = 2^3 \times 9$ 이므로 $f(72) = 3$ 이다.

다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(3^{2n} + 1) = 1 \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때,

$$3^2 + 1 = 2 \times 5 \text{이므로 } f(3^2 + 1) = 1 \text{이다.}$$

따라서 $n = 1$ 일 때 (*)이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$f(3^{2k} + 1) = 1$$

음이 아닌 정수 m 과 홀수 p 에 대하여

$$3^{2k} + 1 = 2^m \times p$$

로 나타낼 수 있으므로

$$3^{2k} + 1 = \boxed{\text{(가)}} \times p$$

이다.

$$3^{2(k+1)} + 1 = 9 \times 3^{2k} + 1$$

$$= 2 \times (\boxed{\text{(나)}})$$

이고, p 는 홀수이므로 $\boxed{\text{(나)}}$ 도 홀수이다.

따라서 $f(3^{2(k+1)} + 1) = 1$ 이다.

그러므로 $n = k + 1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

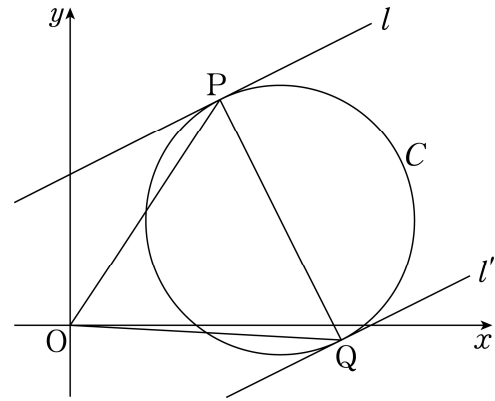
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(3^{2n} + 1) = 1 \text{이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 수를 a , (나)에 알맞은 식을 $g(p)$ 라 할 때, $a + g(11)$ 의 값은? [4점]

- ① 95 ② 97 ③ 99 ④ 101 ⑤ 103

18. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $l: x - 2y + 5 = 0$ 이 원 C 와 점 P 에서 접하고, 직선 l 과 평행한 직선 l' 이 원 C 와 점 Q 에서 접한다. 삼각형 POQ 가 정삼각형이 되도록 하는 원 C 의 중심이 점 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이고, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② 6 ③ $3\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

19. 유리함수 $f(x) = \frac{2x+b}{x-a}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 2가 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$f^{-1}(x) = f(x-4) - 4$$

이다.

(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 평행이동하면 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프와 일치한다.

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 있다.

함수 f 가 일대일 대응일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —————
- ㄱ. $f(1) \times f(2) = 6$ 이면 $f(3) + f(4) + f(5) = 10$ 이다.
 ㄴ. 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 이면 $f(a) = a$ 인 집합 X 의 원소 a 가 존재한다.
 ㄷ. 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = x$ 이면 $f(b) = b$ 인 집합 X 의 원소 b 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n \quad (n \geq 1)$$

이라 하자. $b_{10} = 715$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{b_n}{n(n+1)}$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

단답형

22. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 0), B(0, 5)에 대하여 선분 AB의 길이를 l 이라 할 때, l^2 의 값을 구하시오. [3점]

23. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - 2n$ 일 때, $\sum_{k=6}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 실수 a, b 에 대하여

$$5^{2a+b} = 32, \quad 5^{a-b} = 2$$

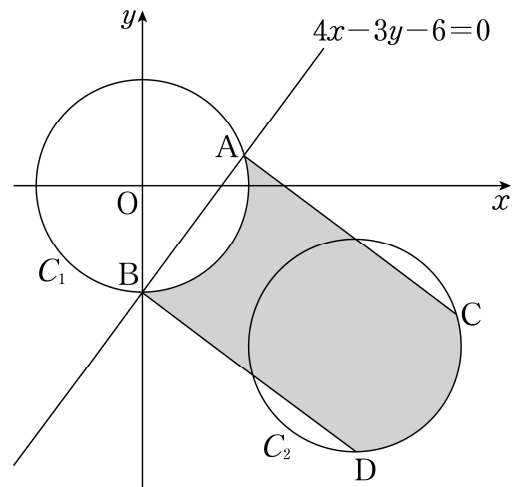
일 때, $4^{\frac{a+b}{ab}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 좌표평면에서 두 점 $A(-1, \log_3 a)$, $B(3, \log_3 b)$ 를 지나는 직선이 직선 $y = -x + 4$ 에 수직일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.

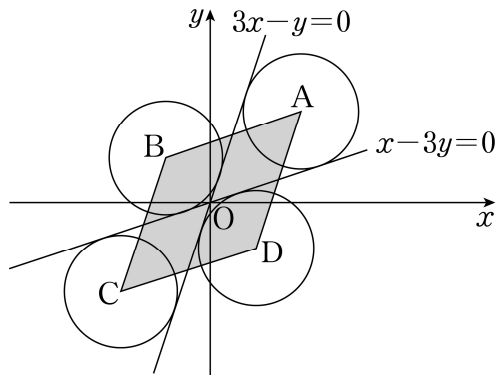
[3점]

27. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 를 다항식 $x^2 - 2x - 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 하자. $R(2) = 9$ 이고 $f(x)$ 는 $Q(x)$ 로 나누어떨어질 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $C_1 : x^2 + y^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원을 C_2 라 하자. 원 C_1 과 직선 $4x - 3y - 6 = 0$ 이 만나는 두 점 A, B 를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점을 각각 C, D 라 하자. 선분 AC, 선분 BD, 호 AB 및 호 CD 로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이를 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 좌표평면에서 두 직선 $x-3y=0$, $3x-y=0$ 에 모두 접하고 반지름의 길이가 4인 네 원의 중심을 각각 A, B, C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오. [4점]



30. 실수 x, y 에 대한 두 조건

$$p: |x-6| \leq a \text{ 이고 } |y-3| \leq b,$$

$$q: (2x+y-6)(x-2y+7) \geq 0$$

이 있다. p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, $30M$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.