제 2 교시

수학 영역(나 형)

5지선다형

1. $6\times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\},\quad B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$$

에 대하여 $n(A\cap B)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

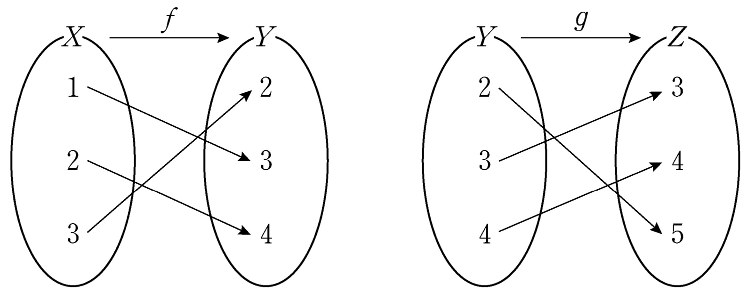
3. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{8n^2+1}{3n^2-2}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

4. $\log_3 6-\log_3 2$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림은 두 함수 $f: X \to Y$, $g: Y \to Z$를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_7}{a_5} = 4$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

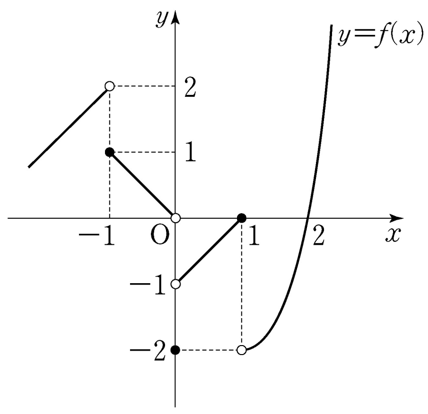
7. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \frac{7}{9}, \quad \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{7} a_k = \sum_{k=1}^{6} (a_k+1)$$

을 만족시킬 때, a_7의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

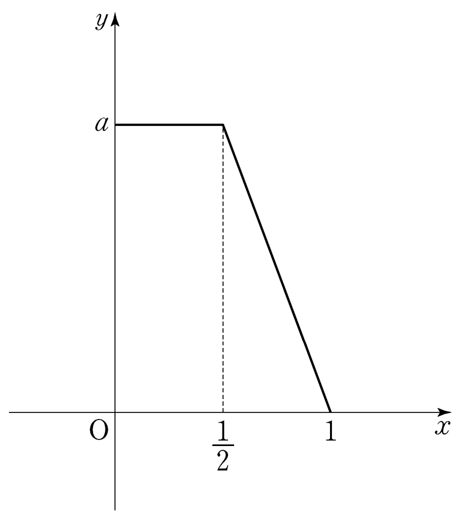
10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x^2-4)f(x)}{x-2} = 12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 1$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{11}{9}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

12. 정수 x에 대한 조건

$$p : x(x-11) \ge 0$$

에 대하여 조건 $\sim p$의 진리집합의 원소의 개수는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 어느 학급 학생 20명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 과목별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	과목 A	과목 B	합계
남학생	3	7	10
여학생	5	5	10
합계	8	12	20

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점]

① $\frac{13}{20}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{17}{20}$

14. 첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}}+\sqrt{a_k}}$$

의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 어느 공항에서 처리되는 각 수하물의 무게는 평균이 18kg, 표준편차가 2kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공항에서 처리되는 수하물 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 이 수하물의 무게가 16kg 이상이고 22kg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

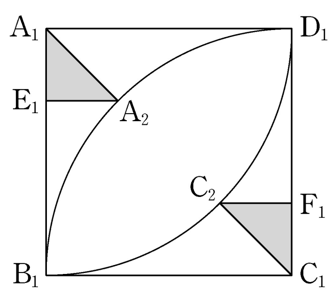
z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

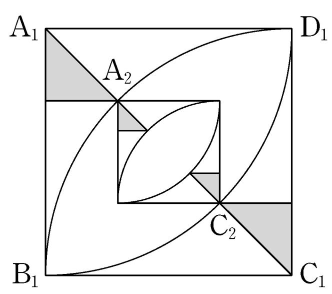
16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$ 안에 꼭짓점 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{C_1}$을 중심으로 하고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{C_1D_1}$을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 $\mathrm{A_1C_1}$이 두 사분원과 만나는 점 중 점 $\mathrm{A_1}$과 가까운 점을 $\mathrm{A_2}$, 점 $\mathrm{C_1}$과 가까운 점을 $\mathrm{C_2}$라 하자. 선분 $\mathrm{A_1D_1}$에 평행하고 점 $\mathrm{A_2}$를 지나는 직선이 선분 $\mathrm{A_1B_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{E_1}$, 선분 $\mathrm{B_1C_1}$에 평행하고 점 $\mathrm{C_2}$를 지나는 직선이 선분 $\mathrm{C_1D_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{F_1}$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{A_1E_1A_2}$와 삼각형 $\mathrm{C_1F_1C_2}$를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 $\mathrm{A_2C_2}$를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



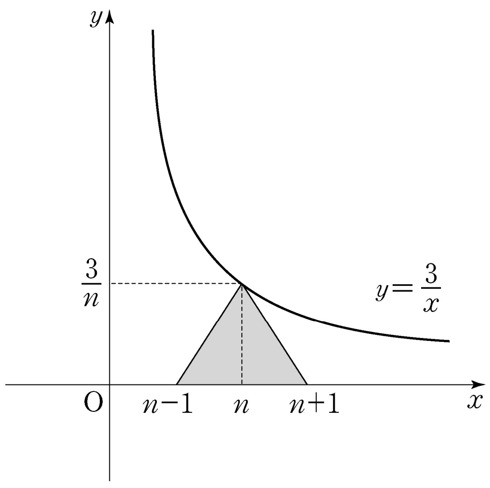
R_2

⋯

① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$ ④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

17. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\dfrac{3}{x}\,(x>0)$ 위의 점 $\left(n,\ \dfrac{3}{n}\right)$과 두 점 $(n-1,\ 0)$, $(n+1,\ 0)$을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{9}{a_n a_{n+1}}$의 값은? [4점]

① 410 ② 420 ③ 430 ④ 440 ⑤ 450



18. 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다. (단, $n\geq 4$)

> 자연수 $k\,(4\leq k\leq n)$에 대하여 확률변수 X의 값이 k일 확률은 1부터 $k-1$까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로
>
> $$\mathrm{P}(X=k)=\frac{\boxed{\text{(가)}}}{{}_n\mathrm{C}_4}$$
>
> 이다. 자연수 $r\,(1\leq r\leq k)$에 대하여
>
> $${}_k\mathrm{C}_r=\frac{k}{r}\times{}_{k-1}\mathrm{C}_{r-1}$$
>
> 이므로
>
> $$k\times\boxed{\text{(가)}}=4\times\boxed{\text{(나)}}$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{k=4}^{n}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}\\&=\frac{1}{{}_n\mathrm{C}_4}\sum_{k=4}^{n}\left(k\times\boxed{\text{(가)}}\right)\\&=\frac{4}{{}_n\mathrm{C}_4}\sum_{k=4}^{n}\boxed{\text{(나)}}\end{aligned}$$
>
> 이다.
>
> $$\sum_{k=4}^{n}\boxed{\text{(나)}}={}_{n+1}\mathrm{C}_5$$
>
> 이므로
>
> $$\mathrm{E}(X)=(n+1)\times\boxed{\text{(다)}}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a\times f(6)\times g(5)$의 값은? [4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

19. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

20. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

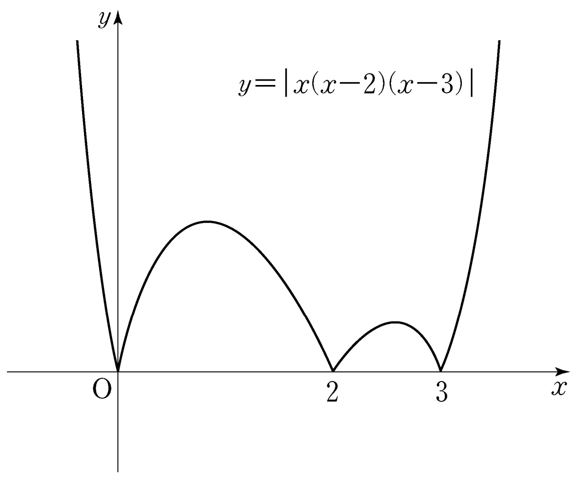
ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
> (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



단답형

22. ${}_7C_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_0^3 (x^2-4x+11)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)=2x-13$에 대하여 $f^{-1}(7)$의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & (x<1) \\ x^4+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x=1$에서 미분가능할 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

26. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$의 두 부분집합 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$에 대하여

$$X\cup A=X,\quad X\cap B^C=X$$

를 만족시키는 U의 모든 부분집합 X의 개수를 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)=4x^2+6x+32$에 대하여

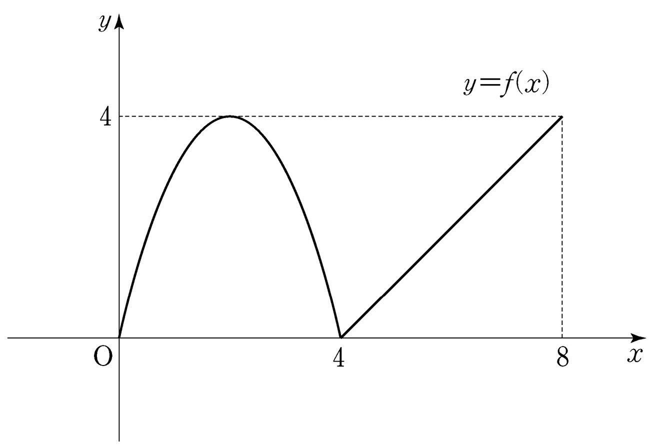
$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}f\left(\frac{k}{n}\right)$$

의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0,\ 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a\,(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)\,dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y) \,\middle|\, 0 \le x \le n,\ 0 \le y \le \frac{\sqrt{x+3}}{2}\right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$이라 하자.

(가) 각 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 정수이다.
(나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14)=15$이다. $f(n) \le 400$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.