

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식  $A=3x^2-2x+1$ ,  $B=x^2-x-3$ 에 대하여  $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $x^2+1$                       ②  $x^2+4$                       ③  $2x^2-x-3$
- ④  $2x^2-x+1$                   ⑤  $2x^2-x+4$

2. 두 집합  $A=\{2, 4, 6, 8\}$ ,  $B=\{x|x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10

3.  $8^{\frac{2}{3}} \times 27^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{7}{6}$                       ②  $\frac{4}{3}$                       ③  $\frac{3}{2}$                       ④  $\frac{5}{3}$                       ⑤  $\frac{11}{6}$

4. 다항식  $2x^3+6x^2+3$ 을  $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [3점]

- ① 7                      ② 10                      ③ 13                      ④ 16                      ⑤ 19

5. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = 2na_n - 1$$

을 만족시킬 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 13      ② 15      ③ 17      ④ 19      ⑤ 21

6. 좌표평면 위의 두 점 A(0, 4), B(2, 3)에 대하여 선분 AB를 2:1로 외분하는 점과 원점 사이의 거리는? [3점]

- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $\sqrt{14}$     ③ 4      ④  $3\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{5}$

7. 이차함수  $f(x) = x^2 + ax + b$ 의 그래프는 직선  $x = 2$ 에 대하여 대칭이다.  $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값이 8일 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

8. 유리함수  $y = \frac{3x+b}{x+a}$ 의 그래프가 점 (2, 1)을 지나고, 점 (-2, c)에 대하여 대칭일 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 삼차방정식  $2x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 한 허근을  $\alpha$ 라 할 때,  
 $4\alpha^2 - 2\alpha + 7$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

10. 좌표평면에서 이차함수  $y = x^2 - 2ax + a^2 + a - 3$ 의 그래프의  
꼭짓점이 원  $x^2 + y^2 - 2y - 57 = 0$ 의 내부에 있도록 하는  
정수  $a$ 의 개수는? [3점]

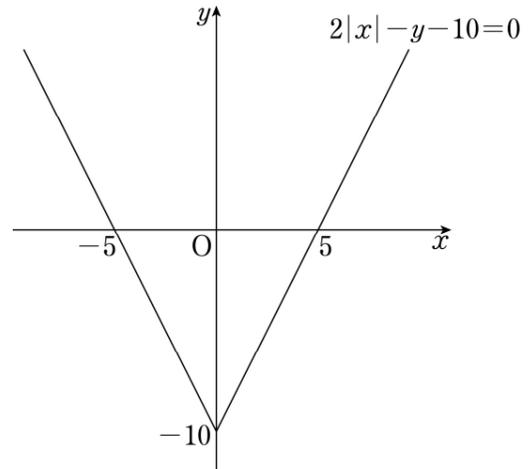
- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

11. 함수  $y = \sqrt{a(6-x)}$  ( $a > 0$ )의 그래프와 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하자. 원점 O와 점 B(6, 0)에 대하여 삼각형 AOB의 넓이가 6일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 좌표평면에서 방정식  $2|x| - y - 10 = 0$ 이 나타내는 도형과 이 도형을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형으로 둘러싸인 부분은 사각형이다. 이 사각형의 네 변에 모두 접하는 원의 넓이는? [3점]

- ①  $16\pi$       ②  $18\pi$       ③  $20\pi$       ④  $22\pi$       ⑤  $24\pi$



13. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p: 3|x-2| < 9-2x,$$

$$q: a < x < b$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건일 때,  $b-a$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 실수이다.) [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

14. 세 다항식  $f(x)=x^2+x$ ,  $g(x)=x^2-2x-1$ ,  $h(x)$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = (2x^2 - x - 1)h(x)$$

가  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $h(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

15. 어느 학급 학생 30명을 대상으로 두 봉사 활동 A, B에 대한 신청을 받았다. 봉사 활동 A를 신청한 학생 수와 봉사 활동 B를 신청한 학생 수의 합이 36일 때, 봉사 활동 A, B를 모두 신청한 학생 수의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 18      ② 20      ③ 22      ④ 24      ⑤ 26



봉사 활동 A



봉사 활동 B

16. 자연수  $N$ 을 음이 아닌 정수  $m$ 과 홀수  $p$ 에 대하여

$$N = 2^m \times p$$

로 나타낼 때,  $f(N) = m$ 이라 하자.

예를 들어,  $40 = 2^3 \times 5$  이므로  $f(40) = 3$  이다.

다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(3^{2n-1} + 1) = 2 \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n = 1$  일 때,

$$3^1 + 1 = 2^2 \times 1 \text{ 이므로 } f(3^1 + 1) = 2 \text{ 이다.}$$

따라서  $n = 1$  일 때 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n = k$  일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$f(3^{2k-1} + 1) = 2$$

음이 아닌 정수  $m$ 과 홀수  $p$ 에 대하여

$$3^{2k-1} + 1 = 2^m \times p$$

로 나타낼 수 있으므로

$$3^{2k-1} + 1 = \boxed{\text{가}} \times p$$

이다.

$$3^{2(k+1)-1} + 1 = 9 \times 3^{2k-1} + 1$$

$$= 2^2 \times \boxed{\text{나}}$$

이고,  $p$ 는 홀수이므로  $\boxed{\text{나}}$ 도 홀수이다.

따라서  $f(3^{2(k+1)-1} + 1) = 2$  이다.

그러므로  $n = k+1$  일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(3^{2n-1} + 1) = 2 \text{ 이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 수를  $a$ , (나)에 알맞은 식을  $g(p)$ 라 할 때,  $a+g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 65      ② 67      ③ 69      ④ 71      ⑤ 73

17. 좌표평면에서 원  $x^2+(y-1)^2=9$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 원을  $C$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 원  $C$ 의 반지름의 길이가 3이다.  
 ㄴ. 원  $C$ 가  $x$ 축에 접하도록 하는 실수  $n$ 의 값은 1개이다.  
 ㄷ.  $m \neq 0$ 일 때, 직선  $y = \frac{n+1}{m}x$ 는 원  $C$ 의 넓이를 이등분한다.

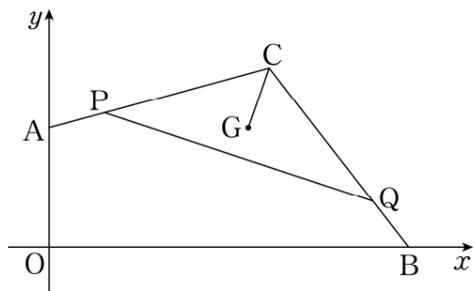
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 첫째항이 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_4$ 의 값은? [4점]

(가)  $S_{12} - S_2 = 4S_{10}$   
 (나)  $S_{12} < S_{10}$

- ① -24      ② -16      ③ -8      ④ 16      ⑤ 24

19. 그림과 같이 좌표평면에서 두 점  $A(0, 6)$ ,  $B(18, 0)$  과 제1사분면 위의 점  $C(a, b)$ 가  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족시킨다. 두 선분  $AC$ ,  $BC$ 를 1:3으로 내분하는 점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 할 때, 삼각형  $CPQ$ 의 무게중심을  $G$ 라 하자. 선분  $CG$ 의 길이가  $\sqrt{10}$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]



- ① 17      ② 18      ③ 19      ④ 20      ⑤ 21

20. 자연수  $m$ 에 대하여 함수  $f(m)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(m) = \begin{cases} \log_2 m & (m \text{은 홀수}) \\ \log_4 m & (m \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$f(m)$ 의 값이 유리수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 만든 수열을  $\{a_n\}$ 이라 하자. 예를 들어  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = \frac{1}{2}$ 이다.

$\sum_{k=1}^n a_k > 50$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 13      ② 15      ③ 17      ④ 19      ⑤ 21

21. 집합  $S = \{(a, b) \mid a \text{와 } b \text{는 정수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 를  
 $A = \{(a, b) \mid \text{어떤 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 + 2bx - a^2 + 6b \leq 0\}$ ,  
 $B = \{(a, b) \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 + 2ax - b^2 + 6a > 0\}$   
이라 할 때, 집합  $A \cap B$ 의 원소의 개수는? [4점]  
① 23      ② 21      ③ 19      ④ 17      ⑤ 15

단답형

22.  $\log_2 3 \times \log_3 32$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식  $3x^2 - 16x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{3a_{n+1} - a_n\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = x^3 + 1$ 에 대하여

$(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(a) = 3$ 을 만족시키는 실수  $a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 어느 회사에서 비누와 치약으로 이루어진 두 종류의 선물 세트 A, B를 만든다고 한다. 세트 A와 세트 B를 각각 한 개 만드는 데 필요한 비누와 치약의 개수 및 세트 A와 세트 B의 한 개당 판매 이익은 표와 같다.

구분	비누(개)	치약(개)	판매 이익(원)
세트 A	6	4	2000
세트 B	3	6	1600

이 회사에서 세트 A와 세트 B를 만드는 데 하루에 비누와 치약을 각각 750개, 900개까지 사용할 수 있다. 하루에 만든 세트 A와 세트 B를 판매하여 얻을 수 있는 판매 이익의

최댓값은  $M$ (원)이다.  $\frac{M}{10000}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 수  $\sqrt{2m}$ ,  $\sqrt[3]{3m}$  이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수  $m$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

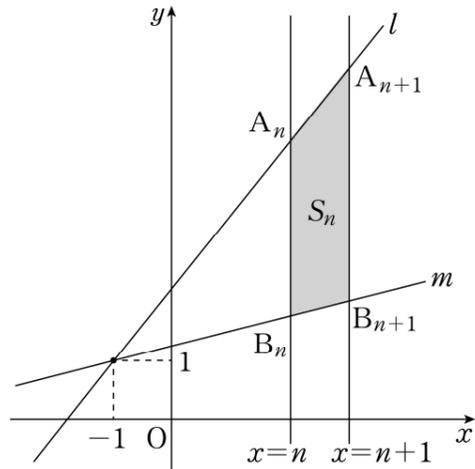
28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
- (나)  $1 \leq x \leq 3$ 일 때,  $(f \circ f)(x) = f(x) - 2x$ 이다.

$f(2) + f(3) + f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 좌표평면에 점  $(-1, 1)$ 을 지나는 서로 다른 두 직선  $l, m$ 이 있다. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 두 직선  $l, m$ 과 만나는 점을 각각  $A_n, B_n$ 이라 하자. 사각형  $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,

$\sum_{k=1}^{10} S_{2k-1} = 115$ 이다.  $\sum_{k=1}^{10} S_{2k}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 일차함수  $f(x)$ 와 이차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여 두 함수

$$h_1(x) = f(x) + g(x), \quad h_2(x) = f(x) - g(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $y = h_1(x)$ 의 그래프는  $x$ 축에 접한다.
- (나) 함수  $y = h_1(x)$ 의 그래프와 함수  $y = h_2(x)$ 의 그래프는 오직 한 점  $(1, 9)$ 에서 만난다.
- (다) 모든 실수  $x$ 에 대하여 두 부등식  $h_1(x) \geq h_1(\alpha), h_2(x) \leq h_2(\beta)$ 가 성립할 때,  $\alpha > \beta$ 이다. (단,  $\alpha, \beta$ 는 상수이다.)

$f(\beta) \times g(\alpha)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.