

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여
 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

2. 두 다항식

$$A = 2x^2 - 4x - 2, \quad B = 3x + 3$$

에 대하여 $X - A = B$ 를 만족시키는 다항식 X 는? [2점]

- ① $2x^2 - x + 1$ ② $2x^2 + x + 1$
 ③ $2x^2 + x - 1$ ④ $-2x^2 - x + 1$
 ⑤ $-2x^2 + x + 1$

3. 좌표평면 위의 점 $(2, 3)$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의
 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의
 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 좌표평면에서 두 점 $A(a, 3)$, $B(2, 1)$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$
 일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항식 $(2x+y)^2 - 2(2x+y) - 3$ 을 인수분해하면 $(ax+y+1)(2x+by+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 좌표평면에서 두 직선 $x-2y+2=0$, $2x+y-6=0$ 이 만나는 점과 점 $(4, 0)$ 을 지나는 직선의 y 절편은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

6. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^2 + 3x + 2 = (x-2)^2 + a(x-2) + b$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

8. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 3), B(2, 1)에 대하여 선분 AB를 3:2로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 BC를 지름으로 하는 원의 중심의 좌표를 (a, b)라 할 때, a+b의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax + 9a$ 에 대하여 이차부등식 $f(x) < 0$ 을 만족시키는 해가 없도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

9. 등식 $(3+2i)x^2 - 5(2y+i)x = 8+12i$ 를 만족시키는 두 정수 x, y에 대하여 x+y의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 를 각각

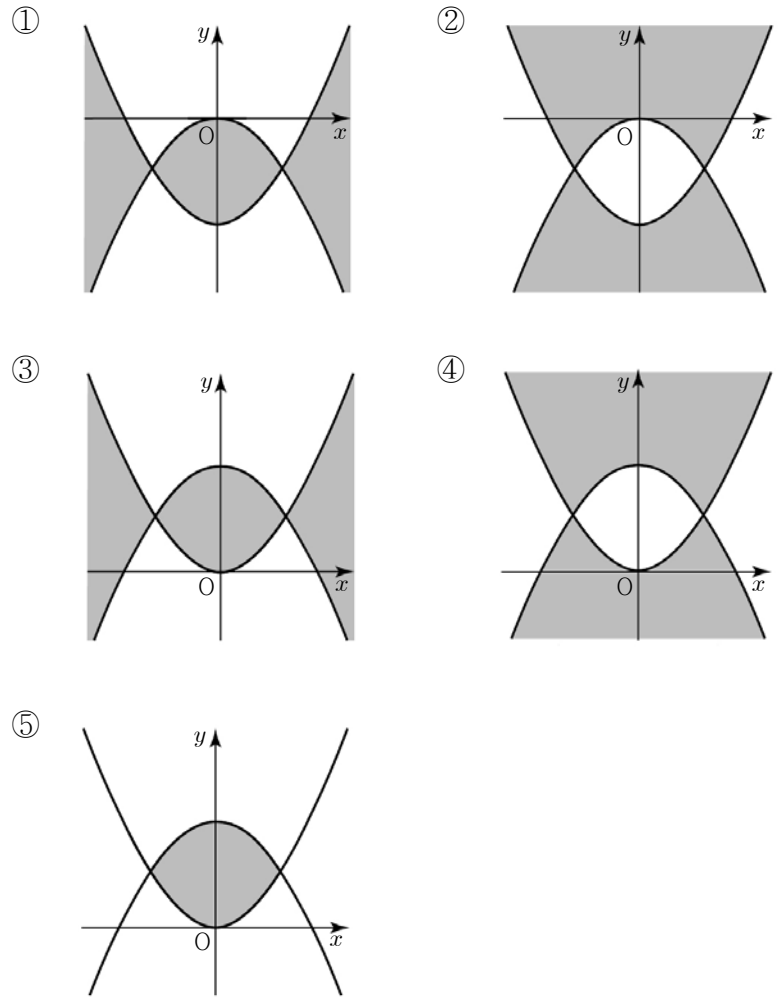
$$p : (x-5)(x+2) \geq 0$$

$$q : |x-8| < a$$

라 하자. p 는 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

12. 부등식 $(x^2-y)(x^2+y-1) \geq 0$ 의 영역을 좌표평면 위에 어두운 부분으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 포함한다.) [3점]



13. 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ 4x^2 + y^2 = 4xy \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

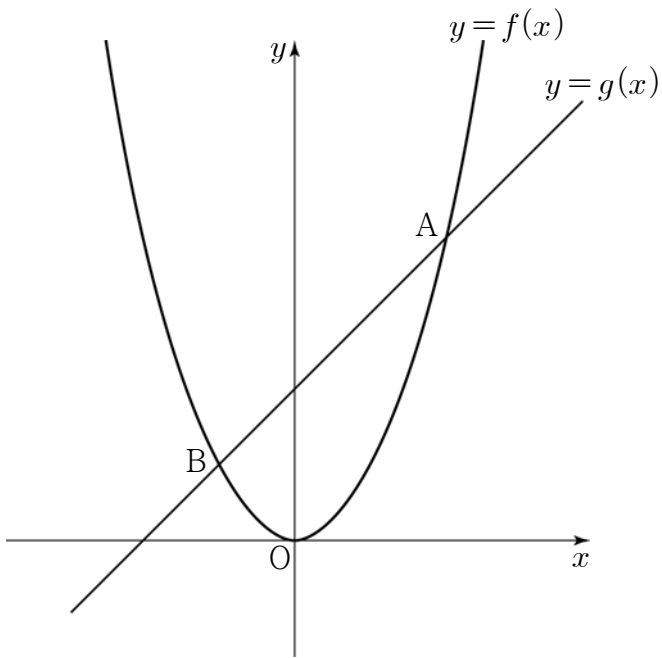
- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

14. 좌표평면에서 원점 O 를 지나고 꼭짓점이 $A(2, -4)$ 인 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 B 라 하자. 직선 $y = mx$ 가 삼각형 OAB 의 넓이를 이등분하도록 하는 실수 m 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{6}$

15. 양수 a 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = ax + 2a^2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = g(x)$ 가 x 축과 만나는 점을 C, y 축과 만나는 점을 D, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 E라 하자. 삼각형 COD의 넓이를 S_1 , 사각형 OEAD의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_2 = kS_1$ 을 만족시키는 실수 k 의 값은? (단, O는 원점이고, 두 점 A, B는 각각 제1사분면과 제2사분면 위에 있다.) [4점]

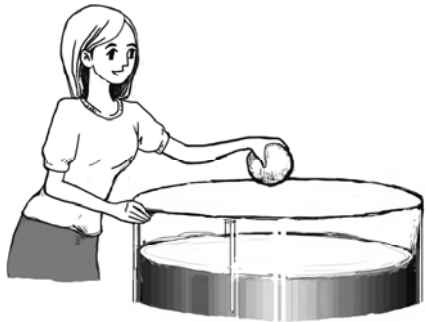
- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{23}{8}$ ③ 3 ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{13}{4}$



16. x 에 대한 방정식 $x^3 + (8-a)x^2 + (a^2 - 8a)x - a^3 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

17. 어떤 퇴적물 입자를 정지된 유체 속으로 떨어뜨리게 되면 처음 얼마 동안은 중력의 영향으로 그 입자는 가속을 받게 되나 유체의 저항력으로 인하여 곧 입자에 작용하는 중력과 유체의 저항력이 같게 되어 이 퇴적물 입자는 일정한 속도로 가라앉게 된다.



점성도가 μ 이고 밀도가 λ 인 유체 내에서 퇴적물의 일정한 하강 속도를 V , 퇴적물 입자의 밀도를 ρ , 퇴적물 입자의 직경을 D 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$V = \frac{(\rho - \lambda)g}{18\mu} D^2 \quad (\text{단, } g \text{ 는 중력가속도이다.})$$

점성도가 $k(k > 0)$ 이고 밀도가 $c(c > 0)$ 인 유체 속으로 두 퇴적물 입자 A, B 를 각각 떨어뜨렸을 때 두 퇴적물 입자 A, B 의 일정한 하강 속도를 각각 V_A, V_B 라 하자. 두 퇴적물 입자 A, B 의 밀도가 각각 $4c, 7c$ 이고, 퇴적물 입자 A 의 직경과 퇴적물 입자 B 의 직경의 비가 $2:5$ 일 때, $\frac{V_A}{V_B}$ 의 값은?

[4점]

- ① $\frac{3}{50}$ ② $\frac{2}{25}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{3}{25}$ ⑤ $\frac{7}{50}$

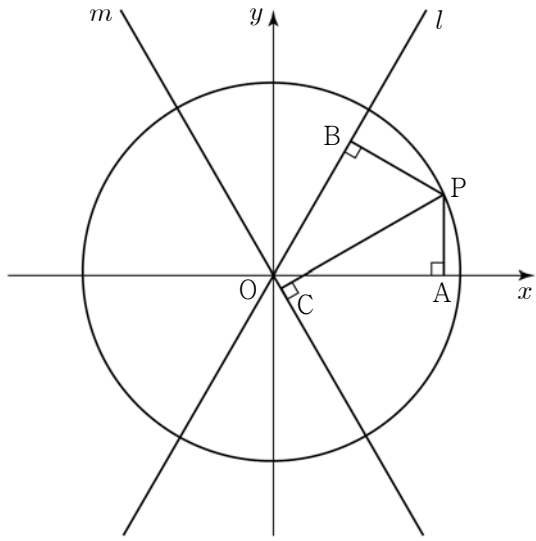
18. 어느 화원에서 장미와 안개꽃으로 두 종류의 꽃다발 A, B 를 각각 한 다발씩 만들 때, 필요한 장미와 안개꽃의 수량과 판매 이익은 다음 표와 같다.

꽃다발	장미(송이)	안개꽃(단)	판매 이익(원)
A	5	3	1000
B	4	4	1200

이 화원에서 두 종류의 꽃다발 A, B 를 만드는데 사용 가능한 장미와 안개꽃은 각각 310 송이, 250 단을 초과할 수 없을 때, 두 종류의 꽃다발 A, B 를 만들어서 얻을 수 있는 최대 판매 이익은? [4점]

- ① 74800 원 ② 75800 원 ③ 77000 원
 ④ 78000 원 ⑤ 79200 원

19. 그림과 같이 좌표평면에서 원점을 지나는 직선 l 이 x 축과 이루는 각의 크기가 60° 이고, 직선 l 을 y 축에 대하여 대칭 이동시킨 직선 m 이 있다. 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 제1사분면에 있는 점 P 에서 x 축과 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 A, B, C 라 하자. 다음은 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = \square$ (다)를 구하는 과정이다. (단, 점 P 는 직선 l 위에 있지 않다.)



직선 l 의 방정식은 $y = \sqrt{3}x$ 이고
 직선 m 의 방정식은 $y = \square$ (가) x 이다.
 원 위의 제1사분면에 있는 점을 $P(a, b)$ 라 하면
 $a > 0, b > 0$ 이고 $a^2 + b^2 = r^2$ 이다.
 점 P 에서 x 축과 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발이 각각 A, B, C 이므로
 $\overline{PA} = b$
 $\overline{PB} = \frac{|\sqrt{3}a - b|}{\square}$ (나)
 $\overline{PC} = \frac{|\sqrt{3}a + b|}{\square}$ (나)
 따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = \square$ (다)

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 s, t 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(r)$ 라 할 때, $f(s \times t)$ 의 값은? [4점]

- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18

20. 좌표평면에서 점 $A(0, 1)$ 과 x 축 위의 점 $P(t, 0)$ 에 대하여 점 P 를 지나고 직선 AP 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, t 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $t=1$ 일 때, 직선 l 의 기울기는 1이다.
 ㄴ. 점 $(3, 2)$ 를 지나고 직선 l 의 개수는 2이다.
 ㄷ. 직선 l 위의 모든 점 (x, y) 에 대하여
 부등식 $y \leq ax^2$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 일차함수 $y=h(x)$ 에 대하여 두 함수 $y=f(x)$, $y=h(x)$ 의 그래프가 접하는 점의 x 좌표를 α , 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$ 의 그래프가 접하는 점의 x 좌표를 β 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 최고차항의 계수는 각각 1과 4이다.
- (나) 두 양수 α , β 에 대하여 $\alpha:\beta=1:2$

두 이차함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점 중에서 x 좌표가 α 와 β 사이에 있는 점의 x 좌표를 t 라 할 때, $\frac{t}{\alpha}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

단답형

22. 명제 ' $x=a$ 이면 $x^2-5x-14=0$ 이다.'가 참이 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+9=0$ 이 허근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

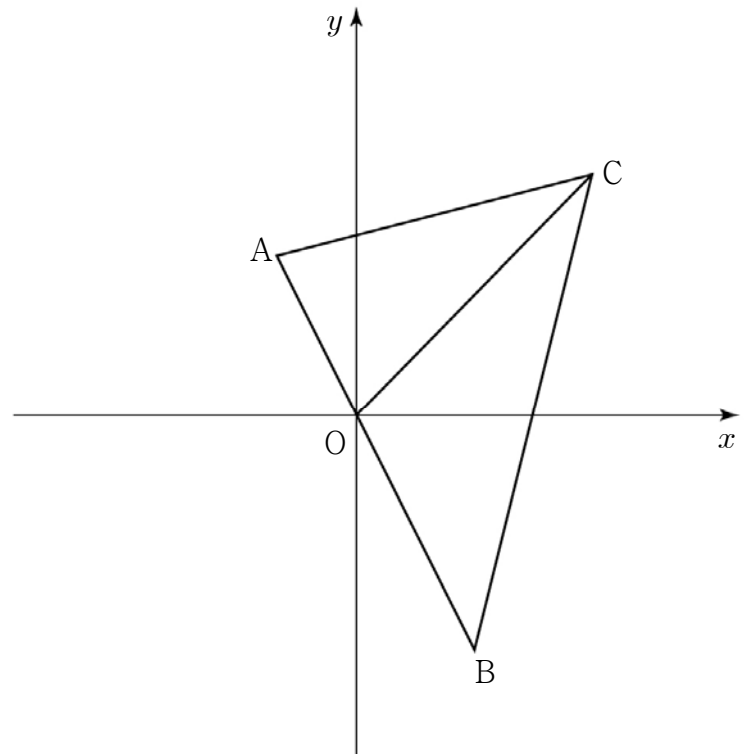
24. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x-1$ 로 나눈 나머지가 8일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]
25. 최고차항의 계수가 1인 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. $\alpha + \beta = 6$ 이고 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x - 7$ 위에 있을 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]
26. 좌표평면 위의 점 $(3, 4)$ 를 지나는 직선 중에서 원점과의 거리가 최대인 직선을 l 이라 하자. 원 $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 1$ 위의 점 P 와 직선 l 사이의 거리의 최솟값을 m 이라 할 때, $10m$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

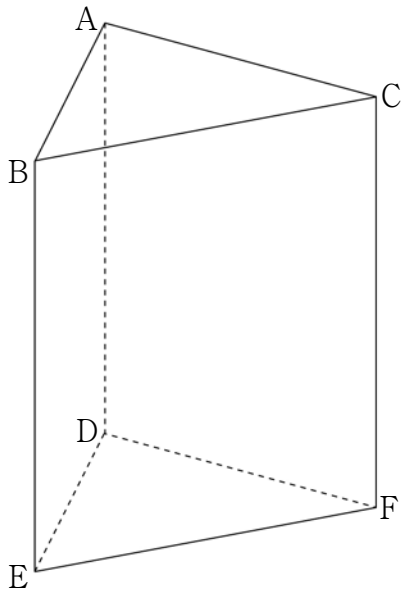
- (가) $A \cap B = \{3, 5\}$
- (나) $A^c \cap B^c = \{1, 7\}$

집합 X 의 모든 원소의 합을 $S(X)$ 라 할 때, $S(A) = 2S(B)$ 가 되도록 하는 두 집합 A, B 에 대하여 $S(A)$ 의 값을 구하시오. [4점]

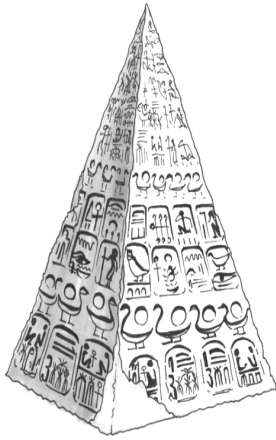
28. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $A(-2, 4), B(3, -6), C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에서 각 ACB 의 이등분선이 원점 O 를 지날 때, 점 C 와 직선 AB 사이의 거리의 최댓값을 m 이라 하자. m^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 고대 이집트의 태양신을 상징하는 어느 오벨리스크는 사각뿔 모양의 돌이다. [그림 1]과 같이 높이가 10m인 삼각기둥 ABC-DEF 모양의 돌을 이용하여 [그림 2]와 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 모양의 오벨리스크를 만들려고 한다. 삼각기둥 ABC-DEF 모양의 돌은 모서리 EF의 길이가 6m, 꼭짓점 D에서 모서리 EF에 내린 수선의 발과 꼭짓점 D 사이의 거리가 4m이다. 모서리 EF 위의 두 점 G, H와 두 모서리 FD, DE 위의 각각의 점 I, J가 직사각형 GHIJ의 네 꼭짓점이 될 때, 높이가 10m이고 직사각형 GHIJ를 밑면으로 하는 부피가 최대인 사각뿔 모양의 오벨리스크의 부피는 $V\text{m}^3$ 이다. V 의 값을 구하시오. (단, 각 면에 있는 무늬는 무시한다.) [4점]

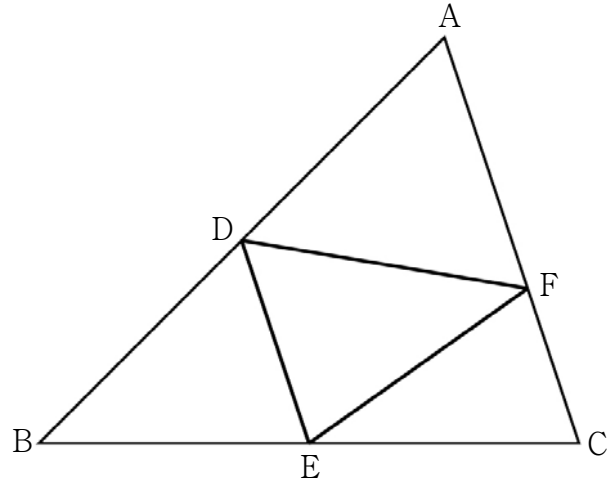


[그림 1]



[그림 2]

30. 그림과 같이 $\overline{AB}=3\sqrt{2}$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=\sqrt{10}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 세 선분 AB, BC, CA 위의 점을 각각 D, E, F라 하자. 삼각형 DEF의 둘레의 길이의 최솟값이 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.