

5지 선다형(1 ~ 21)

1. $\sqrt[3]{27} \times 2^3$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

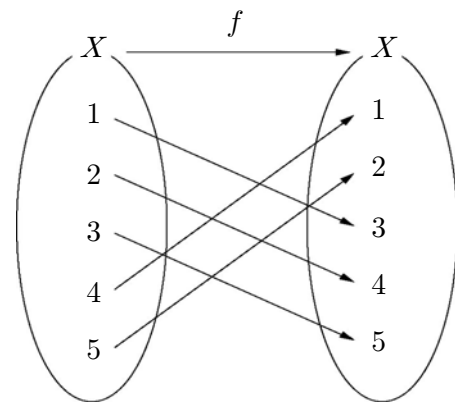
2. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{2n^2 - n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 X 로의 함수 f 가 그림과 같이 정의될 때, $f(2) + f^{-1}(1)$ 의 값은? [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 24$, $a_2 = 12$ 일 때, a_4 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$2n^3 + 2n \leq a_n \leq 2n^3 + 5n + 1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{5n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

7. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의

방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프와 일치하였다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$p : -3 \leq x \leq 8$

$q : a-3 \leq x \leq a$

p 는 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 12, \sum_{k=1}^5 a_k^2 = 40$ 일 때,

$\sum_{k=1}^5 (a_k + 2)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 88 ② 98 ③ 108 ④ 118 ⑤ 128

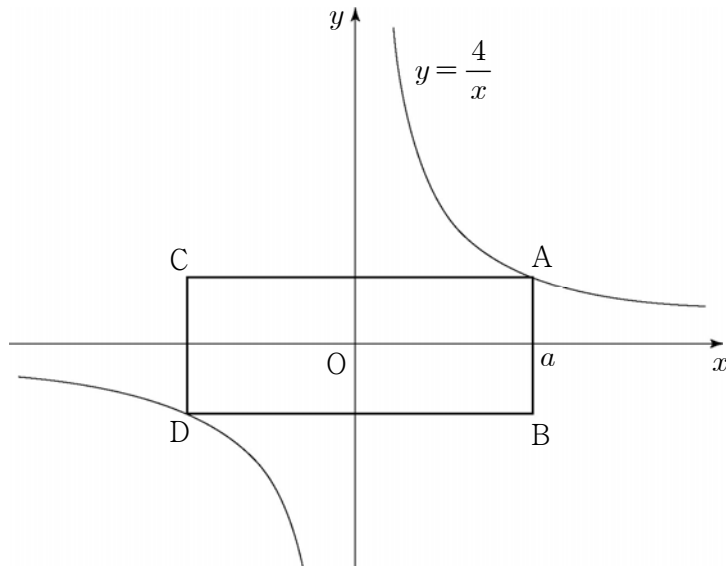
10. 두 함수 $f(x)=2x+1, g(x)=x-3$ 에 대하여

$(f \circ g^{-1})(x)=ax+b$ 라 할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

11. 그림과 같이 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 그래프 위의 점 중 제1사분면에 있는 한 점을 $A\left(a, \frac{4}{a}\right)$ 라 하고, 점 A를 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 B, C, D라 하자. 직사각형 ACDB의 둘레의 길이의 최솟값은? [3점]

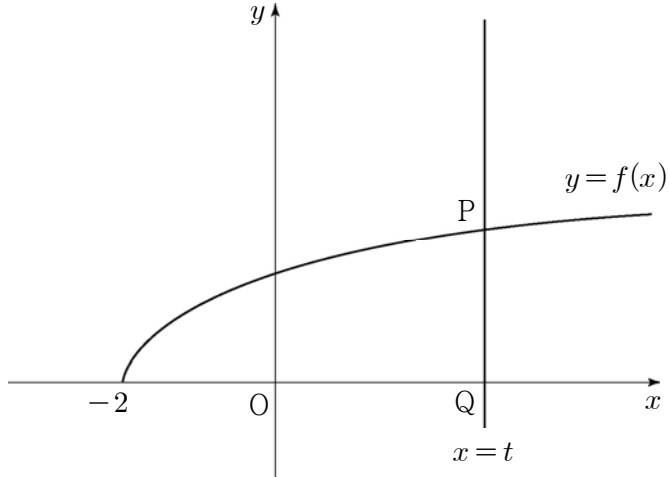


- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

12. $\frac{1}{4} \log 2^{2n} + \frac{1}{2} \log 5^n$ 이 정수가 되도록 하는 50 이하의 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 28 ② 25 ③ 22 ④ 19 ⑤ 16

[13 ~ 14] 함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 와 직선 $x=t$ ($t > 0$) 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, 0 는 원점이다.)



13. 양수 a 에 대하여 세 수 $f\left(\frac{5}{2}\right)$, a , $f(16)$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다. a 의 값은? [3점]

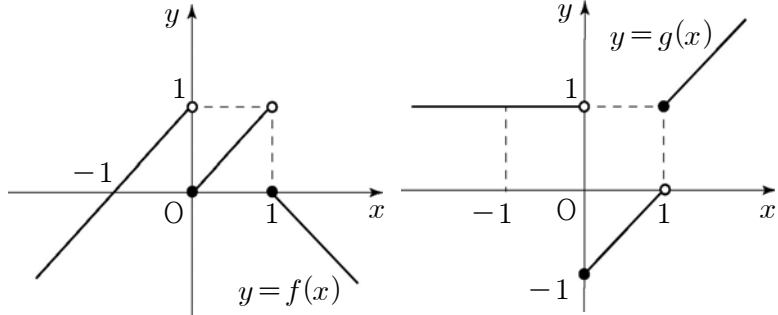
- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

14. 직선 $x=t$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 교점을 P, 직선 $x=t$ 와 x 축과의 교점을 Q 라 하자. 삼각형 POQ 의 넓이를 $S(t)$, 선분 OQ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 $C(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{C(t)}{t \times S(t)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

15. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = 0$

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 1, a_2 + a_4 = 18$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{S_{n+1}} - \sqrt{S_n})$ 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

17. 음파가 서로 다른 매질의 경계를 통과하면서 잃어버리는 음파의 에너지의 정도를 나타내는 투과손실을 TL (dB), 입사되는 음파의 에너지를 I , 통과된 음파의 에너지를 T 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$TL = 10 \log \frac{I}{T}$$

어떤 음파를 매질 A 에서 매질 B 로 통과시킬 때, 입사되는 음파의 에너지가 통과된 음파의 에너지의 a 배일 때의 투과손실을 TL_1 이라 하고, 매질 A 에서 매질 C 로 통과시킬 때, 입사되는 음파의 에너지가 통과된 음파의 에너지의 4배일 때의 투과손실을 TL_2 라 하자. $\frac{TL_1}{TL_2} = \frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

18. a, b 는 1이 아닌 양수이고

$$\log_a 2 + \log_b 2 = 2, \log_2 a + \log_2 b = -1$$

일 때, $(\log_a 2)^2 + (\log_b 2)^2$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

19. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^n}{1+x^n} \quad (x > 0)$$

에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} f\left(\frac{k}{5}\right) = 33$ 이다. 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

20. 다음은 2 이상인 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{n}{n-k} \cdot \frac{1}{2^{k-1}} < 4 \quad \dots\dots(*)$$

이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다.

<증명>

2 이상인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n}{n-k} \cdot \frac{1}{2^{k-1}} = \frac{n}{n-1} + \frac{n}{n-2} \cdot \frac{1}{2} + \dots + \frac{n}{2^{n-2}}$$

라 하자.

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= \sum_{k=1}^n \frac{n+1}{n+1-k} \cdot \frac{1}{2^{k-1}} \\ &= \boxed{\text{(가)}} + \frac{n+1}{n-1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{n+1}{n-2} \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{n+1}{2^{n-1}} \\ &= \boxed{\text{(가)}} + (n+1) \left(\frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{n-2} \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \end{aligned}$$

이 식을 정리하면

$$a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} a_n + \frac{n+1}{n} \quad (n \geq 2) \text{ 를 얻는다.}$$

$a_2 = 2 < 4$, $a_3 = 3 < 4$ 이므로 (*)이 성립한다.

$n \geq 3$ 일 때 $a_n < 4$ 라 하자.

⋮

따라서 2 이상인 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{48g(10)}{f(5)}$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28



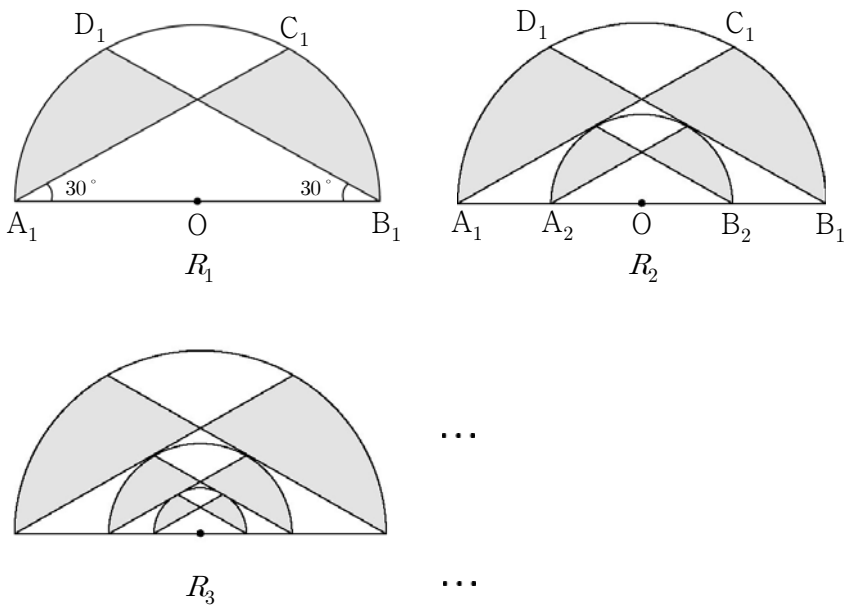
21. 중심이 O 이고 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원이 있다. 그림과 같이 반원 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$, $\angle D_1B_1A_1 = 30^\circ$ 가 되도록 두 점 C_1, D_1 을 각각 정하고, 두 선분 A_1C_1, B_1D_1 과 두 호 B_1C_1, A_1D_1 로 둘러싸인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O 이고 두 선분 A_1C_1, B_1D_1 에 접하는 원이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{9}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

단답형(22 ~ 30)

22. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+12)}{x-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_3 18 - \frac{1}{2} \log_3 4$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{2} - a_n\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (8a_n + 7)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 학교 56명의 학생들을 대상으로 두 동아리 A , B 의 가입여부를 조사한 결과 다음과 같은 사실을 알게 되었다.

- (가) 학생들은 두 동아리 A , B 중 적어도 한 곳에 가입하였다.
 (나) 두 동아리 A , B 에 가입한 학생의 수는 각각 35명, 27명이었다.

동아리 A 에만 가입한 학생의 수를 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 2n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{2}{a_n - 4}$ 의 값을 구하시오. [4점]

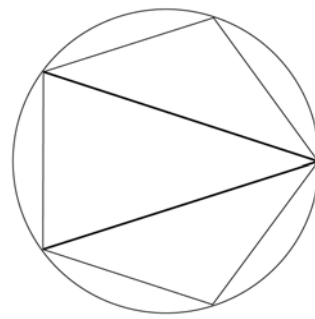
27. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\sqrt[3]{20}$ 보다 작은 정수 중에서
 최댓값을 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 $n (n \geq 4)$ 에 대하여 집합

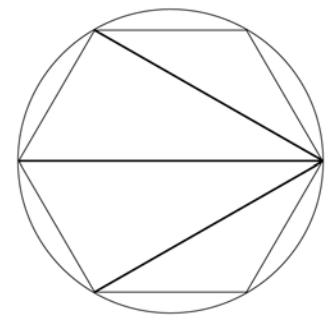
$$D_n = \{x \mid x \text{는 반지름의 길이가 } 1 \text{인 원에 내접하는 정 } n \text{각형의 대각선의 길이}\}$$

라 하고, 집합 D_n 의 원소의 개수를 a_n 이라 하자.

예를 들어, 그림과 같이 $a_5 = 1$, $a_6 = 2$ 이다. $a_{22} + a_{25}$ 의 값을
 구하시오. [4점]

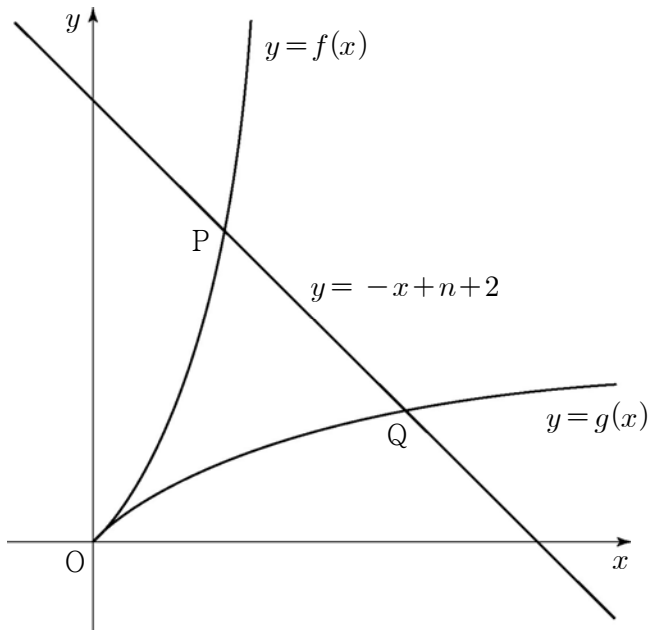


$a_5 = 1$



$a_6 = 2$

29. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 + nx$ ($x \geq 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, 직선 $y = -x + n + 2$ 와 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 POQ의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{50}{S_n}$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]



30. 두 실수 a, b 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 k 라 하자. $48k$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $ab < 0$
- (나) 세 수 a, b, ab 를 적절히 배열하여 등비수열을 만들 수 있다.
- (다) 세 수 a, b, ab 를 적절히 배열하여 등차수열을 만들 수 있다.

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.