

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. ${}_5P_2 + {}_5C_3$ 의 값은? [2점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

3. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1)$ 에 대하여 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은?
[2점]

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) d\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

6. $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\tan\theta + \cot\theta$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 주머니에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다.

이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 흰 공을 적어도 1개 이상 꺼낼 확률은? [3점]

- ① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{13}{21}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

8. 연속함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & (x < -1) \\ 3x^2 + 1 & (x > -1) \end{cases}$$

이고 $f(-2) = \frac{1}{2}$ 일 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

9. 두 평면벡터 \vec{a}, \vec{b} 가

$$|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 3, |2\vec{a} + \vec{b}| = 4$$

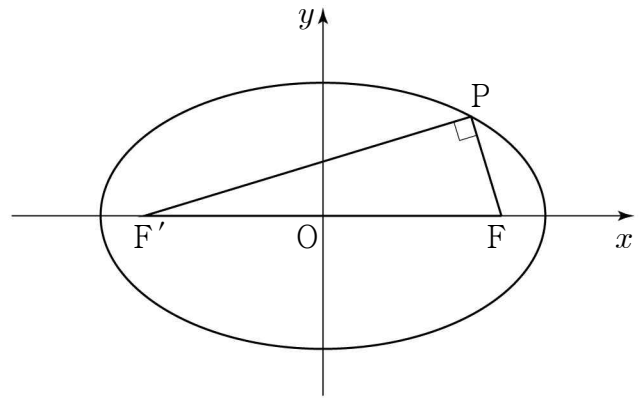
를 만족시킬 때, 두 평면벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각을 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{3}{16}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{5}{16}$
- ⑤ $\frac{3}{8}$

10. 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'라 하자. 타원 위의

점 P가 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시킬 때, 삼각형 FPF'의 넓이는? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10



11. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 좌표 (x, y) 가 $t (t > 0)$ 을 매개변수로 하여

$$x = 2t + 1, y = t + \frac{3}{t}$$

으로 나타내어진다. 점 P가 그리는 곡선 위의 한 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 -1 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 어느 공장에서 생산되는 휴대전화 1대의 무게는 평균이 153g이고 표준편차가 2g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 휴대전화 중에서 임의로 선택한 휴대전화 1대의 무게가 151g 이상이고 154g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

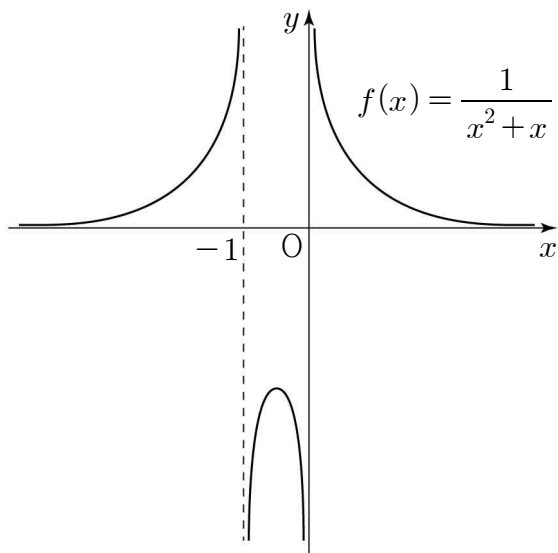
[3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.7745
 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

[13~14] 함수 $f(x) = \frac{1}{x^2+x}$ 의 그래프는 그림과 같다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점

$P(1, f(1)), Q(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$ 을 지나는 직선의 방향벡터 중 크기가 $\sqrt{10}$ 인 벡터를 $\vec{u}=(a, b)$ 라 하자. $|a-b|$ 의 값은?

[3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln \frac{9}{8}$
- ② $\ln \frac{5}{4}$
- ③ $\ln \frac{11}{8}$
- ④ $\ln \frac{3}{2}$
- ⑤ $\ln \frac{13}{8}$

15. 두 곡선 $y=2^x$, $y=-4^{x-2}$ 이 y 축과 평행한 한 직선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자.
 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 일 때, 삼각형 AOB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)
 [4점]
- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

16. 닫힌 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 x 에 대한 방정식
 $\sin x - x \cos x - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]
- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

17. 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가

$$g\left(3f(x) - \frac{2}{e^x + e^{2x}}\right) = x \text{ 를 만족시킬 때,}$$

다음은 $g'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$g\left(3f(x) - \frac{2}{e^x + e^{2x}}\right) = x$ 에서

$3f(x) - \frac{2}{e^x + e^{2x}} = g^{-1}(x)$ 이므로

$$f(x) = \frac{1}{\boxed{\text{(가)}}}$$

이다.

$f(x)$ 의 도함수를 구하면

$$f'(x) = \frac{-e^x - 2e^{2x}}{\left(\boxed{\text{(가)}}\right)^2}$$

이다. $f(0) = \frac{1}{2}$ 이므로 $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 이다.

그러므로 $g'\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{(나)}}$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(x)$, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $p \times h(\ln 2)$ 의 값은? [4점]

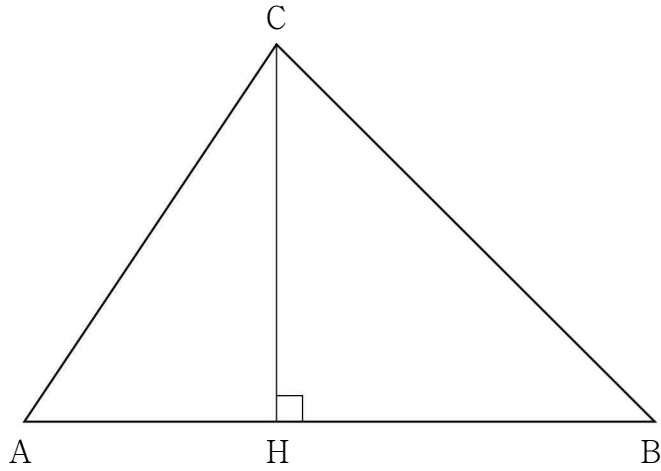
- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

18. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

(가) 세 수 a, b, c 의 합은 짝수이다.
 (나) $a \leq b \leq c \leq 15$

- ① 320 ② 324 ③ 328 ④ 332 ⑤ 336

19. 그림과 같이 삼각형 ABC 에 대하여 꼭짓점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CH}$ 의 값은? [4점]



- (가) 점 H가 선분 AB를 2 : 3으로 내분한다.
- (나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 40$
- (다) 삼각형 ABC의 넓이는 30이다.

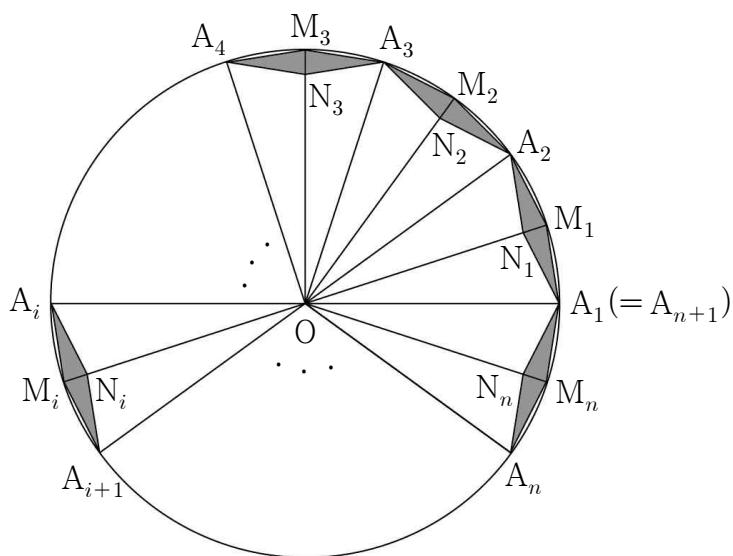
- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

20. 두 함수 $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln \frac{1}{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 P라 할 때 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기> —
- ㄱ. 점 P의 좌표는 (1, 0)이다.
 - ㄴ. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 위의 점 P에서의 각각의 접선은 서로 수직이다.
 - ㄷ. $t > 1$ 일 때, $-1 < \frac{f(t)g(t)}{(t-1)^2} < 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1 인 원의 둘레를 n ($n \geq 4$) 등분한 점을 A_1, A_2, \dots, A_n 이라 하자. 호 $A_i A_{i+1}$ ($i=1, 2, \dots, n$) 을 이등분한 점을 M_i 라 하고 사각형 $A_i M_i A_{i+1} N_i$ 가 마름모가 되도록 하는 선분 OM_i 위의 점을 N_i 라 하자. n 개의 사각형 $A_1 M_1 A_2 N_1, A_2 M_2 A_3 N_2, A_3 M_3 A_4 N_3, \dots, A_n M_n A_{n+1} N_n$ 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \times S_n)$ 의 값은?
(단, $A_{n+1} = A_1$) [4점]



- ① π^3 ② $2\pi^3$ ③ $3\pi^3$ ④ $4\pi^3$ ⑤ $5\pi^3$

단답형

22. $(x^2+2)^5$ 의 전개식에서 x^6 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 6 \tan 2x$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값을 구하시오.

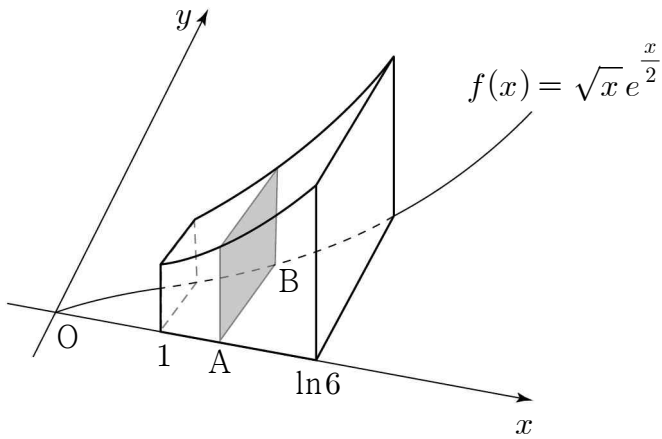
[3점]

24. 집합의 분할의 수 $S(4, 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 곡선 $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x}$ ($0 \leq x \leq 12$)에 대하여 $x=0$ 에서 $x=12$ 까지의 곡선의 길이를 l 이라 할 때, $3l$ 의 값을 구하시오. [3점]

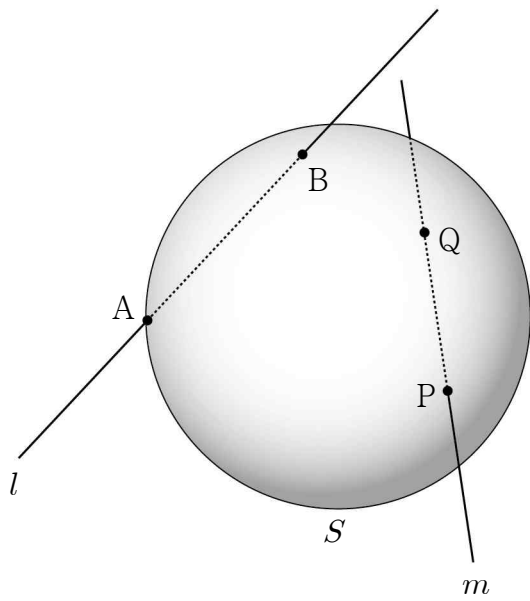
26. 상자에는 딸기 맛 사탕 6개와 포도 맛 사탕 9개가 들어 있다. 두 사람 A 와 B 가 이 순서대로 이 상자에서 임의로 1개의 사탕을 각각 1번 꺼낼 때, A 가 꺼낸 사탕이 딸기 맛 사탕이고, B 가 꺼낸 사탕이 포도 맛 사탕일 확률을 p 라 하자. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 사탕은 상자에 다시 넣지 않는다.) [4점]

27. 그림과 같이 함수 $f(x) = \sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(x, 0)$, $B(x, f(x))$ 를 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 A 의 x 좌표가 $x=1$ 에서 $x=\ln 6$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는 $-a+b\ln 6$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



28. 두 양수 m, p 에 대하여 포물선 $y^2 = 4px$ 와 직선 $y = m(x-4)$ 가 만나는 두 점 중 제1사분면 위의 점을 A , 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 B , 직선 $y = m(x-4)$ 와 y 축이 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 의 무게중심이 포물선의 초점 F 와 일치할 때, $\overline{AF} + \overline{BF}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구 S 와 서로 다른 두 직선 l, m 이 있다. 구 S 와 직선 l 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B , 구 S 와 직선 m 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q 라 하자. 삼각형 APQ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이고 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$, $\angle ABQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때 평면 APB 와 평면 APQ 가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $100 \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 좌표평면 위의 두 직선 l, m 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 l, m 은 서로 평행하고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 각각 θ 이다.
- (나) 두 직선 l, m 은 곡선 $y = \sqrt{2-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)과 각각 만난다.

두 직선 l 과 m 사이의 거리의 최댓값을 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta = a + b\sqrt{2}\pi \text{이다. } 20(a+b) \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.