

수학 영역

제 2 교시

1

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 다항식

$$A = 2x^2 - xy, \quad B = x^2 + 3xy$$

에 대하여 $A - B$ 는? [2점]

- ① $x^2 + xy$ ② $x^2 - 4xy$ ③ $3x^2 + 2xy$
 ④ $3x^2 - 2xy$ ⑤ $3x^2 + 4xy$

3. 복소수 $z = 3 + i$ 에 대하여 $z + \bar{z}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [2점]

- ① 6 ② $6 + i$ ③ 8 ④ $8 + i$ ⑤ 10

4. 무리함수 $y = \sqrt{x+1} + k$ 의 그래프가 점 $(3, 7)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 이차부등식 $x^2 - 4x - 21 < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

7. 첫째항이 2, 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

6. 복소수 $z = 1 + \sqrt{3}i$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 1$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -3 ② $-2+i$ ③ -1 ④ $2-i$ ⑤ 3

8. 유리함수 $y = \frac{bx-5}{x+a}$ 의 그래프의 점근선이 두 직선 $x = -1$,
 $y = 2$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 사차방정식 $(x^2-3x)^2 + 5(x^2-3x) + 6 = 0$ 의
 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

9. $x = 8$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p: |x-2| < 2, \quad q: 5-k < x < k$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

12. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, -2), B(5, a)$ 에 대하여

선분 AB 를 2:1로 내분하는 점 P 의 좌표가 $(b, 0)$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 실내 조명 설비에서 조명 기구의 이용률을 구하기 위해 사용되는 실지수는 실내의 형태와 크기, 광원의 높이에 의하여 결정된다. 직육면체 모양의 실내의 가로 길이 x , 세로 길이 y , 광원의 높이 h 에 대하여 실지수 K 는 다음과 같이 구할 수 있다고 한다.

$$K = \frac{xy}{h(x+y)}$$

직육면체 모양의 두 전시장 A, B 의 실지수를 비교하려고 한다. A 의 가로 길이는 2, 세로 길이는 a , 광원의 높이는 $2a$ 이고, B 의 가로 길이는 4, 세로 길이는 $2a$, 광원의 높이는 a 이다. B 의 실지수가 A 의 실지수의 k 배일 때, k 의 값은?
(단, 길이와 높이의 단위는 m이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

14. 다항식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6$ 이 $(x+1)(x+a)(x^2+bx+c)$ 로 인수분해될 때, 세 정수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 에 대하여 집합 X 의 모든 원소의 합을 $S(X)$ 라 하자.
 집합 X 가 다음 조건을 만족시킬 때, $S(X)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) $X \cap \{1, 2, 3\} = \{2\}$
 (나) $S(X)$ 의 값은 홀수이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

16. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \leq x + 1 \end{cases}$ 을 만족시키는

실수 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① $2 + \sqrt{5}$ ② $2 + \sqrt{6}$ ③ $2 + \sqrt{7}$
 ④ $3 + \sqrt{5}$ ⑤ $3 + \sqrt{6}$

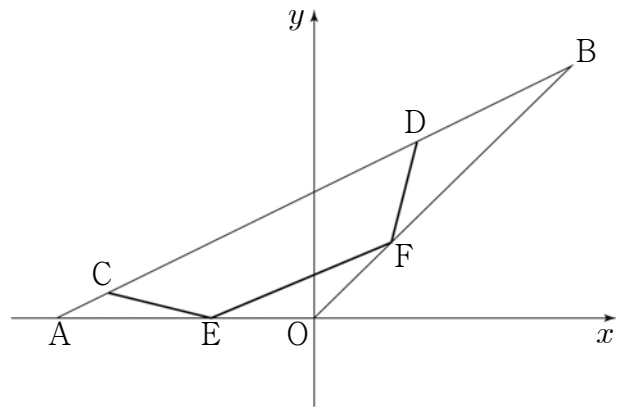
17. 두 함수 $f(x)=x^2+ax+b$, $g(x)=bx+a$ 의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. 다음은 $|\alpha-\beta|=\sqrt{5}$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, $b > a$)

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 만나므로
 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 의 해는 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$
 $f(x)-g(x)=x^2+(a-b)x+b-a$ 이므로
 $b-a=t(t > 0)$ 라 하면
 근과 계수의 관계에 의하여
 $|\alpha-\beta|^2=t^2 - \boxed{\text{(가)}}$
 $|\alpha-\beta|=\sqrt{5}$ 이므로 $t=\boxed{\text{(나)}}$
 따라서 $f(-1)=1-a+b=\boxed{\text{(다)}}$

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(t)$, (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q+h(1)$ 의 값은? [4점]

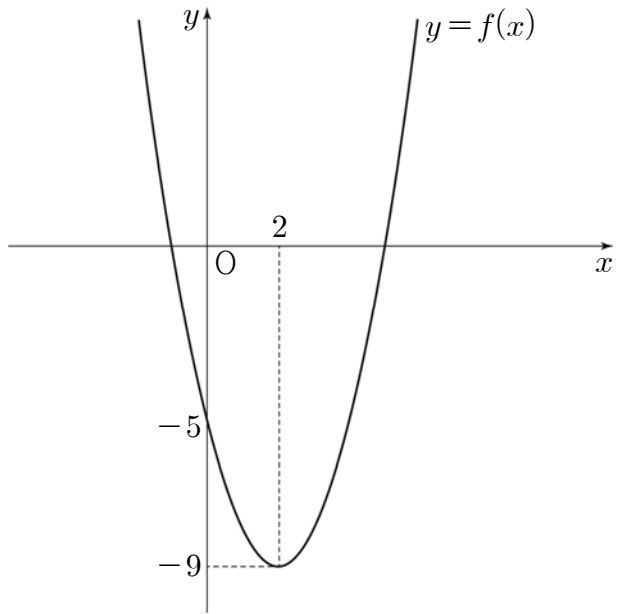
- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

18. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점 $A(-10, 0)$, $B(10, 10)$ 과 선분 AB 위의 두 점 $C(-8, 1)$, $D(4, 7)$ 이 있다. 선분 AO 위의 점 E와 선분 OB 위의 점 F에 대하여 $\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FD}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 E의 x 좌표는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① -5 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -3

19. 그림과 같이 좌표평면 위에 점 $(2, -9)$ 를 꼭짓점으로 하고 점 $(0, -5)$ 를 지나는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 있다. 방정식 $f(f(x)) = -5$ 를 만족시키는 모든 실근의 합은? [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

20. 두 함수 $f(x)=x^2-ax+b$, $g(x)=ax+2b$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x)>g(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

< 보기 >

ㄱ. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2-2ax-b > 0$
 ㄴ. $b < 0$
 ㄷ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 y 좌표는 직선 $y=g(x)$ 의 y 절편보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $xy > 0$ 인 정수 x, y 와 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) $|x| \leq 2^n, |y| \leq 2^n$
 (나) $x > 0, y > 0$ 일 때 $xy \leq 2^n$ 이고,
 $x < 0, y < 0$ 일 때 $xy > 2^n$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, S_4 의 값은? [4점]

- ① 300 ② 320 ③ 340 ④ 360 ⑤ 380

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$ 이고 $a_4 = 24$ 일 때, 공차를 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 점 $(0, 1)$ 과 직선 $\sqrt{3}x + y + 23 = 0$ 사이의 거리를 구하시오. [3점]

24. 양수 a 에 대하여 $5a + \frac{5}{a}$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 두 양수 α, β 에 대하여 $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립이차방정식

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + 3y^2 = 28 \end{cases}$$

의 해일 때, $\alpha \times \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 직선 $y = x + 2$ 와 평행하고 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하는 직선의 y 절편을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

27. 세 실수 a, b, c 에 대하여 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{b-c}{a}$ 의 최댓값을 k 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오.
(단, $a \neq 0$) [4점]

28. x 에 대한 다항식 ax^3+b 를 $ax+b$ 로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, 나머지를 R_1 이라 하고, x 에 대한 다항식 ax^4+b 를 $ax+b$ 로 나눈 몫을 $Q_2(x)$, 나머지를 R_2 라 하자.
 $R_1 = R_2$ 가 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $Q_1(2)+Q_2(1)$ 의 값을 구하시오. (단, $ab \neq 0$) [4점]

29. 집합 $S = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n \text{은 } 9 \text{의 배수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 와 집합 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를

$f(n)$ 은 ' n 을 7로 나눈 나머지'

로 정의하자. 함수 $f(n)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

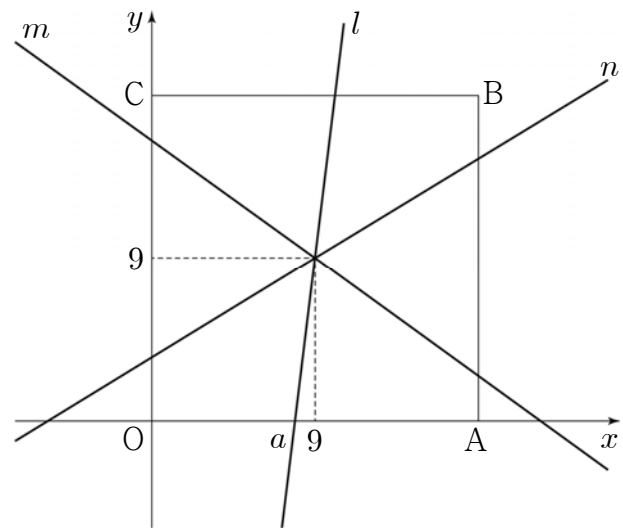
30. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점

$O(0, 0)$, $A(18, 0)$, $B(18, 18)$, $C(0, 18)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OABC$ 에 대하여 점 $(9, 9)$ 를 지나고 x 축과 만나는 세 직선 l , m , n 이 정사각형 $OABC$ 의 넓이를 6등분한다.

직선 l 의 x 절편을 a 라 하고 $6 \leq a \leq 10$ 일 때, 두 직선 m 과 n 의 기울기의 곱의 최댓값은 α , 최솟값은 β 이다.

$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.